



**Шарейко Д. Ю.** <sup>[1; ORCID ID: ]</sup>,  
к.т.н., доцент,  
**Тодосієнко А. М.** <sup>[1; ORCID ID: ]</sup>,  
аспірант,  
**Мардзявко В. А.** <sup>[2; ORCID ID: ]</sup>,  
асистент

<sup>1</sup>Національний Університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова, м. Миколаїв

<sup>2</sup>Миколаївського національного аграрного університету, м. Миколаїв

## ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДУ РОЗШИРЕННЯ СІТКИ МАГНІТОМЕТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ У ПЛОЩИННИХ ПОЛЬОВИХ ЗАДАЧАХ

У статті розглянуто задачу розширення сітки магнітометричних вимірювань в обернених площинних польових задачах. На основі формул Гріна та Стреттона–Чу встановлено взаємозв'язок між магнітним полем, вимірним на замкнутому контурі, та вторинними джерелами, розташованими всередині й поза межами досліджуваної області. Отримано інтегральні співвідношення для визначення поверхневої густини магнітних зарядів і розподілу магнітної індукції в області за результатами граничних вимірювань. Запропоновано підхід до перевірки коректності вихідних даних на основі гармонійності поля зовнішніх джерел та інтегральної тотожності, що забезпечує вищу чисельну стійкість порівняно з методами чисельного диференціювання. Розроблено покрокову процедуру розширення області обчислень із послідовним зменшенням впливу зовнішніх джерел. Показано, що запропонований метод може бути використаний для підвищення достовірності інтерпретації магнітометричних вимірювань.

**Ключові слова:** магнітна індукція; обернена задача магнітометрії; інтегральні співвідношення; поверхнева густина зарядів; розширення сітки вимірювань.

**Постановка проблеми.** В обернених задачах магнітометрії переходячи від просторової польової задачі, до площинної, замість просторового джерела маємо розподілення магнітної індукції [1–4], поверхневої щільності зарядів в площині. В ідеальному випадку, це розподілення на безкінечній площині, в реальних умовах, ми маємо вимірювання складової магнітної індукції в вузлах і на границі обмеженої сітки. Для поглиблення інформації про об'єкт виникає необхідність розширення сітки. Інакше кажучи необхідно встановити

відповідність між вимірними значеннями індукції в вузлах і на границі сітки і вторинними джерелами в площині  $XOY$ , за межами вихідної сітки. Найбільш близькими для вирішення поставленої задачі є роботи [5–7], в яких показані властивості формули Гріна, і її векторного аналога формули Стреттона-Чу. В даній роботі формули Стреттона-Чу є основними при встановленні взаємозв'язку поля, виміряного на замкнутому контурі із вторинними джерелами поза цим контуром.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В основі методів інтерпретації підводних феромагнітних об'єктів лежить можливість апроксимувати магнітне поле феромагнітних копалин або локальних об'єктів за деякими апріорі обраними системами функцій, які прямо або не посередньо характеризують розподіл відповідних магнітних збуджуючих джерел. При цьому самі джерела в принципі можуть бути фіктивними, а основні вимоги полягають у забезпеченні належної точності апроксимації поля. Методи, що застосовуються в магнітології, моделювання головного і аномального магнітного поля Земної Кулі і магнітного поля локальних об'єктів (затонулих суднів, трубопроводів і т.і.) поділяються на три класи: дипольні, багатопольні та сферичний гармонійний аналізи [8–10]. Особливу значимість ці моделі набули в останнє десятиліття у зв'язку з інтенсивним розвитком методів обробки вимірювань на ЕОМ, створення автоматизованих банків і баз даних, що прийшли на зміну традиційних способів представлення інформації у формі каталогів і світових магнітних карт. В обчислювальному відношенні задача приводить до системи лінійних рівнянь відносно коефіцієнтів та розв'язується, або методом найменших квадратів, або інтегральними методами, що засновані на властивості ортогональності сферичних функцій. Різниця у кількості та якості вихідного експериментального матеріалу, різна довжина рядів, що синтезуються, а також неоднакова методика обчислень призводять до великого розброду значень коефіцієнтів математичних моделей. Проте потреби сучасної магнітометрії вимагають використання уніфікованої моделі головного магнітного поля, що забезпечує збіг результатів супутникових, аеромагнітних та морських магнітних зйомок. Отже потрібна математична модель, за допомогою якої можна перевіряти адекватність вимірів, корегувати їх, та обчислювати значення магнітного поля на будь якої сітці магнітометричних вимірів.

**Мета і завдання дослідження.** Мета дослідження полягає у розробленні математичної моделі та інтегрального методу обробки



результатів вимірювання магнітного поля на замкнутому контурі або обмеженій площинній сітці з метою забезпечення коректного розв'язання обернених задач магнітометрії щодо виявлення та ідентифікації феромагнітних об'єктів.

Завданням дослідження є аналіз особливостей постановки оберненої задачі магнітометрії для обмеженої площинної сітки вимірювань, обґрунтування застосування інтегральних співвідношень (формули Гріна та формули Стреттона-Чу) для розділення внесків внутрішніх і зовнішніх джерел магнітного поля, розроблення математичної моделі визначення поверхневої густини вторинних джерел у межах досліджуваної області на основі вимірюваного поля на замкнутому контурі, формування системи інтегральних рівнянь для дискретизованої області та обґрунтування алгоритму її розв'язання, запропонування інтегральної процедури перевірки коректності вихідних вимірювальних даних з урахуванням гармонійності поля зовнішніх джерел.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Нехай на довільному замкнутому контурі  $S$  задано (виміряно) поле  $\bar{B}_{(S)}$ , що обумовлене джерелами, розташованими поза ( $e$ ) і всередині ( $i$ ) цього контуру, тоді можна вважати:

$$\bar{B}_{(S)} = \bar{B}_{e(S)} + \bar{B}_{i(S)}, \quad (1)$$

причому складові цієї суми невідомі.

Користуючись тим, що поле зовнішніх джерел  $\bar{B}_e$  є гармонійним всередині  $S$ , а поле внутрішніх джерел  $\bar{B}_i$  – гармонійним поза  $S$ , використовуючи формулу Стреттона-Чу [7], отримаємо:

$$\begin{aligned} & \operatorname{rot} \frac{1}{2\pi} \int_S [\bar{B}_{(S)}, \bar{n}] \ln \frac{1}{r_{sp}} dS + \operatorname{grad} \frac{1}{2\pi} \times \\ & \times \int_S (\bar{B}_{(S)}, \bar{n}) \ln \frac{1}{r_{sp}} dS = \begin{cases} -\bar{B}_{i(p)}, p \in V_e \\ \bar{B}_{e(p)}, p \in V_i \end{cases}, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $r_{sp}$  – відстань між точкою, на контурі  $S$  та точкою  $P_{(x,y)}$  площини;  $\bar{n}$  – зовнішня нормаль до  $S$ ;  $V_i$ ;  $V_e$  – область площини, що міститься всередині і поза замкнутого контуру  $S$  відповідно.

Формула (2) вирішує задачу визначення полів внутрішніх джерел в будь-якій точці поза замкнутого контуру  $S$  і полів зовнішніх джерел в будь-якій точці всередині  $S$  по заданому сумарному полю  $\bar{B}_{(S)}$ .

Формулу (2) можна отримати із формули Гріна [5]:

$$U_{(P)} = \frac{1}{2\pi} \int_S \left[ \ln \frac{1}{R_{SP}} \frac{\partial U_{(S)}}{\partial n_S} - U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) \right] dS - \frac{1}{2\pi} \iint_T \Delta U_{(S)} \ln \frac{1}{R_{SP}} d\tau, \quad (3)$$

де  $P_{(x,y)}$  – точка площини;  $S_{(x,y)}$  – точка замкнутого контуру  $S$ ;  $U$  – скалярний потенціал поля;  $n_s$  – зовнішня нормаль по відношенню до контуру  $S$ ;

Відстань від точки  $P$  до точки  $S$ .

$$R_{SP} = \sqrt{(x_P - x_S)^2 + (y_P - y_S)^2}.$$

Для гармонійної функції  $\Delta U=0$  і формула (3) набуває вигляду:

$$U_{(P)} = \frac{1}{2\pi} \int_S \left[ \ln \frac{1}{R_{SP}} \frac{\partial U_{(S)}}{\partial n_S} - U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) \right] dS, \quad (4)$$

Вираз:

$$U'_{(P)} = \frac{1}{2\pi} \int_S \ln \frac{1}{R_{SP}} \frac{\partial U_{(S)}}{\partial n_S} dS, \quad (5)$$

є потенціалом простого шару, а вираз:

$$U''_{(P)} = \frac{1}{2\pi} \int_S U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) dS, \quad (6)$$

є потенціалом подвійного шару.

Для отримання (2), до (4) використаємо зв'язок векторного та скалярного полів:

$$\begin{aligned} & -grad \frac{1}{2\pi} \int_S \left[ \ln \frac{1}{R_{SP}} \frac{\partial U_{(S)}}{\partial n_S} - U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) \right] dS = \\ & = grad \frac{1}{2\pi} \int_S \ln \frac{1}{R_{SP}} (-grad' U_{(S)}, \bar{n}) dS + \\ & \quad + grad \frac{1}{2\pi} \int_S U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) dS, \end{aligned}$$

де  $grad'$  – визначає похідну в точці інтегрування,  $grad$  – похідна в точці спостереження.

Поле потенціалу подвійного шару зарядів можна описати через векторний потенціал простого шару елементарних струмів. Виходячи з [11], вихор векторного потенціалу і градієнт скалярного (зі знаком мінус) призводять, для точок поля, що лежать поза намагнічених тіл до співпадаючих результатів.

Тому:



$$\operatorname{grad} \frac{1}{2\pi} \int_S U_{(S)} \frac{\partial}{\partial n_S} \left( \ln \frac{1}{R_{SP}} \right) dS = \operatorname{rot} \int_S \frac{1}{2\pi} [\bar{B}_{(S)}, \bar{n}] \ln \frac{1}{R_{SP}} dS. \quad (7)$$

В результаті отримуємо, якщо точка  $P$  знаходиться всередині  $S(P \in V_i)$ :

$$\bar{B}_{e(P)} = \operatorname{rot} \frac{1}{2\pi} \int_S [\bar{B}_e, \bar{n}] \ln \frac{1}{r_{SP}} dS + \operatorname{grad} \frac{1}{2\pi} \int_S (\bar{B}_e, \bar{n}) \ln \frac{1}{r_{SP}} dS, \quad (8)$$

якщо  $P$  знаходиться поза  $S(P \in V_e)$ :

$$\bar{B}_{i(P)} = \operatorname{rot} \frac{1}{2\pi} \int_S [\bar{B}_i, \bar{n}'] \ln \frac{1}{r_{SP}} dS + \operatorname{grad} \frac{1}{2\pi} \int_S (\bar{B}_i, \bar{n}') \ln \frac{1}{r_{SP}} dS, \quad (9)$$

де  $\bar{n}' = -\bar{n}$  – внутрішня нормаль до  $S$ .

Складання (8) та (9) дає формулу (2). Формулу (2) можна пояснити таким чином, що поле  $\bar{B}_i(x, y)$  у зовнішній точці  $P(x, y)$  розглядається як створення поверхневими магнітними зарядами, розподіленими по контуру  $S$  із щільністю  $g_{(S)} = -(\bar{B}_{(S)}, \bar{n})$ , та поверхневими струмами з щільністю  $\bar{\lambda}_{(S)} = [\bar{B}_{(S)}, \bar{n}]$ .

Таким чином, маючи результати обчислення прямої задачі (вимірювань) на границі деякої замкнутої області  $S'$  (рис. 1), визначаємо вплив зовнішніх джерел в будь-якій точці, що обмежена контуром області:

$$\bar{B}'_{(P)} = \operatorname{rot} \frac{1}{2\pi} \int_S [\bar{B}_{(S)}, \bar{n}] \ln \frac{1}{r_{SP}} dS + \operatorname{grad} \frac{1}{2\pi} \int_S (\bar{B}_{(S)}, \bar{n}) \ln \frac{1}{r_{SP}} dS, \quad (10)$$

де  $\bar{B}'_{(P)}$  – магнітна індукція в точках області  $S'$ , від зовнішніх по відношенню до цієї області джерел.

Виберемо замкнутий контур  $C$ , що лежить з контуром  $S$  на одній площині (рис. 1).

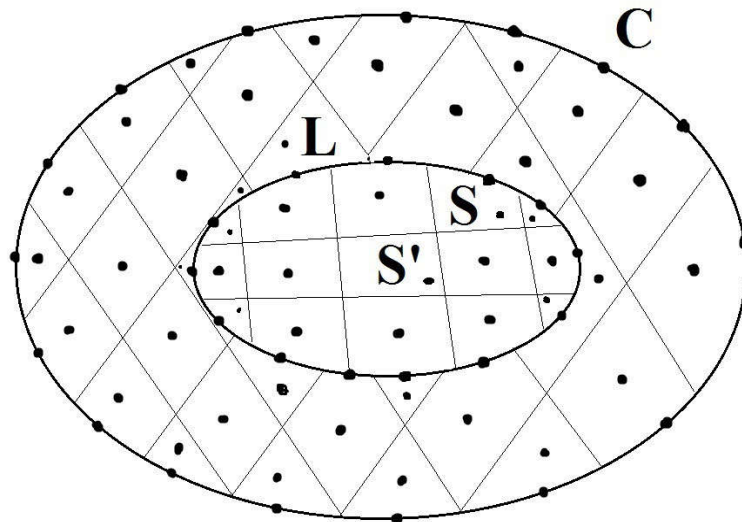


Рисунок. Контур виміру  $S$  та створений контур  $C$

Індукція в області  $S'$  від зовнішніх по відношенню до контуру  $C$  джерел перетвориться в:

$$\bar{B}_{(P)}'' = \text{rot} \frac{1}{2\pi} \int_C [\bar{B}_{(C)}, \bar{n}] \ln \frac{1}{r_{CP}} dC + \text{grad} \frac{1}{2\pi} \int_C (\bar{B}_{(C)}, \bar{n}) \ln \frac{1}{r_{CP}} dC, \quad (11)$$

де  $\bar{B}_{(C)}$  – індукція в точках контуру  $C$ ;  $\bar{n}$  – зовнішня нормаль до контуру  $C$ ;  $r_{CP} = \sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2}$  – відстань від точки інтегрування на контурі  $C$ , до точки спостереження в області  $S'$ ,  $\bar{B}_{(P)}''$  – індукція від зовнішніх по відношенню до контуру  $C$  джерел в області  $S'$  (рисунок).

Магнітна індукція від зовнішніх джерел розподілених в області  $L$  точках області  $S'$ , визначиться як різниця (10) та (11).

Скалярний потенціал в точках області  $S'$ , від вторинних джерел області  $L$ , виразиться:

$$U_{(P)} = \frac{1}{2\pi} \int_L \rho \ln \frac{1}{r_{LP}} dL, \quad (12)$$

де  $dL$  – елементарна площа області  $L$ ,  $\rho$  – поверхнева густина зарядів в області  $L$ ,  $r_{LP} = \sqrt{(x_P - x_L)^2 + (y_P - y_L)^2}$  – відстань від точки інтегрування в області  $L$ , до точки спостереження в області  $S'$ . Згідно зв'язку векторного та скалярного полів застосоване до (12) отримуємо:



$$\bar{B}_{(P)}''' = \frac{1}{2\pi} \int_L \rho \frac{\bar{r}_{LP}}{r_{LP}^2} dL, \quad (13)$$

де  $\bar{B}_{(P)}'''$  – вектор магнітної індукції в точках області  $S'$  від вторинних джерел в області  $L$ ,  $\bar{r}_{LP}$  – вектор спрямований з точки інтегрування в точку спостереження.

Враховуючи (10), (11) та (13) можна записати:

$$\bar{B}_{(P)}'' + \bar{B}_{(P)}''' = \bar{B}_{(P)}'. \quad (14)$$

Розбиваючи область  $S'$  (рисунок) на довільну кількість елементарних площадок та обчислюючи в кожній елементарній площадці по (10),  $\bar{B}_{(P)}'$ , маємо систему інтегральних рівнянь, вирішивши яку отримаємо: розподіл поверхневої густини зарядів в області  $L$  (рисунок); значення індукції на контурі  $C$ . Вихідними даними для розглянутої задачі є виміри індукції на контурі  $S$ , невеликі неточності цих вимірювань (обчислювань прямої задачі), призводять до як завгодно великих осциляцій отриманих рішень. Тому виникає необхідність в перевірці вихідних даних.

Виходячи з того, що поле зовнішніх джерел  $\bar{B}'$  є гармонійним всередині  $S$  можна записати:

$$\text{div} \bar{B}_{(P)}' = 0. \quad (15)$$

Подібна перевірка здійснюється обчислювальними методами чисельного диференціювання на ЕОМ.

Проте чисельне диференціювання дає, особливо в вузлах сітки розташованих близько до границі похибку обчислення. Тому в цьому дослідженні разом з перевіркою через диференційне рівняння (15), здійснюється перевірка вихідних даних інтегральною тотожністю. Чисельне інтегрування, в плані реалізації на ЕОМ, дає більш точні результати в порівнянні з чисельним диференціюванням.

Тотожність (14) перетворюється до виду, що записане через проекції модулів векторів  $\bar{B}_{(P)}''$ ,  $\bar{B}_{(P)}'''$ ,  $B_{(P)}'$  на осі декартової системи координат:

$$\bar{B}_{x(P)}'' + \bar{B}_{x(P)}''' = \bar{B}_{x(P)}', \quad (16)$$

$$\bar{B}_{y(P)}'' + \bar{B}_{y(P)}''' = \bar{B}_{y(P)}', \quad (17)$$

де  $\bar{B}_{x(P)}'$ ,  $\bar{B}_{y(P)}'$ ,  $\bar{B}_{x(P)}''$ ,  $\bar{B}_{y(P)}''$ ,  $\bar{B}_{x(P)}'''$ ,  $\bar{B}_{y(P)}'''$  – проекції модулів векторів  $\bar{B}_{(P)}''$ ,  $\bar{B}_{(P)}'''$ ,  $B_{(P)}'$  на відповідні осі декартової системи координат.

Якщо до правої та лівої частини (16) застосувати операцію  $\partial/\partial x$ , а (17) відповідно  $\partial/\partial y$ , отримаємо:

$$\frac{\partial \bar{B}_{x(P)}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{B}_{x(P)}^m}{\partial x} = \frac{\partial \bar{B}_{x(P)}^i}{\partial x}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{B}_{y(P)}^n}{\partial y} + \frac{\partial \bar{B}_{y(P)}^m}{\partial y} = \frac{\partial \bar{B}_{y(P)}^i}{\partial y}. \quad (19)$$

Складання правих частин (18) та (19) повинне задовольнити умові (15). Записавши для кожної елементарної ділянки в межах розглядуваної області  $S'$  співвідношення (16) або (17), а також (18) чи (19), у результаті одержуємо відповідні системи інтегральних рівнянь. Вирішивши ці системи визначимо в кожній елементарній площадці області  $L$  поверхневу густину зарядів  $\rho$  та розподіл магнітної індукції на замкнутому контурі  $C$  (рисунок).

Магнітна індукція в області  $L$ , від вторинних джерел цієї ж області, аналогічно (13) виразиться:

$$\bar{B}_L = \frac{1}{2\pi} \int_L \rho \frac{\bar{r}_{Lk}}{r_{Lk}^2} dL, \quad (20)$$

де  $\rho$  – поверхнева густина зарядів в області  $L$ ;  
 $r_{Lk} = \sqrt{(x_L - x_k)^2 + (y_L - y_k)^2}$  – відстань від точки інтегрування в області  $L$  до точки спостереження в цієї ж області;  $dL$  – елементарна площа області  $L$ .

Маючи заміри індукції на замкнутому контурі  $S$ , поверхневу густину зарядів в області  $L$ , та розподіл індукції на контурі  $C$ , виходячи з (2) та (20), визначаємо індукцію в кожній точці області  $L$ .

До другого кроку розширення вимірювань на сітці приступаємо з відомим розподілом індукції та вторинних джерел в області  $L$ ,  $S'$ , та на контурі  $C$ . Обчислення проводиться за описаною вище моделлю, базою даних якою є розподіл індукції на контурі  $C$ . Таким чином крок за кроком розширюючи результати вимірювань на обмеженій сітці можна розширити область обчислень так, що впливом зовнішніх джерел в будь-якій точці цієї області можна знехтувати.

**Висновки.** У статті розроблено інтегральний метод розширення сітки магнітометричних вимірювань у площинних обернених задачах на основі формул Гріна та Стреттона–Чу, що дозволило встановити аналітичний зв'язок між магнітною індукцією, виміряною на замкнутому контурі, та вторинними джерелами, розташованими всередині й поза межами досліджуваної області. Отримані інтегральні співвідношення забезпечують розділення внесків внутрішніх і зовнішніх джерел, визначення поверхневої густини



магнітних зарядів у дискретизованій області та обчислення розподілу магнітної індукції в її межах. Запропоновано покрокову процедуру розширення області обчислень із послідовним формуванням нових граничних контурів, що дає змогу поступово зменшувати вплив зовнішніх джерел і підвищувати достовірність результатів. Розроблено інтегральний критерій перевірки коректності вихідних вимірювальних даних, який ґрунтується на гармонійності поля зовнішніх джерел та є більш чисельно стійким порівняно з методами чисельного диференціювання, особливо поблизу меж області. Отримані результати формують теоретичну основу для підвищення точності розв'язання обернених задач магнітометрії при виявленні та ідентифікації феромагнітних об'єктів на основі обмежених площинних сіток вимірювань.

1. Розв'язання некоректних обернених задач для великомасштабних магнітних зйомок / П. О. Міненко та ін. *Геоінформатика*. 2018. № 2. С. 5–14. 2. Stepanova I., Romanenko O., Klymchuk T. On the Unique Solvability of Inverse Problems of Magnetometry and Gravimetry. *Mathematics*. 2023. № 14. Т. 11. 3. Міненко Р. В., Міненко П. О. Обернені лінійні задачі гравіметрії та магнітометрії з уточнюючими ітераційними поправками. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка*. 2025. № 1. С. 45–53. 4. Gradient methods for solving inverse gravimetry and magnetometry problems / E. N. Akimova та ін. *Calculator new methods and programming*. 2015. № 16. P. 224–234. 5. Sun Q., Klaseboer E. Robust field-only surface integral equations: scattering from a perfect electric conductor. *ArXiv*. 2019. P. 1–13. 6. Kostenko A., Holod I. On solving singular integral equations of the first kind with higher-order singularities using the method of integral identities. *ArXiv*. 2024. P. 1–25. 7. Le V. C., Cools K. Multi-Trace Müller Boundary Integral Equation for Electromagnetic Scattering by Composite Objects *ArXiv*. 2026. P. 1–26. 8. Blakely R. J. Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge. Press, 1995. 461 p. 9. Telford W. M., Geldart L. P. Applied Geophysics. 2nd ed. Cambridge : Press, 1990. 792 p. 10. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. 3rd ed. New York : Wiley, 1999. 833 p. 11. Langel R. A., Hinze W. J. The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere. Cambridge : Press, 1998.

## REFERENCES:

1. Rozv'iazannia nekorektnykh obernenykh zadach dlia velykomasshtabnykh mahnitnykh ziomok / P. O. Minenko ta in. *Heoinformatyka*. 2018. № 2. S. 5–14. 2. Stepanova I., Romanenko O., Klymchuk T. On the Unique Solvability of Inverse Problems of Magnetometry and Gravimetry. *Mathematics*. 2023. № 14. Т. 11. 3. Minenko R. V., Minenko P. O. Oberneni liniini zadachi hravimetrii ta mahnitometrii z utochniuiuchymy iteratsiinymy popravkamy. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka*. 2025. № 1. S. 45–53. 4. Gradient methods for solving inverse gravimetry and magnetometry problems / E. N. Akimova та ін. *Calculator new methods and programming*. 2015. № 16. P. 224–234. 5. Sun Q., Klaseboer E. Robust field-only surface integral equations: scattering from a perfect electric conductor. *ArXiv*. 2019. P. 1–13. 6. Kostenko A., Holod I. On solving singular integral equations of the first kind with higher-order singularities using the method of

integral identities. *ArXiv*. 2024. P. 1–25. **7.** Le V. C., Cools K. Multi-Trace Müller Boundary Integral Equation for Electromagnetic Scattering by Composite Objects *ArXiv*. 2026. P. 1–26. **8.** Blakely R. J. Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge Press, 1995. 461 p. **9.** Telford W. M., Geldart L. P. Applied Geophysics. 2nd ed. Cambridge : Press, 1990. 792 p. **10.** Jackson J. D. Classical Electrodynamics. 3rd ed. New York : Wiley, 1999. 833 p. **11.** Langel R. A., Hinze W. J. The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere. Cambridge : Press, 1998.

---

**Shareiko D. Y.** <sup>[1; ORCID ID: ]</sup>,  
Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor  
**Todosiienko A. M.** <sup>[1; ORCID ID: ]</sup>,  
Post-graduate Student  
**Mardziavko V. A.** <sup>[2; ORCID ID: ]</sup>,  
Assistant

<sup>1</sup>*Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv*  
<sup>2</sup>*Mykolaiv National Agrarian University, Mykolaiv*

## STUDY OF THE METHOD OF EXTENSION OF THE MAGNETOMETRIC MEASUREMENTS NETWORK IN PLANE FIELD PROBLEMS

The article considers the problem of expanding the magnetometric measurements network in inverse planar field problems. Based on the Green and Stretton–Chu formulas, the relationship between the magnetic field measured on a closed circuit and secondary sources located inside and outside the studied area is established. Integral relations are obtained for determining the surface density of magnetic charges and the distribution of magnetic induction in the area based on the results of boundary measurements. An approach to checking the correctness of the initial data is proposed based on the harmonicity of the field of external sources and the integral identity, which provides higher numerical stability compared to numerical differentiation methods. A step-by-step procedure for expanding the computational domain with a sequential reduction in the influence of external sources is developed. It is shown that the proposed method can be used to increase the reliability of the interpretation of magnetometric measurements.

**Keywords:** magnetic induction; inverse problem of magnetometry; integral relations; surface charge density; expansion of the measurement grid.

Отримано: 08 вересня 2025 року  
Прорецензовано: 10 вересня 2025 року  
Прийнято до друку: 18 грудня 2025 року