



УДК 519.6

Бомба А. Я., д.т.н., професор, Бойчура М. В., аспірант
(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне)

МЕТОД ПРИКЛАДЕНИХ КВАЗІПОТЕНЦІАЛІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОЕФІЦІЄНТНИХ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ

Розглядається задача ідентифікації параметрів коефіцієнта провідності середовища за даними томографії прикладених квазіпотенціалів. Пропонується метод реконструкції зображення, згідно з яким задача аналізу зводиться до застосування числових методів квазіконформних відображень, а задача синтезу – до розв'язання задачі параметричної ідентифікації. Наводяться результати числових експериментів.

Ключові слова: томографія прикладених квазіпотенціалів, квазіконформні відображення, ідентифікація, нелінійні задачі.

Вступ. Питанням розроблення ефективних методів для реконструкції зображення при розв'язанні задач електроімпердансної томографії (ЕІТ) присвячено значну кількість робіт як зарубіжних, так і вітчизняних вчених (див. напр., [1–12]). У більшості випадків висуваються різного роду припущення щодо розподілу коефіцієнта провідності (КП) всередині досліджуваної області (однорідність, кускова однорідність із нескінченним чи заданим скінченним числом значень, неоднорідність, кускова неоднорідність, анізотропність, допущення розділення змінних тощо). Зокрема, у статі [9] середовище вважається кусково-однорідним; ідентифікація проводиться з використанням спеціально розробленої процедури «усереднення» проміжних ітераційних наближень КП за даними на всіх інжекціях. В [10] пропонується реконструювати зображення використовуючи ідеї лінеаризації (функцій потенціалів та витрат) і регуляризації. Проте функція розподілу КП тут залежить від координат області комплексного квазіпотенціалу, що, в свою чергу, обмежує застосовність підходу лише на випадки специфічних фізичних процесів. Більш строгі обмеження наявні в [11], де вважається, що шуканий коефіцієнт допускає розділення змінних.

У даній роботі пропонується поширити запропонований метод прикладених квазіпотенціалів на випадок задання КП у вигляді многочлена, що забезпечує можливість порівняння релевантності та

швидкості реконструкції зображення у випадках, коли пряма задача ЕІТ розв'язується саме методом комплексного аналізу (квазіконформних відображень), а обернена – методами, запропонованими у [9–11].

Загальна постановка завдання. Розглянемо квазіідеальні процеси руху частинок (зокрема, електричних зарядів) в однозв'язній криволінійній області (пластинці, томографічному перерізі тощо) G_z (рис. 1, а), обмеженій гладкою замкненою кривою $\partial G_z = \{(x, y) : x = \tilde{x}(\tau), y = \tilde{y}(\tau), 0 \leq \tau \leq 2\pi, \tilde{x}(0) = \tilde{x}(2\pi) = \tilde{x}_0, \tilde{y}(0) = \tilde{y}(2\pi) = \tilde{y}_0, \text{де } \tilde{x}(\tau), \tilde{y}(\tau) \text{ – визначені неперервно диференційовані функції, } O(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \text{ – задана початкова точка відліку}\}$.

Припускаємо, що переміщення електричних зарядів в області G_z проходить за лінійним законом типу Ома, Дарсі тощо $\vec{j}^{(p)} = \sigma \cdot \text{grad} \varphi^{(p)}$ при умовах: $\text{div} \vec{j}^{(p)} = 0$ (неперервності), $\varphi|_{A_p B_p} = \varphi_*^{(p)}, \varphi|_{C_p D_p} = \varphi^{*(p)}$ ($\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)} > 0, \varphi_*^{(p)}, \varphi^{*(p)}$ –

прикладені квазіпотенціали) та $\left. \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial n} \right|_{B_p C_p} = \left. \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial n} \right|_{A_p D_p} = 0$

(непроникності) і $\varphi^{(p)}(M)|_{B_p C_p} = \bar{\varphi}^{(p)}(M),$

$\varphi^{(p)}(M)|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(M), \quad \sigma \left. \frac{\partial \varphi^{(p)}(M)}{\partial n} \right|_{A_p B_p} = \psi_*^{(p)}(M),$

$\sigma \left. \frac{\partial \varphi^{(p)}(M)}{\partial n} \right|_{C_p D_p} = \psi^{*(p)}(M)$ (додаткові умови) [14], де M – біжу-

ча точка відповідної кривої; $\vec{j}^{(p)} = (j_x^{(p)}(x, y), j_y^{(p)}(x, y))$ – густина

(локальна швидкість) струму; $\varphi^{(p)} = \varphi^{(p)}(x, y)$ – квазіпотенціал поля такий, що $A_p B_p$ та $C_p D_p$ – екіпотенціальні лінії; $B_p C_p$ та $A_p D_p$ – непроникні граничні лінії течій; A_p, B_p, C_p, D_p – відмічені точки на ∂G_z ; $p = 1, 2, \dots$ – деякий параметр (номер інжекції [9; 10; 13]); \vec{n} – зовнішня нормаль до відповідної ділянки границі даної області [15];

$\psi^{(p)} = \psi^{(p)}(x, y)$ – функції течії (тобто маємо так звану модель шун-



та [9, 10, 12, 13]). Функції $\bar{\varphi}^{(p)}(M) = \bar{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots) \left(\tau_C^{(p)} \leq \tau \leq \tau_B^{(p)} \right)$,
 $\underline{\varphi}^{(p)}(M) = \underline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots) \left(\tau_A^{(p)} \leq \tau \leq \tau_D^{(p)} \right)$, $\psi_*^{(p)}(M) = \psi_*^{(p)}(\tau, \dots)$
 $\left(\tau_B^{(p)} \leq \tau \leq \tau_A^{(p)} \right)$, $\psi^{*(p)}(M) = \psi^{*(p)}(\tau, \dots) \left(\tau_D^{(p)} \leq \tau \leq \tau_C^{(p)} \right)$, як і в [9],
можуть бути побудовані шляхом інтерполявання експериментально
отриманих їх значень $\bar{\varphi}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\underline{\varphi}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\psi_{*j_*^{(p)}}^{(p)}$, $\psi_{j^*}^{*(p)}$ при $\tau = \bar{\tau}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)}$,
 $\tau = \underline{\tau}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\tau = \tau_{*j_*^{(p)}}^{(p)}$, $\tau = \tau_{j^*}^{*(p)}$ на ділянках $B_p C_p$, $A_p D_p$, $A_p B_p$,
 $C_p D_p$, відповідно $\left(\varphi_*^{(p)} \leq \underline{\varphi}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)} \leq \varphi^{*(p)}, \varphi_*^{(p)} \leq \bar{\varphi}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)} \leq \varphi^{*(p)}, \right.$
 $\psi_{*j_*^{(p)}}^{(p)} > 0, \psi_{j^*}^{*(p)} > 0, 0 \leq \bar{i}^{(p)} \leq \bar{m}^{*(p)} + 1, 0 \leq \underline{i}^{(p)} \leq \underline{m}_*^{(p)} + 1,$
 $0 \leq j_*^{(p)} \leq n_*^{(p)} + 1, 0 \leq j^{*(p)} \leq n^{*(p)} + 1 \left. \right)$. КП шукаємо у вигляді:

$$\sigma(x, y, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s}) = \sum_{k=0}^s \sum_{r=0}^k a_{k-r,r} x^{k-r} y^r, \quad (1)$$

де $a_{k-r,r}$ ($k = 0, \dots, s, r = 0, \dots, k$) – параметри, що шукатимуться в процесі розв'язання задачі.

Інжекції струму через томографічний переріз моделюватимемо наборами значень $\left\{ \tau_A^{(p)}, \tau_B^{(p)}, \tau_C^{(p)}, \tau_D^{(p)} \right\}$, згідно яких
 $A_p = \left(\tilde{x}(\tau_A^{(p)}), \tilde{y}(\tau_A^{(p)}) \right)$, $B_p = \left(\tilde{x}(\tau_B^{(p)}), \tilde{y}(\tau_B^{(p)}) \right)$, $C_p =$
 $= \left(\tilde{x}(\tau_C^{(p)}), \tilde{y}(\tau_C^{(p)}) \right)$, $D_p = \left(\tilde{x}(\tau_D^{(p)}), \tilde{y}(\tau_D^{(p)}) \right)$ (відповідну границю
області G_z із даними чотирма відміченими точками позначимо че-
рез $\partial G_z^{(p)}$).

Задача полягає у розрахунку електродинамічних сіток, полів швидкостей та реконструкції зображення КП.

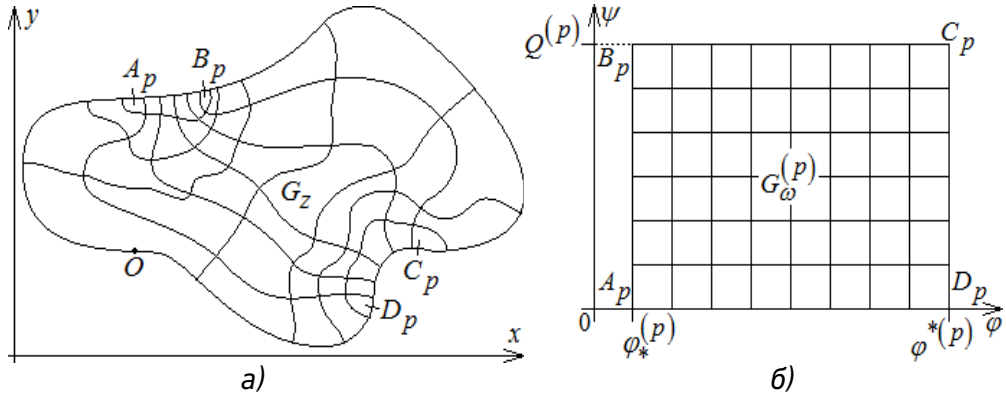


Рис. 1. Томографічний переріз G_z (а), відповідна область комплексного квазіпотенціалу (б)

Задачі аналізу та синтезу [8]. Ввівши функції течії $\psi^{(p)}(x, y)$, комплексно спряжені до функцій $\varphi^{(p)}(x, y)$ ($p = \overline{1, \bar{p}}$), аналогічно до [9–11; 15–17], приходимо до серії більш загальних крайових задач на квазіконформні відображення $\omega = \omega^{(p)}(z) = \varphi^{(p)}(x, y) + i\psi^{(p)}(x, y)$ фізичних областей $G_z^{(p)}$ (рис. 1, а) на відповідні області комплексного квазіпотенціалу $G_\omega^{(p)}$ (рис. 1, б):

$$\sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial x} = \frac{\partial \psi^{(p)}}{\partial y}, \sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial y} = -\frac{\partial \psi^{(p)}}{\partial x}; \quad (2)$$

$$\varphi^{(p)} \Big|_{A_p B_p} = \varphi_*^{(p)}, \varphi^{(p)} \Big|_{C_p D_p} = \varphi^{*(p)}, \psi^{(p)} \Big|_{A_p D_p} = 0,$$

$$\psi^{(p)} \Big|_{B_p C_p} = Q^{(p)}; \quad (3)$$

$$\int_{MN} \sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial n} dl = Q^{(p)}, M \in B_p C_p, N \in A_p D_p;$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(p)}(M) \Big|_{B_p C_p} &= \bar{\varphi}^{(p)}(M), \varphi^{(p)}(M) \Big|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(M), \\ \psi^{(p)}(M) \Big|_{A_p B_p} &= \Psi_*^{(p)}(M), \psi^{(p)}(M) \Big|_{C_p D_p} = \Psi^{*(p)}(M), \end{aligned} \quad (4)$$

де $G_\omega^{(p)} = \{(\varphi, \psi): \varphi_*^{(p)} \leq \varphi \leq \varphi^{(p)*}, 0 \leq \psi \leq Q^{(p)}\}; \quad \Psi_*^{(p)}(M) =$



$$= \int_{A_p M} \psi_*^{(p)}(M) dl, \quad \Psi_*^{(p)}(M) = \int_{D_p M} \psi_*^{(p)}(M) dl; \quad Q^{(p)} - \text{ потоки век-}$$

торного поля (струму) через контактні поверхні ($A_p B_p$ та $C_p D_p$), dl – елемент дуги відповідної кривої.

У роботі [15] обґрунтовано доцільність переходу від прямих задач (на квазіконформні відображення G_z на G_ω) до обернених. Обернені нелінійні крайові задачі на квазіконформні відображення $z=z^{(p)}(\omega) = x^{(p)}(\varphi, \psi) + iy^{(p)}(\varphi, \psi)$ областей $G_\omega^{(p)}$ на $G_z^{(p)}$ при невідомих $\varphi^{(p)}(x, y)$ та $\psi^{(p)}(x, y)$, аналогічно до [9–11; 15; 17], зводимо до розв'язання систем еліптичних рівнянь:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial x^{(p)}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sigma \frac{\partial x^{(p)}}{\partial \psi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial y^{(p)}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sigma \frac{\partial y^{(p)}}{\partial \psi} \right) = 0, \\ \forall (x^{(p)}, y^{(p)}) \in G_z^{(p)} \quad (5)$$

за умов:

$$\begin{aligned} x^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi) &= \tilde{x}(\tau_*^{(p)}(\psi)), \quad y^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi) = \tilde{y}(\tau_*^{(p)}(\psi)), \\ x^{(p)}(\varphi, Q^{(p)}) &= \tilde{x}(\bar{\tau}^{(p)}(\varphi)), \quad y^{(p)}(\varphi, Q^{(p)}) = \tilde{y}(\bar{\tau}^{(p)}(\varphi)), \\ x^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi) &= \tilde{x}(\tau^{*(p)}(\psi)), \quad y^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi) = \tilde{y}(\tau^{*(p)}(\psi)), \\ x^{(p)}(\varphi, 0) &= \tilde{x}(\underline{\tau}^{(p)}(\varphi)), \quad y^{(p)}(\varphi, 0) = \tilde{y}(\underline{\tau}^{(p)}(\varphi)); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}'(\tau) \frac{\partial y^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi_*^{(p)}(\tau, \dots))}{\partial \varphi} - \tilde{y}'(\tau) \frac{\partial x^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi_*^{(p)}(\tau, \dots))}{\partial \varphi} = \\ = 0, \tau \in [\tau_B^{(p)}; \tau_A^{(p)}], \tilde{x}'(\tau) \frac{\partial y^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi^{*(p)}(\tau, \dots))}{\partial \varphi} - \\ - \tilde{y}'(\tau) \frac{\partial x^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi^{*(p)}(\tau, \dots))}{\partial \varphi} = 0, \tau \in [\tau_D^{(p)}; \tau_C^{(p)}], \\ \tilde{x}'(\tau) \frac{\partial y^{(p)}(\underline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots), 0)}{\partial \psi} - \tilde{y}'(\tau) \frac{\partial x^{(p)}(\underline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots), 0)}{\partial \psi} = 0, \\ \tau \in [\tau_A^{(p)}; \tau_D^{(p)}], \tilde{x}'(\tau) \frac{\partial y^{(p)}(\overline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots), Q^{(p)})}{\partial \psi} - \\ - \tilde{y}'(\tau) \frac{\partial x^{(p)}(\overline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots), Q^{(p)})}{\partial \psi} = 0, \tau \in [\tau_C^{(p)}; \tau_B^{(p)}], \end{array} \right. \quad (7)$$

де $\tau = \tau_*^{(p)}(\psi)$, $\tau = \bar{\tau}^{(p)}(\varphi)$, $\tau = \tau^{*(p)}(\psi)$, $\tau = \underline{\tau}^{(p)}(\varphi)$
 $(\varphi_*^{(p)} \leq \varphi \leq \varphi^{*(p)}, 0 \leq \psi \leq Q^{(p)})$ – функції, побудовані шляхом інте-
 рполювання експериментально отриманих їх значень $\tau_{*j}^{(p)}$, $\bar{\tau}_i^{(p)}$,
 $\tau_{j*}^{*(p)}$, $\underline{\tau}_i^{(p)}$ при аргументах $\Psi_{*j}^{(p)}$, $\bar{\varphi}_i^{(p)}$, $\Psi_{j*}^{*(p)}$, $\underline{\varphi}_i^{(p)}$ на ділянках
 $A_p B_p$, $B_p C_p$, $C_p D_p$, та $A_p D_p$, відповідно.

Реконструйовуватимемо КП за умови мінімізації функціоналу

$$\begin{aligned} \Phi \left(x^{(1)}, \dots, x^{(\tilde{p})}, y^{(1)}, \dots, y^{(\tilde{p})}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s} \right) = \\ = \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \left(\sigma \left(x^{(p)}, y^{(p)}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s} \right) - \right. \\ \left. - f \left(x^{(p)}, y^{(p)} \right) \right)^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (8)$$



$$\text{де } f\left(x^{(p)}, y^{(p)}\right) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial x^{(p)}}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(p)}}{\partial \varphi}\right)^2\right) / \left(\left(\frac{\partial x^{(p)}}{\partial \psi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(p)}}{\partial \psi}\right)^2\right)}.$$

Виходячи з необхідної умови існування екстремуму функції багатьох змінних маємо наступну СЛАР:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \sum_{k=0}^s \sum_{r=0}^k a_{k-r,r} x^{(p)k-r+k_2-r_2} y^{(p)r+r_2} = \\ = \sum_{p=1}^{\tilde{p}} f\left(x^{(p)}, y^{(p)}\right) x^{(p)k_2-r_2} y^{(p)r_2} \end{aligned} \quad (9)$$

стосовно змінних a_{k_2, r_2} ($k_2 = \overline{0, s}, r_2 = \overline{0, k_2}$).

Різницевий аналог задачі (5) – (8) у рівномірних сіткових областях $G_{\omega}^{\gamma(p)}$ запишемо так [9–11; 15; 18]:

– використовуючи схему «хрест», різницеві аналоги рівнянь типу Лапласа (5) у сіткових областях $G_{\omega}^{\gamma(p)}$ представимо у вигляді

$$\begin{aligned} x_{i,j}^{(p)} = & \left(x_{i+1,j}^{(p)} + x_{i-1,j}^{(p)} + \frac{\gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{4} \left(\frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial x} \left(x_{i,j+1}^{(p)} - x_{i,j-1}^{(p)} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial y} \left(y_{i,j+1}^{(p)} - y_{i,j-1}^{(p)} \right) \right) \left(x_{i,j+1}^{(p)} - x_{i,j-1}^{(p)} \right) - \frac{0.25}{\sigma_{i,j}^{\gamma(p)}} \left(\frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial x} \left(x_{i+1,j}^{(p)} - \right. \right. \\ & \left. \left. - x_{i-1,j}^{(p)} \right) + \frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial y} \left(y_{i+1,j}^{(p)} - y_{i-1,j}^{(p)} \right) \right) \left(x_{i+1,j}^{(p)} - x_{i-1,j}^{(p)} \right) + \\ & \left. + \gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma(p)2} \left(x_{i,j-1}^{(p)} + x_{i,j+1}^{(p)} \right) \right) / \left(2 \left(1 + \gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma(p)2} \right) \right), \\ y_{i,j}^{(p)} = & \left(y_{i+1,j}^{(p)} + y_{i-1,j}^{(p)} + \frac{\gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{4} \left(\frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial x} \left(x_{i,j+1}^{(p)} - x_{i,j-1}^{(p)} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial y} \left(y_{i,j+1}^{(p)} - y_{i,j-1}^{(p)} \right) \right) \left(y_{i,j+1}^{(p)} - y_{i,j-1}^{(p)} \right) - \frac{0.25}{\sigma_{i,j}^{\gamma(p)}} \left(\frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma(p)}}{\partial x} \left(x_{i+1,j}^{(p)} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -x_{i-1,j}^{(p)} + \frac{\partial \sigma_{i,j}^{\gamma^{(p)}}}{\partial y} \left(y_{i+1,j}^{(p)} - y_{i-1,j}^{(p)} \right) \left(y_{i+1,j}^{(p)} - y_{i-1,j}^{(p)} \right) + \\
 & + \gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma^{(p)2}} \left(y_{i,j-1}^{(p)} + y_{i,j+1}^{(p)} \right) / \left(2 \left(1 + \gamma^{(p)2} \sigma_{i,j}^{\gamma^{(p)2}} \right) \right); \quad (10)
 \end{aligned}$$

– крайові умови (6) апроксимуємо такими точковими співвідношеннями

$$\begin{aligned}
 x_{0,j}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\tau_*^{(p)} (\psi_j) \right), \quad y_{0,j}^{(p)} = \tilde{y} \left(\tau_*^{(p)} (\psi_j) \right), \\
 x_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\bar{\tau}^{(p)} (\varphi_i) \right), \quad y_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} = \tilde{y} \left(\bar{\tau}^{(p)} (\varphi_i) \right), \\
 x_{m^{(p)}+1,j}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\tau^{*(p)} (\psi_j) \right), \quad y_{m^{(p)}+1,j}^{(p)} = \tilde{y} \left(\tau^{*(p)} (\psi_j) \right), \\
 x_{i,0}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\underline{\tau}^{(p)} (\varphi_i) \right), \quad y_{i,0}^{(p)} = \tilde{y} \left(\underline{\tau}^{(p)} (\varphi_i) \right) \\
 & \left(0 \leq i \leq m^{(p)} + 1, 0 \leq j \leq n^{(p)} + 1 \right); \quad (11)
 \end{aligned}$$

– умови ортогональності (7) на границі області наблизимо наступними точково-різницевиими рівняннями

$$\begin{cases}
 \tilde{x}'(\tau) \left(y_{1,j}^{(p)} - y_{0,j}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{1,j}^{(p)} - x_{0,j}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_B^{(p)}; \tau_A^{(p)} \right], \\
 \tilde{x}'(\tau) \left(y_{m,j}^{(p)} - x_{m+1,j}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{m,j}^{(p)} - x_{m+1,j}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_D^{(p)}; \tau_C^{(p)} \right], \\
 \tilde{x}'(\tau) \left(y_{i,n}^{(p)} - x_{i,n+1}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{i,n}^{(p)} - x_{i,n+1}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_C^{(p)}; \tau_B^{(p)} \right], \\
 \tilde{x}'(\tau) \left(y_{i,1}^{(p)} - y_{i,0}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{i,1}^{(p)} - x_{i,0}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_A^{(p)}; \tau_D^{(p)} \right] \\
 \left(1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)} \right),
 \end{cases} \quad (12)$$

де $\gamma^{(p)}$ – квазіконформні інваріанти [15] для відповідних областей

$$\begin{aligned}
 G_\omega^{\gamma^{(p)}} &= \left\{ \left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)} \right) : \quad \varphi_i^{(p)} = \varphi_*^{(p)} + i\Delta\varphi^{(p)}, \quad \overline{i=0, m^{(p)}+1}; \right. \\
 \psi_j^{(p)} &= j\Delta\psi^{(p)}, \quad \overline{j=0, n^{(p)}+1}; \quad \Delta\varphi^{(p)} = \frac{\varphi^{(p)*} - \varphi_*^{(p)}}{m^{(p)}+1}, \quad \Delta\psi^{(p)} = \frac{Q^{(p)}}{n^{(p)}+1},
 \end{aligned}$$



$$\gamma^{(p)} = \frac{\Delta\varphi^{(p)}}{\Delta\psi^{(p)}}, \quad m^{(p)}, n^{(p)} \in \mathbb{N}\}; \quad x_{i,j}^{(p)} = x^{(p)}\left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)}\right), \quad y_{i,j}^{(p)} =$$

$$= y^{(p)}\left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)}\right), \quad \sigma_{i,j\pm 1/2}^{\gamma^{(p)}} = \sigma\left(\left(x_{i,j\pm 1}^{(p)} + x_{i,j}^{(p)}\right)/2, \left(y_{i,j\pm 1}^{(p)} + y_{i,j}^{(p)}\right)/2\right),$$

$$\sigma_{i\pm 1/2,j}^{\gamma^{(p)}} = \sigma\left(\left(x_{i\pm 1,j}^{(p)} + x_{i,j}^{(p)}\right)/2, \left(y_{i\pm 1,j}^{(p)} + y_{i,j}^{(p)}\right)/2\right), \quad \left(x_{i,j}^{(p)}, y_{i,j}^{(p)}\right) \in G_z^{(p)};$$

– функціонал (8) та систему (9) перепишемо для всіх внутрішніх вузлових точок $x_{i,j}^{(p)}, y_{i,j}^{(p)}$ наступним чином

$$\Phi\left(x^{(1)}, \dots, x^{(\tilde{p})}, y^{(1)}, \dots, y^{(\tilde{p})}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s}\right) =$$

$$= \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \sum_{i=1}^{m^{(p)}} \sum_{j=1}^{n^{(p)}} \left(\sigma\left(x_{i,j}^{(p)}, y_{i,j}^{(p)}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s}\right) - \right.$$

$$\left. - f^{\gamma}\left(x_{i-1,j}^{(p)}, y_{i,j-1}^{(p)}, x_{i+1,j}^{(p)}, y_{i,j+1}^{(p)}\right) \right)^2 \rightarrow \min; \quad (13)$$

$$\sum_{p=1}^{\tilde{p}} \sum_{i=1}^{m^{(p)}} \sum_{j=1}^{n^{(p)}} \sum_{k=0}^s \sum_{r=0}^k a_{k-r,r} x_{i,j}^{(p)k-r+k_2-r_2} y_{i,j}^{(p)r+r_2} =$$

$$= \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \sum_{i=1}^{m^{(p)}} \sum_{j=1}^{n^{(p)}} f^{\gamma}\left(x_{i-1,j}^{(p)}, y_{i,j-1}^{(p)}, x_{i+1,j}^{(p)}, y_{i,j+1}^{(p)}\right) x_{i,j}^{(p)k_2-r_2} y_{i,j}^{(p)r_2}, \quad (14)$$

де $k_2 = \overline{0, s}$, $r_2 = \overline{0, k_2}$; $f^{\gamma}\left(x_{i-1,j}^{(p)}, y_{i,j-1}^{(p)}, x_{i+1,j}^{(p)}, y_{i,j+1}^{(p)}\right) =$

$$= \frac{1}{\gamma^{(p)}} \frac{\sqrt{\left(x_{i+1,j}^{(p)} - x_{i-1,j}^{(p)}\right)^2 + \left(y_{i+1,j}^{(p)} - y_{i-1,j}^{(p)}\right)^2}}{\sqrt{\left(x_{i,j+1}^{(p)} - x_{i,j-1}^{(p)}\right)^2 + \left(y_{i,j+1}^{(p)} - y_{i,j-1}^{(p)}\right)^2}}.$$

Зауваження. При розв'язуванні задачі ідентифікації за великих значень параметра s ($s > 4$) формування та розв'язання СЛАР (14) необхідно виконувати з використанням механізмів довільної точності.

Алгоритм розв'язання вихідної задачі полягає у почерговій параметризації внутрішніх вузлів сіткових областей $G_z^{\gamma^{(p)}}$, множини КП та використанні ідей методу блочної ітерації [19]. А саме: задаємо

кількість інжекцій \tilde{p} , границю областей $G_z^{(p)}$ (функціями $x = \tilde{x}(\tau)$, $y = \tilde{y}(\tau)$), параметри $\tau_A^{(p)}$, $\tau_B^{(p)}$, $\tau_C^{(p)}$, $\tau_D^{(p)}$, квазіпотенціали $\varphi_*^{(p)}$, $\varphi^{*(p)}$ та витрати $Q^{(p)}$, параметри $m^{(p)}$, $n^{(p)}$ розбиття областей $G_\omega^{(p)}$ (такі, щоб $\frac{Q^{(p)}}{\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)}} \frac{n^{(p)} + 1}{m^{(p)} + 1} \approx 1$). При цьому обчислюємо

координати точок $A_p = \left(\tilde{x}(\tau_A^{(p)}), \tilde{y}(\tau_A^{(p)}) \right)$, $B_p = \left(\tilde{x}(\tau_B^{(p)}), \tilde{y}(\tau_B^{(p)}) \right)$,
 $C_p = \left(\tilde{x}(\tau_C^{(p)}), \tilde{y}(\tau_C^{(p)}) \right)$, $D_p = \left(\tilde{x}(\tau_D^{(p)}), \tilde{y}(\tau_D^{(p)}) \right)$ на $\partial G_z^{(p)}$,

$\Delta\varphi^{(p)} = \frac{\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)}}{m^{(p)} + 1}$, $\Delta\psi^{(p)} = \frac{Q^{(p)}}{n^{(p)} + 1}$ та значення квазіконформних інваріантів $\gamma^{(p)} = \Delta\varphi^{(p)} / \Delta\psi^{(p)}$.

Задавши значення функцій течії $\psi_{*j}^{(p)}$, $\psi_j^{*(p)}$ та потенціалів $\bar{\varphi}_i^{(p)}$, $\underline{\varphi}_i^{(p)}$ в точках $\tau_{*j}^{(p)}$, $\tau_j^{*(p)}$, $\bar{\tau}_i^{(p)}$, $\underline{\tau}_i^{(p)}$, відповідно, шляхом інтерполяції обчислюємо (11), після чого знаходимо координати вузлів $x_{0,j}^{(p)}$, $y_{0,j}^{(p)}$, $x_{i,n^{(p)}+1}^{(p)}$, $y_{i,n^{(p)}+1}^{(p)}$, $x_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}$, $y_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}$, $x_{i,0}^{(p)}$, $y_{i,0}^{(p)}$ ($0 \leq i \leq m^{(p)} + 1, 0 \leq j \leq n^{(p)} + 1, p = \overline{1, \tilde{p}}$) на $\partial G_z^{(p)}$. Початкові наближення $x_{i,j}^{(p,0)}$, $y_{i,j}^{(p,0)}$ та параметрів $a_{k,r}^{(0)}$ ($k = \overline{0, s}, r = \overline{0, k}$), що визначають КП, отримуємо, наприклад, так: $x_{i,j}^{(p,0)} = \left(x_{i,0}^{(p)} + x_{i,n^{(p)}}^{(p)} + x_{0,j}^{(p)} + x_{m^{(p)},j}^{(p)} \right) / 4$, $y_{i,j}^{(p,0)} = \left(y_{i,0}^{(p)} + y_{i,n^{(p)}}^{(p)} + y_{0,j}^{(p)} + y_{m^{(p)},j}^{(p)} \right) / 4$ ($1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}, p = \overline{1, \tilde{p}}$), $a_{0,0}^{(0)} = 1$, $a_{k,r}^{(0)} = 0$ ($k = \overline{1, s}, r = \overline{0, k}$).

Ітераційний процес реконструкції складається з наступних етапів: задаємо номер інжекції $p = 1$; уточнюємо координати приграничних вузлів (використовуючи різницеві аналоги умов типу Коші-Рімана) шляхом розв'язання систем рівнянь



$$\begin{cases} x_{1,j}^{(p,l+1)} = x_{0,j} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{0,j}^{(l)}\left(y_{0,j+1}^{(p,l)} - y_{0,j-1}^{(p,l)}\right), \\ y_{1,j}^{(p,l+1)} = y_{0,j} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{0,j}^{(l)}\left(x_{0,j+1}^{(p,l)} - x_{0,j-1}^{(p,l)}\right); \\ x_{m,j}^{(p,l+1)} = x_{m+1,j} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{m+1,j}^{(l)}\left(y_{m+1,j+1}^{(p,l)} - y_{m+1,j-1}^{(p,l)}\right), \\ y_{m,j}^{(p,l+1)} = y_{m+1,j} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{m+1,j}^{(l)}\left(x_{m+1,j+1}^{(p,l)} - x_{m+1,j-1}^{(p,l)}\right); \\ x_{i,1}^{(p,l+1)} = x_{i,0} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,0}^{(l)}\left(y_{i+1,0}^{(p,l)} - y_{i-1,0}^{(p,l)}\right), \\ y_{i,1}^{(p,l+1)} = y_{i,0} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,0}^{(l)}\left(x_{i+1,0}^{(p,l)} - x_{i-1,0}^{(p,l)}\right); \\ x_{i,n}^{(p,l+1)} = x_{i,n+1} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,n+1}^{(l)}\left(y_{i+1,n+1}^{(p,l)} - y_{i-1,n+1}^{(p,l)}\right), \\ y_{i,n}^{(p,l+1)} = y_{i,n+1} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,n+1}^{(l)}\left(x_{i+1,n+1}^{(p,l)} - x_{i-1,n+1}^{(p,l)}\right) \end{cases}$$

відносно $\left(x_{1,j}^{(p,l+1)}, y_{1,j}^{(p,l+1)}\right)$, $\left(x_{m,j}^{(p,l+1)}, y_{m,j}^{(p,l+1)}\right)$, $\left(x_{i,1}^{(p,l+1)}, y_{i,1}^{(p,l+1)}\right)$, $\left(x_{i,n}^{(p,l+1)}, y_{i,n}^{(p,l+1)}\right)$, відповідно $\left(1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}\right)$; застосуємо формулу (10) для знаходження координат внутрішніх вузлів при $i = 2, m^{(p)} - 1$, $j = 2, n^{(p)} - 1$ [9; 10; 15]; розв'язуємо СЛАР (14) відносно $a_{k,r}^{(l)}$ (тут $l = 0, 1, \dots$ – номер кроку ітерації, $k = 1, \dots, s$, $r = 0, \dots, k$); якщо $p < \tilde{p}$, то змінюємо номер інжекції $p = p + 1$ і повертаємося до уточнення координат внутрішніх вузлів; інакше – перевіряємо умови завершення ітераційного процесу, серед яких можуть бути [9; 15]: стабілізація приграничних вузлів, КП, параметра ступеня квазіконформності, величин витрат тощо $(1 \leq p \leq \tilde{p}, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n)$. У випадку невиконання хоча б однієї із цих умов ітераційний процес починаємо заново, інакше – будуємо відповідне реконструйоване зображення та, при необхідності, електродинамічні сітки, області комплексного квазіпотенціалу чи розраховуємо поля густин струму за формулою $\vec{j}^{(p)} = \sigma(x, y) \cdot \text{grad}\varphi^{(p)}$ тощо.

Зауваження 1. При даній постановці задачі (на відміну від [10; 11; 15; 17], але аналогічно до [9]) відпадає потреба у використанні формул для уточнення граничних вузлів (оскільки їх координати є

априорно відомими).

Зауваження 2. Тут задля економії програмного часу допускається застосування формул (13) та (14) для вибраних точок.

Наведемо результати **числових розрахунків** при наступних даних: $\tilde{x}(\tau) = 150(1 + \cos \tau)$, $\tilde{y}(\tau) = 100(1 + \sin \tau)$, $\tilde{p} = 40$, $m^{(p)} = 100$, $s = 4$, $a_{0,0}^{(0)} = 1$, $a_{k,r}^{(0)} = 0$ ($k = \overline{1,s}, r = \overline{0,k}$), $\varphi_*^{(p)} = 0$, $\varphi^{*(p)} = 1$, $\left\{ \tau_A^{(p)} = \frac{\pi}{8} + (p-1)\frac{\pi}{40} + \pi, \quad \tau_B^{(p)} = \tau_A^{(p)} - \frac{\pi}{4}, \quad \tau_C^{(p)} = \tau_A^{(p)} - \pi, \right.$
 $\left. \tau_D^{(p)} = \tau_C^{(p)} - \frac{\pi}{4} \right\}$ ($1 \leq p \leq \tilde{p}$), $Q^{(p)}$, $\psi_{*j}^{(p)}$, $\psi_j^{*(p)}$, $\bar{\varphi}_i^{(p)}$, $\underline{\varphi}_i^{(p)}$. Отримано реконструйоване зображення розподілу КП (рис. 2, б), форма неоднорідностей яких наближено відповідають заданому теоретично (рис. 2, а).

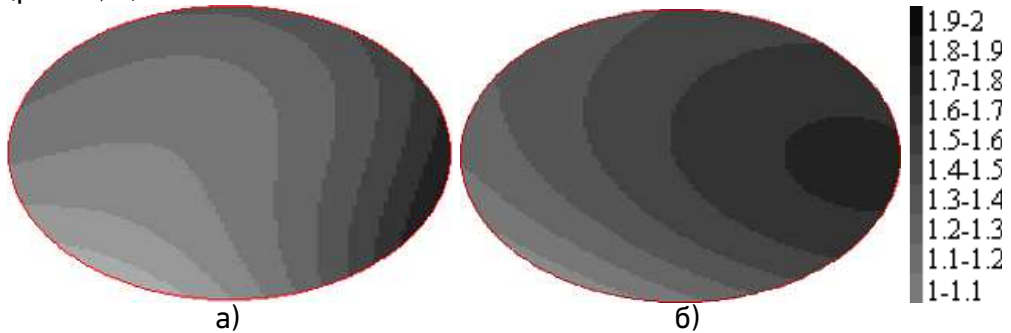


Рис. 2. Розподіл КП: точний розв'язок (при $a_0 = 1.4589336614$, $a_1 = -0.0024400653$, $a_2 = -0.0063507608$, $a_3 = 0.0000054861$, $a_4 = 0.0000041829$, $a_5 = 0.0000377299$, $a_6 = 0.0000000225$, $a_7 = -0.0000000064$, $a_8 = 0.0000000936$, $a_9 = -0.0000001641$) (а); наближений розв'язок (б)

Зауваження 1. У випадку нестійкості запропонованої процедури, подібно до [10; 12], застосуємо процедуру регуляризації Тихонова, а саме, функціонал (8) представимо у вигляді:

$$\Phi(x^{(1)}, \dots, x^{(\tilde{p})}, y^{(1)}, \dots, y^{(\tilde{p})}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s}) =$$

$$= \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \left(\sigma(x^{(p)}, y^{(p)}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s}) - f(x^{(p)}, y^{(p)}) \right)^2 +$$



$$+\eta \cdot \Omega \left[x^{(1)}, \dots, x^{(\tilde{p})}, y^{(1)}, \dots, y^{(\tilde{p})}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s} \right] \rightarrow$$
$$\rightarrow \min, \quad (15)$$

де $\Omega \left[x^{(1)}, \dots, x^{(\tilde{p})}, y^{(1)}, \dots, y^{(\tilde{p})}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{0,1}, \dots, a_{s,0}, a_{s-1,1}, \dots, a_{0,s} \right]$ – стабілізуючий функціонал; η – параметр регуляризації.

Зауваження 2. Для зручності викладок вважалось, що процес є стійким і що регуляризацію Тихонова проводити не потрібно.

Зауваження 3. З метою підвищення точності реконструкції КП пропонується створення спеціальної процедури «порушення гладкості» в тих кутових точках, де порушується ортогональність.

Висновки. Розглянуто метод реконструкції зображення, згідно якого задача аналізу зводиться до застосування числових методів квазіконформних відображень, а задача синтезу – до розв'язання задачі параметричної ідентифікації. Таким чином, КП пропонується задавати у вигляді многочлена, залежного від координат фізичної області, а використання спеціально розробленої процедури «усереднення» проміжних ітераційних наближень кусково-однорідного КП за даними на всіх інжекціях [9] поширюється на випадок неоднорідного середовища, зокрема, має місце ідентифікація коефіцієнтів виразу (1) за умови мінімізації функціонала (8) шляхом розв'язанням СЛАР (14). Швидкість реконструкції при цьому менша.

Суттєвою особливістю розробленого алгоритму є можливість порівняно легкого його розпаралелення та зупинки процедури обчислення за умови виконання лише деяких із умов закінчення процесу з автоматичним визначенням тих ділянок фізичної області, де мають місце похибки обчислень, що дає змогу економніше використовувати машинний час. Останнє є актуальним, зокрема, у випадку виявлення так званих «застійних зон» та «зон великих градієнтів», що виникають поблизу особливих точок негладких граничних ліній та критичних точок внутрішностей відповідних областей.

У перспективі – можливість перенесення алгоритму на просторовий випадок та випадки наявності кількох ділянок прикладання потенціалів вихідної течії.

1. Holder D. Electrical Impedance Tomography. Methods, History and Applications / D. Holder. – London: Institute of Physics, 2005. – 456 p.
2. Hou T. C. Electrical Impedance Tomographic Methods for Sensing Strain Fields and Crack Damage in Cementitious Structures / T. C. Hou, J. P. Lynch // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2009. – Vol. 20. – P. 1363–1379.
3. Sun T. On-chip electrical impedance tomography for imaging biological cells / T. Sun, S. Tsuda, K. P. Zauner and other // Biosensors and Bioelectronics. – 2010. – Vol. 25 (5). – P. 1109–1115.
4. Liu D. Estimation of

Conductivity Changes in a Region of Interest with Electrical Impedance / D. Liu, V. Kolehmainen, S. Siltanen and other // *Inverse Problems and Imaging*. – 2014. – Vol. 9 (1). – P. 211–229. **5.** Denyer C. W. L. *Electronics for Real-Time and Three-Dimensional Electrical Impedance Tomographs: PhD Thesis* / C. W. L. Denyer. – Oxford, 1996. **6.** Houssem H. *Conformal Mapping and an Inverse Impedance Boundary Value Problem* / H. Houssem, R. Kress // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. – 2006. – Vol. 14 (8). – P. 785–804. **7.** Гаврилов С. В. Итерационный метод решения трехмерной задачи электроимпедансной томографии в случае кусочно-постоянной проводимости и нескольких измерений на границе / С. В. Гаврилов // *Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии*. – 2013. – Вип. 14 (1). – С. 26–30. **8.** Сушко І. О. Візуалізація розподілу поверхневих провідностей методом зон провідності / І. О. Сушко, О. І. Рибін // *Вісник НТУУ “КПІ”. Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. – 2014. – Вип. 5. – С. 7–17. **9.** Бомба А. Я. One numerical complex analysis method for parameters identification of piecewise homogeneous conductivity media with using applied quasipotential tomographic data / А. Я. Бомба, М. В. Бойчуря // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць*. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2016. – Вип. 14. – С. 5–17. **10.** Бомба А. Я. Числовий метод квазіко-нформного відображення розв'язання задач ідентифікації коефіцієнта електричної провідності за даними томографії прикладених потенціалів / А. Я. Бомба, Л. Л. Крока // *Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика*. – Рівне : РДГУ, 2014. – Вип. 11 (20). – С. 24–33. **11.** Бомба А. Я. Числові методи комплексного аналізу при розв'язанні одного класу нелінійних еліптичних задач за умов ідентифікації параметрів / А. Я. Бомба, Л. Л. Крока // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр.* – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т, 2014. – Вип. 10. – С. 24–33. **12.** Шерина Е. С. Численное моделирование задачи электроимпедансной томографии и исследование подхода на основе метода конечных объемов / Е. С. Шерина, А. В. Старченко // *Бюллетень сибирской медицины*. – Томск : Сибирский государственный медицинский университет, 2014. – Вип. 4. – С. 156–164. **13.** Somersalo E. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography / E. Somersalo, M. Cheney, D. Isaacson // *SIAM J. Appl. Math.* – 1992. – Vol. 52 (4). – P. 1023–1040. **14.** Горб М. С. Вибір математичної моделі об'єкту дослідження в електроімпедансній томографії / М. С. Горб, О. В. Гусева // *Вісник НТУУ “КПІ”. Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. – 2013. – Вип. 52. – С. 120–128. **15.** Бомба А. Я. *Методи комплексного аналізу: монографія* / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярощак. – Рівне : НУВГП, 2013. – 415 с. **16.** Лаврентьев М. А. *Методы теории функции комплексного переменного* / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – Москва : Наука, 1973. – 736 с. **17.** Бомба А. Я. *Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки* / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопецький. – Київ : Наукова думка, 2007. – 308 с. **18.** Самарский А. А. *Теория разностных схем* / А. А. Самарский. – Москва : Наука, 1977. – 656 с. **19.** Ортега Дж. *Итерацион-*



ные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт. – Москва : Мир, 1975. – 558 с.

Рецензент: д.т.н., профессор, Сафоник А. П. (НУВГП)

**Bomba A. Y., Doctor of Engineering, Professor, Boichura M. V.,
Post-graduate Student** (Rivne State University of Humanities, Rivne)

APPLIED QUASIPOTENTIAL METHOD FOR SOLVING COEFFICIENT PROBLEM OF PARAMETERS IDENTIFICATION

The problem of identifying the parameters of the conductivity coefficient of the medium from the data of the tomography of the applied quasipotentials is described. A method for reconstructing an image is proposed. According to this method the analysis problem reduces to the application of numerical methods of quasiconformal mappings, and the synthesis problem reduces to the solution of the problem of parametric identification. The results of numerical experiments are presented.

Keywords: applied quasipotential tomography, quasiconformal mappings, identification, nonlinear problems.

Бомба А. Я., д.т.н., профессор, Бойчура М. В., аспирант (Ровенский государственный гуманитарный университет, г. Ровно)

МЕТОД ПРИЛОЖЕННЫХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛОВ РЕШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Рассматривается задача идентификации параметров коэффициента проводимости среды по данным томографии приложенных квазипотенциалов. Предлагается метод реконструкции изображения, согласно которому задача анализа сводится к применению численных методов квазиконформных отображений, а задача синтеза – к решению задачи параметрической идентификации. Приводятся результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: томография приложенных квазипотенциалов, квазиконформные отображения, идентификация, нелинейные задачи.
