



Токар Л. О., к.т.н., доцент, Токар О. І., к.т.н., доцент, Поташник С. І., к.т.н., професор, Ясінська Л. Р., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ІМОВІРНІСНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ТРАПЕЦЕЇДАЛЬНИХ КАНАЛІВ

Проаналізовано детерміністичні залежності, які доповнені імовірнісними залежностями для визначення пропускної здатності каналів гідромеліоративних систем. Запропонована математична модель для оцінювання імовірнісних меж зміни витрат у каналах трапецеїдальної форми поперечного перерізу.

Ключові слова: імовірнісне оцінювання, модель, імовірнісні межі, канал, витрата, глибина.

Уданий час проектування об'єктів гідромеліоративних систем базується на детерміністичних залежностях. При цьому визначальний параметр (параметр, що характеризує надійність об'єкта) часто є функцією кількох аргументів

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) . \quad (1)$$

В переважній більшості випадків природа аргументів X_1, X_2, \dots, X_n така, що вони є не детерміністичні, а випадкові величини. У цьому разі значення функції також є випадковими величинами, які мають відповідну ймовірність.

Очевидно, що отримання визначального параметра y з певною ймовірністю дає відповідну гарантію не перевищення, тоді як детерміністичні параметри та методи їх розрахунків такої гарантії не дають.

Якщо детерміністичні залежності побудовані на базі достатньої кількості дослідних даних, значення функції при відповідних значеннях аргументів буде дорівнювати математичному сподіванню

$$m_Y = F(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) . \quad (2)$$

Аналітичні детерміністичні залежності можна використати для оцінок середніх квадратичних відхилень функції.

У переважній більшості випадків функція (1) нелінійна. Проте у вузькому діапазоні зміни своїх аргументів нелінійні функції можна наближено замінити лінійними. Для цього використовують метод лінеаризації функції.

При визначенні дисперсії та середнього квадратичного відхилення функції (1) у теорії ймовірностей функцію (1) ліанеризують в околиці точки $m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}$, тобто в околиці значення функції, яке вона набуває при математичних сподіваннях її аргументів.

Якщо величини X_1, X_2, \dots, X_n не корельовані, то дисперсія і середнє квадратичне відхилення функції дорівнюють :

$$D_Y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_m^2 D_{x_i} \quad (3)$$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_m^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (4)$$

Часткові похідні у залежностях (3), (4) з індексом m означають, що їх значення обчислюють при $x_i = m_i$. Вирази для визначення частинних похідних отримують диференціюванням аналітичної детерміністичної залежності для функції (1).

Для оцінювання достовірності (надійності) значень функції потрібно мати не лише її числові характеристики (математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення), але і закон розподілу функції.

У багатьох випадках на значення аргументів впливає значна кількість факторів внаслідок чого розподіл аргументів близький до нормального. Тому і функція має нормальний розподіл з параметрами m_Y, σ_Y , які визначаються за формулами (3), (4).

У цьому разі для визначення функції із заданою ймовірністю можна використати поняття квантиля або довірчі інтервали [1; 2; 3]

$$P(x < x_p) = P_U \quad (5)$$

$$I_{Y\beta} = (m_Y - t_\beta \sigma_x; m_Y + t_\beta \sigma_x) \quad (6)$$

де x_p – таке значення випадкової величини X , для якої умова $x < x_p$ виконується з імовірністю P_U , $t_\beta = f(\beta)$;

β – імовірність, з якою випадкова величина X накривається інтервалом (6).

Для нормального розподілу функції Y одержимо

$$P\left(\frac{Y - m_Y}{\sigma_Y} \leq U_P\right) = P_U \quad (7)$$

де U_P – квантиль імовірності P_U , який дорівнює кількості середніх квадратичних відхилень σ_Y випадкової величини Y , які потрібно



відкласти вправо від її середнього значення $\bar{y} = m_Y$.

У практичних розрахунках для визначення оцінок σ_{x_i} можна використати дослідні дані, відповідні аналітичні залежності або поле нормативних допусків.

Наприклад, якщо

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \quad (8)$$

то згідно з правилом "трьох сигм" наближено отримаємо

$$\sigma_x = \frac{1}{3} \Delta x. \quad (9)$$

Використовуючи формули (1)-(9), складемо залежності для визначення імовірнісних відхилень пропускної здатності каналів гідромеліоративних систем.

Пропускную здатність каналів при рівномірному русі визначають за формулою Шезі

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}, \quad (10)$$

звідси бачимо, що $Q = f(\omega, C, R, i)$. Отже

$$\sigma_Q^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial \omega} \sigma_\omega \right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial C} \sigma_C \right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial R} \sigma_R \right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial i} \sigma_i \right)^2, \quad (11)$$

де частинні похідні дорівнюють :

$$\frac{\partial Q}{\partial \omega} = \frac{Q}{\omega}, \quad \frac{\partial Q}{\partial C} = \frac{Q}{C}, \quad \frac{\partial Q}{\partial R} = \frac{Q}{2R}, \quad \frac{\partial Q}{\partial i} = \frac{Q}{2i}. \quad (12)$$

Для визначення величин σ_ω , σ_R і σ_C використаємо аналітичні залежності для трапецеїдального руса [4; 5]:

- площа живого перерізу

$$\omega = bh + mh^2, \quad (13)$$

- змочений периметр

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}, \quad (14)$$

- гідравлічний радіус

$$R = \frac{bh + mh^2}{b + 2h\sqrt{1+m^2}}, \quad (15)$$

Використовуючи (4), (13) – (15), одержимо:

$$\sigma_\omega^2 = \left(\frac{\partial \omega}{\partial b} \sigma_b \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial h} \sigma_h \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial m} \sigma_m \right)^2, \quad (16)$$

де

$$\frac{\partial \omega}{\partial b} = h; \quad \frac{\partial \omega}{\partial h} = b + 2mh; \quad \frac{\partial \omega}{\partial m} = h^2, \quad (17)$$

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial b} \sigma_b \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial m} \sigma_m \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial h} \sigma_h \right)^2, \quad (18)$$

$$\frac{\partial R}{\partial b} = \frac{h\chi - \omega}{\chi^2};$$

де

$$\frac{\partial R}{\partial h} = \frac{(b + 2mh)\chi - 2\omega\sqrt{1+m^2}}{\chi^2}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial R}{\partial m} = \frac{\chi h^2 - 2\omega m h (1+m^2)^{-1/2}}{\chi^2}.$$

Для визначення середнього квадратичного відхилення коефіцієнта Шезі використаємо формули (4) і (19) та формулу Маннінга:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \quad (20)$$

$$\sigma_C^2 = \left(\frac{\partial C}{\partial n} \sigma_n \right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial R} \sigma_R \right)^2, \quad (21)$$

де

$$\frac{\partial C}{\partial n} = -\frac{R^{1/6}}{n^2}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial C}{\partial R} = \frac{R^{-5/6}}{6n}.$$

Приклад. Трапецеїдальний канал осушувальної системи розрахований на пропуск максимальної витрати $Q=13 \text{ м}^3/\text{с}$.

Параметри каналу: ширина дна $b=4 \text{ м}$; коефіцієнт закладання укосів $m=2$; коефіцієнт шорсткості $n=0,029$; будівельна глибина каналу $H=2,9 \text{ м}$; похил дна $i=0,0002$.

З імовірністю $\beta=0,90$ потрібно визначити верхню і нижні межі витрат в каналі, якщо згідно норм [6; 7] допуски на параметри каналу такі: відхилення ширина дна $\Delta b = \pm 0,1 \text{ м}$; відхилення похилу дна $\Delta i = 15\%$; відхилення відміток дна $\Delta H = -0,2 \text{ м}$.

Розв'язання

Для визначення величин σ_b , σ_h , σ_i використаємо нормативні допуски та формулу (8):

$$\sigma_b = \frac{1}{3} \cdot 0,1 = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$



$$\sigma_h = \frac{1}{3} \cdot 0,02 = 6,66 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\sigma_i = \frac{1}{3} \cdot 0,15 \cdot i = \frac{1}{3} \cdot 0,15 \cdot 0,0002 = 1 \cdot 10^{-5} .$$

Згідно із розрахунками, що наведені в [8] приймаємо величини:
 $\sigma_m = 0,104$ та $\sigma_n = 0,002786$.

Результати розрахунків наведені в табл. 1 та табл. 2.

Таблиця 1

Значення витрат Q та середніх квадратичних відхилень
витрат σ_Q з імовірністю довіри $\beta = 0,90$

$h, \text{ м}$	$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	$\left(\frac{\partial Q}{\partial \omega} \sigma_\omega\right)^2$	$\left(\frac{\partial Q}{\partial C} \sigma_C\right)^2$	$\left(\frac{\partial Q}{\partial R} \sigma_R\right)^2$	$\left(\frac{\partial Q}{\partial i} \sigma_i\right)^2$	$\sigma_Q, \text{ м}^3/\text{с}$
1,00	2,33	$2,24 \cdot 10^{-3}$	0,05	$7,19 \cdot 10^{-5}$	$3,39 \cdot 10^{-3}$	0,24
1,50	5,06	$1,45 \cdot 10^{-2}$	0,24	$1,91 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-2}$	0,52
2,00	9,00	$5,87 \cdot 10^{-2}$	0,75	$3,52 \cdot 10^{-4}$	$5,06 \cdot 10^{-2}$	0,93
2,39	13,00	$14,23 \cdot 10^{-2}$	1,56	$4,81 \cdot 10^{-4}$	$10,55 \cdot 10^{-2}$	1,35
2,40	13,11	$14,53 \cdot 10^{-2}$	1,59	$4,84 \cdot 10^{-4}$	$10,74 \cdot 10^{-2}$	1,36
2,50	14,28	$17,82 \cdot 10^{-2}$	1,89	$5,16 \cdot 10^{-4}$	$12,74 \cdot 10^{-2}$	1,48
2,60	15,51	$21,70 \cdot 10^{-2}$	2,23	$5,47 \cdot 10^{-4}$	$15,03 \cdot 10^{-2}$	1,61
2,70	16,80	$26,23 \cdot 10^{-2}$	2,61	$5,79 \cdot 10^{-4}$	$17,64 \cdot 10^{-2}$	1,75

Таблиця 2

Значення витрат Q_p ; Q_{min} ; Q_{max} та відхилень витрат δQ від Q_p
з імовірністю довіри $\beta = 0,90$

$h, \text{ м}$	$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	$\delta Q, \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{min}, \text{ м}^3/\text{с}$	$Q_{max}, \text{ м}^3/\text{с}$	$\delta Q, \%$
1,00	2,33	0,39	1,94	2,72	16,94
1,50	5,06	0,86	4,20	5,92	16,91
2,00	9,00	1,53	7,47	10,53	17,00
2,39	13,00	2,22	10,78	15,22	17,08
2,40	13,11	2,24	10,87	15,35	17,06
2,50	14,28	2,43	11,85	16,71	17,05
2,60	15,51	2,65	12,86	18,16	17,08
2,70	16,80	2,88	13,92	19,68	17,14

За даними табл. 2 побудовані графіки $Q=f(h)$ (рисунок).

З табл. 2 та графіків рисунка видно, що при ймовірності довіри $\beta=0,90$ витрати Q_{min} і Q_{max} можуть відрізнятись від витрат Q_p на 17% та при розрахунковій витраті $Q_p=13 \text{ м}^3/\text{с}$ ($h_p=2,39 \text{ м}$) ймовірнісні глибини

води в каналі $h_{min}=2,21$ м; $h_{max}=2,61$ м, що на 7,5% менше та на 9,2% більше від $h_p=2,39$ м.

Аналіз результатів розрахунків наведених вище залежностей дозволяє зробити наступні висновки:

1. Оскільки головні параметри, за якими визначаються розміри та пропускна здатність каналів частково змінюються при їх будівництві та під час експлуатації, то проектуючи розміри каналів, доцільно виконати ймовірнісне прогнозування зміни пропускної здатності каналів. Наведені залежності та приклад розрахунку показують, що дійсні витрати при розрахункових глибинах можуть відрізнятись від розрахункових витрат при імовірності довіри $\beta=0,90$ на $\pm 17\%$, а глибини води на 7...9% від розрахункової h_p .

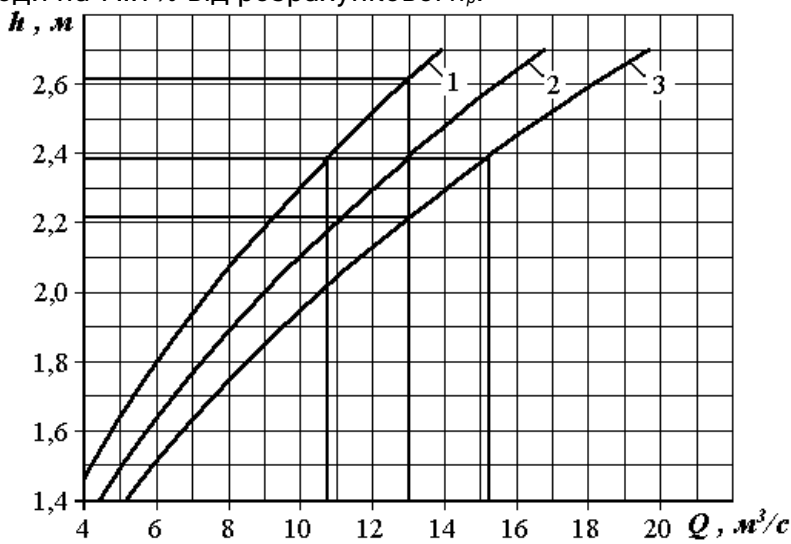


Рисунок. Графіки $Q=f(h)$:

1 – $Q_{min}=f(h_p)$; 2 – $Q_p=f(h_p)$; 3 – $Q_{max}=f(h_p)$

2. Для визначення ймовірних меж зміни глибин води в каналах при пропусканні розрахункових витрат Q_p можна використати графіки $Q_{min}=f(h_p)$; $Q_p=f(h_p)$ та $Q_{max}=f(h_p)$. Якщо глибини води $h>H$ (H – глибина каналу), то відбудеться затоплення частини осушувальної системи.

3. Для збереження розрахункової пропускної здатності каналів осушувальних систем упродовж їх експлуатації, потрібно дотримуватись відомих правил експлуатації:

- своєчасне скошування та зрізання надлишкової рослинності в їх руслах;
- періодичне, але своєчасне, очищення русла від мінеральних та органічних наносів;
- своєчасні ремонти каналів та гідротехнічних споруд на цих каналах.



1. Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло). М. : Физматгиз, 1962. 331 с. 2. Шор Я. Ю., Козлов Ф. Н. Таблицы для анализа и контроля надежности. М. : Советское радио, 1968. 285 с. 3. Науменко І. І. Надійність споруд гідромеліоративних систем. К. : ІСДО, 1994. 424 с. 4. Науменко І. І. Технічна механіка рідини і газу : підручник. Рівне : НУВГП, 2009. 376 с. 5. Науменко І. І. Гідравліка : підручник. Рівне : НУВГП, 2005. 475 с. 6. Контроль качества в мелиоративном строительстве : справочник / Богатов Е. А., Варваров Е. В., Калениченко Л. И., Погорельый А. М. К. : Урожай, 1990. 192 с. 7. Маслов Б. С., Минаев И. В., Губер К. В. Справочник по мелиорации. М. : Росагропромиздат, 1989. 280 с. 8. Токар Л. О. Статистичне моделювання мінливості геометричних параметрів каналів. *Вісник НУВГП. Технічні науки*. 2013. Вип. 4(64). С. 238–243.

REFERENCES:

1. Shreider Yu. A. Metod statisticheskikh ispytaniy (Metod Monte-Karlo). M. : Fizmathiz, 1962. 331 s. 2. Shor Ya. Yu., Kozlov F. N. Tablitsy dlia analiza i kontrolya nadezhnosti. M. : Sovetskoe radio, 1968. 285 s. 3. Naumenko I. I. Nadiinist sporud hidromelioratyvnykh system. K. : ISDO, 1994. 424 s. 4. Naumenko I. I. Tekhnichna mekhanika ridyny i hazu : pidruchnyk. Rivne : NUVHP, 2009. 376 s. 5. Naumenko I. I. Hidravlika : pidruchnyk. Rivne : NUVHP, 2005. 475 s. 6. Kontrol kachestva v meliorativnom stroitelstve : spravochnik / Bohatov E. A., Varvarov E. V., Kalenichenko L. I., Pohorelyi A. M. K. : Urozhai, 1990. 192 s. 7. Maslov B. S., Mynaev I. V., Huber K. V. Spravochnik po melioratsii. M. : Rosahropromizdat, 1989. 280 s. 8. Tokar L. O. Statystychne modeliuвання minlyvosti heometrychnykh parametriv kanaliv. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky*. 2013. Vyp. 4(64). S. 238–243.

Рецензент: д.т.н., професор Ткачук М. М. (НУВГП)

Tokar L. O., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,
Tokar O. I., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,
Potashnyk S. I., Candidate of Engineering (Ph.D.), Professor,
Yasinska L. R., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

PROBABILISTIC ESTIMATION OF THROUGHPUT CAPACITIES OF CHANNELS IN THE FROM OF TRAPEZE

The deterministic dependencies are analyzed for determining the main parameters of the channels, by which, their size and throughput are determined. The importance of the influence of the components of

the Chezi equation on the magnitude of the trapezoidal channel throughput is established. On the basis of the theoretical analysis of regulatory tolerances on parameters in the construction of hydromeliorative channels using probability theory and statistical simulation methods, analytical dependencies have been developed to determine the confidence intervals of the throughput in channels and depths. To determine the probable limits of changing the depths of water in the channels when passing the calculated costs Q_r proposed to use graphs $Q_{min}=f(h_p)$; $Q_p=f(h_p)$ та $Q_{max}=f(h_p)$. The obtained mathematical model for estimating probabilistic limits of changes in costs and depths of water in channels of trapezoidal cross-sectional shape allows to estimate the risk of flow of water from the channel bed and flooding part of the drainage system.

***Keywords:* probabilistic assessment, model, probability limits, channel, throughput capacities, depth.**

**Токарь Л. А., к.т.н., доцент, Токарь А. И., к.т.н., доцент,
Поташник С. И., к.т.н., профессор, Ясинська Л. Р., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и
природопользования, г. Ровно)**

ВЕРОЯТНОСНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ТРАПЕЦИДАЛЬНЫХ КАНАЛОВ

Проанализированы детерминистические зависимости, которые дополнены вероятностными зависимостями для определения пропускной способности каналов гидромелиоративных систем. Предложена математическая модель для оценивания вероятностных границ изменения расходов в каналах трапецидальной формы поперечного сечения.

***Ключевые слова:* вероятностное оценивание, модель, вероятностные границы, канал, расход, глубина.**
