

УДК [519.87+519.21]:631.6:504 <https://doi.org/10.31713/vt120195>

Кір'янов В. М., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ І МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ПРИ РЕГУЛЮВАННІ ВОДНОГО РЕЖИМУ В ЗРОШУВАЛЬНИХ МЕЛІОРАЦІЯХ НА ЗАСАДАХ ГІДРОІНФОРМАТИКИ

Розглядаються питання тлумачення терміну «гідроінформатика», ролі та завдань гідроінформатики для водного господарства, управління зрошувальною системою з використанням математичних методів оптимального управління; здійснена постановка математичної задачі управління запасами, створена стохастична математична модель прийняття рішень в процесі управління зрошувальною системою.

Ключові слова: гідроінформатика, математичне моделювання, інформаційні технології, водне господарство, оптимальне управління, теорія запасів, імітаційна модель, вологоперенос.

Формалізація процесів, що відбуваються у природному середовищі, прийняття інженерних та управлінських рішень у водному господарстві дозволяє глибше зрозуміти ці процеси, підійти більш обґрунтовано до прийняття рішень. Сприяє цьому і науковий напрям «гідроінформатика».

Термін «гідроінформатика» був введений професором Мв Abbott в 1992 році. Саме з цього часу і слід вважати зачаткування в Європі цього наукового напрямку.

Напрямок гідроінформатики ще не завершив формування чітко визначених ознак, характерних для нього. Нерідко у науковців має різне тлумачення цього терміну, то звужуючи сферу його застосування, перелік та характер використання засобів (які притаманні йому), то навпаки – включаючи до нього будь-яке застосування комп'ютера або будь-яку математичну модель у водогосподарській галузі.

Мета статті полягає у викладенні власного тлумачення закладених засад наукового напрямку «гідроінформатика», власного бачення формування цього напрямку; застосування його для вирішення питань прийняття рішень в гідромеліораціях з наведенням отриманих результатів досліджень.

Науковий напрям «гідроінформатика» був сформований як



свідчення інтеграції обчислювальної гідравліки і штучного інтелекту. При цьому під обчислювальною гідравлікою розуміється злиття числових методів прикладної математики, гідродинаміки і гідравліки. На цих засадах це означало, що чисельне моделювання інтегроване з штучним інтелектом в окремий інструментарій [1; 2].

Під штучним інтелектом розуміється самий широкий спектр можливостей, які створює комп'ютер для вирішення поставлених завдань, починаючи від застосування числових методів розв'язування задач в математичному моделюванні, до створення та використання інформаційно-комунікаційних технологій для прийняття інженерних та управлінських рішень в галузі водного господарства з урахування вирішення інженерних, економічних, екологічних і соціальних завдань.

Використання математичного моделювання та комп'ютерних технологій у водному господарстві вже мають свою історію і цей процес продовжується, але це ще не означає, що будь-яке використання комп'ютера, інформаційної технології, математичної моделі у водному господарстві відноситься до наукового напрямку «гідроінформатика».

Слід зазначити, що основними напрямками завдань водного господарства є ефективне використання водних ресурсів для потреб суспільства в його господарській діяльності та запобігання руйнівної дії води. Причому під водними ресурсами слід розуміти не лише поверхневі, але і підземні води, а під використанням водних ресурсів – не лише використання їх на рівні природних руслових водних потоків, але і на різних рівнях штучно створених водогосподарських систем – від крупних водотоків до пересування води в ґрунті. Саме рівень ефективності використання води на нижніх ланках (рівнях) водогосподарських систем, шляхи досягнення цього є визначальним для обґрунтування ефективного використання водних ресурсів на верхніх рівнях цих систем, використання природних поверхневих та підземних водних ресурсів.

Якщо виходити зі змісту терміну «гідроінформатика», то він складається зі слів «гідро» та «інформатика».

«Гідро» означає вода. «Інформатика» (інформація та автоматика) – наука про методи та процеси збирання, збереження, обробки, передачі, аналізу та оцінки інформації з застосуванням комп'ютерних технологій, що забезпечують можливість її використовувати для прийняття рішень [3].

Термін «інформатика» не тотожний терміну «комп'ютер» або «інформаційна технологія», як нерідко за стереотипом це сприймається окремими фахівцями-водогосподарниками, а має значно шир-

ше значення, яке надане вище у визначенні. В основу інформатики покладені математичне моделювання, комп'ютерна техніка та інформаційні технології.

Гідроінформатика (вода, інформація та автоматика) – науковий напрям (одна з прикладних форм) інформатики, що пов'язаний з формалізацією опису водних потоків та прийняття рішень; регулюванням і використанням водних ресурсів з застосуванням математичних моделей та інформаційних технологій; прогнозуванням дії води та ефективного її використання у водному господарстві.

Саме комп'ютер (комп'ютерна технологія) і математичне моделювання, як інтегрований інструментарій, їх спільне використання є однією з основних ознак гідроінформатики.

Цей напрям спрямований на вдосконалення моделювання природних процесів та управління ними з метою підвищення ефективності прийняття інженерних та управлінських рішень у водному господарстві з застосуванням інформаційних (інформаційно-комунікаційних) технологій. Тобто «математичні моделі» та «інформаційні технології» виступають як єдиний інструментарій для прийняття рішень, охоплюючи питання інженерної, екологічної, економічної та соціальної сфери.

Не лише створення цього інструментарію є основною метою гідроінформатики, але і застосування цього інструментарію для підвищення ефективності функціонування штучних водогосподарських систем і використання природних водних ресурсів. Саме водогосподарські проблеми викликають необхідність створення та вдосконалення такого інструментарію. Як в свій час математика виникла в зв'язку з потребами суспільства в його господарській діяльності, так і поява зазначеного інструментарію гідроінформатики також є результатом запиту суспільства для вирішення все зростаючих проблем як у водному господарстві, так і в інших галузях, які залежать від водних ресурсів.

Гідроінформатика застосовується саме там, де неможливо вирішити проблеми, без достатньо точних розрахунків, без глибокого розуміння процесів, що протікають у природному середовищі, зокрема під впливом тих чи інших інженерних та управлінських рішень. В гідроінформатиці використання математичних моделей, імітаційного моделювання на ЕОМ вимагає потужної комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж, баз даних, візуалізації процесів моделювання і отриманих результатів, їх аналізу та прийняття оптимальних рішень.

«Гідроінформатика» об'єднує широкий спектр інструментів, заснованих на математичному моделюванні та інформаційних технологіях для побудови логічних схем з метою розуміння і пояснення про-



цесів, що відбуваються у водному середовищі, розуміння наслідків рішень (можливих рішень) інженерів, як самими інженерами, так і суспільством.

Потреба у сільськогосподарських меліораціях виникла в зв'язку з необхідністю збалансувати основні фактори життя рослин на сільськогосподарських угіддях, якими є світло, тепло, їжа, вода. Зокрема, в аридній зоні таким лімітуючим основним фактором є дефіцит води, тому сільськогосподарські меліорації в даній зоні представлені зрошувальними меліораціями, основне завдання яких полягає у забезпеченні рослин водою у кількості, найбільш сприятливою для їх вирощування [4].

Основним параметром агроєкосистеми, що регулюється з боку зрошувальної системи, є водний режим, через який здійснюється прямо (цілеспрямовано) або побічно вплив на різні біосферні процеси і, в першу чергу, на ґрунтові процеси і урожай сільськогосподарських культур [5].

Динамічний характер процесів, що відбуваються на системі, який у підсумку зводиться до динаміки вологи у ґрунті, залежність цієї динаміки від управлінських рішень і викликає необхідність використати математичні методи оптимального управління.

Загальна постановка задач оптимізації

Під задачами оптимізації розуміють задачі, в яких відшукують екстремуми функцій або функціоналів на множинах, що визначені деякими обмеженнями.

Постановка задачі оптимізації полягає у наступному: задана множина X і функція $f(x)$ (або функціонал, якщо X не множина точок, а множина функцій), що визначена на X ; вимагається знайти точки глобального мінімуму або максимуму функції (функціоналу) f на X [6].

Ця умова записується у наступному вигляді:

$$f(x) \rightarrow \min \quad x \in X. \quad (1)$$

Для розв'язку динамічних задач, коли значення аргументу змінюється у часі і оптимальні значення знаходяться не у точці, а на лінії, використовуються методи варіаційного числення.

Задачі пошуку оптимальних управлінських рішень відносяться до класу варіаційних задач. Однак пошук оптимального управління варіаційними методами зіштовхується з рядом суттєвих труднощів. З метою подолання цих труднощів була розроблена теорія оптимального управління, засновником якої є Л.С. Понтрягін.

Постановка задачі оптимального управління полягає у наступному: є система диференційних рівнянь, якою описується рух керованого об'єкту (системи):

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (2)$$

де $x = (x_1, \dots, x_n)$ – вектори координат об'єкту або фазових координат; $f = (f_1, \dots, f_n)$ – вектор-функція, що задана; $u = (u_1, \dots, u_n)$ – вектор управління.

В рівнянні (2) вектори x, u є функціями змінної t , що означає час, причому $t \in [t_0, T]$, де $[t_0, T]$ – відрізок часу, на якому відбувається управління системою.

На управління, як правило, накладаються обмеження:

$$u(t) \in U(t) \quad t \in [t_0, T] \quad (3)$$

де $U(t)$ – множина в R^r , що задана, при кожному $t \in [t_0, T]$; R^r – r -вимірний простір.

Частіше за все управління u представлено кусково-неперервною функцією на відрізку $[t_0, T]$ (тобто, яка має кінцеве число розривів першого роду).

Управління u називається допустимим, якщо воно задовольняє обмеженню (3).

Крім обмеження на управління можуть існувати обмеження і на фазові координати:

$$x(t) \in X(t); \quad t \in [t_0, T]. \quad (4)$$

Якщо є обмеження на кінцях траєкторії: $x(t_0) = X_0$, $x(T) = X_T$, то задача

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) \\ x(t_0) &= X_0 \\ x(T) &= X_T \\ u(t) &\in U(t) \end{aligned} \quad (5)$$

називається задачею із закріпленими кінцями траєкторії і з закріпленим часом.

Мета управління в задачі оптимального управління полягає у мінімізації функціоналу:

$$J(x, u) = \int_{t_0}^T f^0(t, x(t), u(t)) \cdot dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

Набір управлінь u і траєкторій x називають розв'язком задачі оптимального управління; управління u – оптимальне управління, x – оптимальна траєкторія.

Конкретний спосіб розв'язку оптимізаційної задачі і, зокрема, оптимального управління залежить від виду задачі і об'єкту (системи), що розглядається.



В основі управління зрошувальною системою на даний час лежить загальновідоме детерміноване рівняння водного балансу (1), яким визначається динаміка вологи в ґрунті. На підставі цієї динаміки і приймаються управлінські рішення.

$$W_{\tau} = W_{\tau-1} + O_{\tau} + P_{\tau} - E_{\tau} \pm G_{\tau}, \quad (7)$$

де W_{τ} – запас вологи у ґрунті на кінець τ -ої доби (розрахункового періоду); $W_{\tau-1}$ – запас вологи у ґрунті на початок розрахункового періоду (або кінець попереднього періоду); O_{τ} – сума опадів за розрахунковий період; E_{τ} – сумарне випаровування води з поля за той же період; G_{τ} – приток (або відтік) вологи в кореневмісний шар ґрунту (з кореневмісного шару ґрунту) за рахунок вологообміну між шарами ґрунту; P_{τ} – величина поливної норми.

Особливістю моделі водного балансу є те, що шуканий об'єм вологи у ґрунті є неявною функцією (функція виражена даною залежністю неявно), так як вологоперенос, який входить в склад моделі, залежить від шуканої функції (вологості ґрунту).

Для визначення строків поливу прогнозується динаміка метеофакторів, значень елементів водного балансу. В момент зниження вологості ґрунту до передполивного значення призначається строк полива.

При цьому верхня допустима межа об'єму вологи у ґрунті на цей час частіше за все встановлюється рівною найменшій вологоємності ґрунту – НВ (W_{NB}). Це той рівень, коли ще волога не витікає під дією гравітаційних сил за межі активного шару ґрунту. У протилежному випадку (при перевищенні НВ) надлишок вологи стікає у нижні горизонти ґрунту і поповнює ґрунтові води. Мають місце великі непродуктивні втрати води на вертикальний скид, значний вимив питомих речовин з ґрунту, можливе підтоплення території, ерозії ґрунту при поверхневому скиді води тощо.

Мінімальна межа вологості, яка називається критичною вологістю, і відповідно до неї критичний запас вологи (W_{min}), встановлюється у теперішній час емпіричним шляхом у польових умовах і приймається для конкретної культури і конкретних ґрунтів сталою (або змінною) на протязі поливного сезону. При пониженні вологості ґрунту нижче цього рівня рослини різко уповільнюють свій ріст і понижуються їх продуктивність.

Слід відмітити два основних недоліки сучасної системи прийняття рішень з управління зрошувальною системою: детермінований підхід до розрахунків водного балансу, спрощений підхід до встановлення обсягу вологопереносу в ґрунті.

У гідромеліоративній практиці зараз вважається можливим за рахунок управляючих впливів (своєчасного проведення поливів) не допустити виходу вологи у ґрунті за допустимі межі. Вважається, що вихід вологи за допустиму мінімальну межу можливий лише при дефіциті водних ресурсів в окремі періоди, а вихід за допустиму максимальну межу – у випадку випадіння значного обсягу опадів відразу після поливу.

Тобто вважається, що переважно вологість ґрунту не виходить за допустимі межі і вологоперенос в такому випадку є незначним і ним можна знехтувати або прийняти сталою величиною. Навіть для таких «ідеальних» умов такий висновок ще слід підтвердити. І як показав аналіз точності визначення складових елементів водного балансу і можливих значень об'єму вологи у ґрунті, строків поливів, ця умова не виконується. Це підтверджується і практикою.

Наявність великої кількості збурюючих факторів на зрошувальній системі, які мають ймовірнісний та невизначений характер (розгляд цих факторів виходить за межі даної статті) ускладнює підтримання вологи у ґрунті в допустимих межах. Будуть в будь-якому випадку мати місце «викиди» рівнів вологи за межі максимуму так і мінімуму, що ще в більшій мірі впливає і на динаміку вологопереносу, а це потребує більш глибокого вивчення цього процесу і встановлення більш точних значень його. Тим більше, що це приводить не лише до непродуктивних втрат води, але і до виникнення різного роду збитків (екологічних, економічних тощо). Це ставить під сумнів можливість в усіх випадках використовувати вищенаведену детерміновану формулу водного балансу.

З умови такого факту необхідно виходити при постановці оптимізаційної задачі управління зрошувальною системою. Задача повинна розв'язуватись як багатокритеріальна та ймовірнісна. При цьому будемо враховувати найбільш суттєві збитки, які характерні для умов зрошувальних меліорацій на півдні України – втрати води, урожаю, гумусу.

Зупинимось більш детально на впливі відхилень об'єму вологи у ґрунті за допустимі межі, що в термінології теорії надійності можна вважати «відмовами».

На рисунку наведена розрахункова схема руху запасів вологи в ґрунті з урахуванням збитків із-за незадоволеного попиту з затримкою їх виконання і миттєвим часом поповнення.

Ймовірнісний і невизначений характер збурюючих факторів викликає і відповідний характер появи відмов, їх «глибину» і тривалість. «Глибина» відмови (величина відхилення) та її тривалість з урахуванням фази розвитку рослини визначає «тяжкість» відмови –



міру пониження ефективності функціонування зрошувальної системи за рахунок втрат врожаю, пониження родючості ґрунту, втрат води, погіршення екологічної обстановки на зрошувальному масиві і т.д. Регулювати «тяжкість» відмови і її складові елементи (величину відхилення, тривалість відхилення, час появи) можна за рахунок зміни надійності технічних елементів зрошувальної системи (гідроспоруд), надійності системи управління. В свою чергу надійність управління визначається надійністю її функцій і, зокрема (для прикладу, що розглядається), функції «планування», яка полягає у виборі стратегії управління системою з реалізацією її в процесі експлуатації [7].

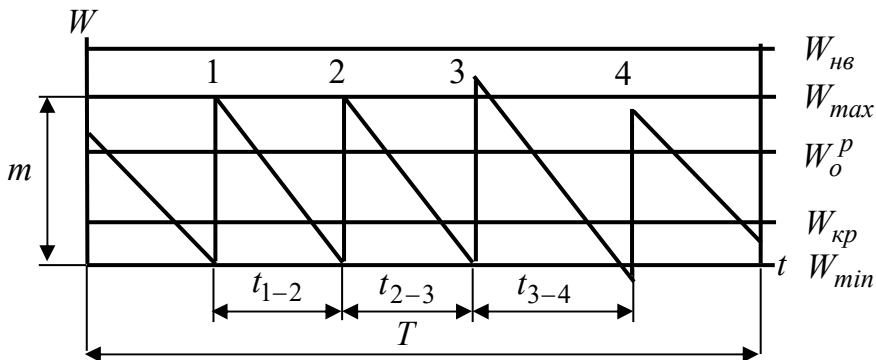


Рисунок. Розрахункова схема руху запасів з урахуванням збитків із-за незадоволеного попиту з затримкою їх виконання і миттєвим часом поповнення:

$W_{не}$ – найменша вологоємність, коли волога витікає за межі активного шару ґрунту під дією гравітаційних сил; W_{max} – верхня допустима межа об'єму води у ґрунті, яка досягає своєї величини відразу після поливу; W_{min} – нижня допустима межа об'єму води у ґрунті, при досягненні якої призначається полив; W_o^P – оптимальний для рослини об'єм води в ґрунті, при підтриманні якого буде найбільший врожай сільськогосподарської культури; $W_{кр}$ – критичний для рослини об'єм води в ґрунті, нижче якого різко уповільнюється ріст рослин і знижується їх продуктивність; m – планова величина поливної норми, яка дорівнює різниці між верхньої границі об'єму води в ґрунті та нижньої; 1, 2, 3, 4 – номери поливів; t_{1-2} – інтервал часу між 1-м та 2-м поливами; T – період вегетації сільськогосподарської культури; W – вертикальна вісь об'єму води у ґрунті; t – горизонтальна вісь часу

Вибір стратегії управління відноситься до класу задач оптимального планування [8].

Враховуючи специфіку зрошувальної системи, процесів, що від-

буваються на ній та в оточуючому середовищі, доцільно задачу планування розв'язувати як двоетапну (процес прийняття рішень здійснюється в два етапи): етап перспективного планування і етап оперативного планування.

До задачі перспективного планування, яка розв'язується на етапі проектування зрошувальної системи, слід віднести пошук граничних меж зміни вологості ґрунту (рівнів регулювання) і вироблення стратегії призначення строків поливу. До задачі ж оперативного планування, який здійснюється в процесі експлуатації системи, слід віднести задачу пошуку в умовах, що реально складаються на системі, оптимальних строків поливу з урахуванням граничних меж зміни вологості ґрунту та обраної стратегії призначення поливів. Як в першій задачі, так і у другій необхідно шукати мінімум функції збитків від управлінських рішень, що приймаються (границь регулювання вологості ґрунту або строків поливу).

Слід відмітити, що зниження родючості ґрунту і втрати води за рахунок вологопереносу спостерігаються не лише при перевищенні рівня вологості ґрунту вище рівня найменшої вологоємності, але і при більш низьких значеннях вологості ґрунту. Зниження урожайності також відбувається не лише при «переході» критичної вологості, але і при більш високих рівнях вологості ґрунту. Лише при виході вологості ґрунту за ці межі ці збитки різко збільшуються. Тому діапазон зміни вологості ґрунту (об'єм води у ґрунті) можна представити наступним чином: рівень найменшої вологоємності $W_{не}$; рівень води у ґрунті, що відповідає критичній вологості $W_{кр}$; максимальний і мінімальний рівні регулювання води у ґрунті W_{max} , W_{min} ; найбільш сприятливий рівень об'єму води у ґрунті для сільськогосподарських культур W_o^p ; найбільш сприятливий рівень об'єму води у ґрунті для збереження (підвищення) його родючості W_o^{cp} ; рівень мінімальних втрат води на вологоперенос W_o^g .

Математична модель перспективного планування

Враховуючи характер функціонування зрошувальної системи, особливості протікання на ній технологічних процесів доцільно розв'язувати цю задачу як задачу управління запасами з урахуванням збитків із-за незадоволеного попиту з затримкою їх виконання і миттєвим часом поповнення; використовувати моделі і методи стохастичного оптимального управління і програмування [8].

Задача вибору оптимальних меж регулювання вологості ґрунту представляє собою одноетапну дворівневу динамічну стохастичну



задачу управління запасами.

Розв'язком задачі є детермінований вектор управління $u \in U, u = \{W_{max}, W_{min}\}$.

Вимагається знайти управління $u = \{W_{max}, W_{min}\}$, яке мінімізує математичне сподівання функції збитків:

$$P(W_{max}, W_{min}) = Mf(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}, t) \rightarrow \min . \quad (8)$$

Функція збитків виражає сумарні значення збитків (втрат), що пов'язані з функціонуванням зрошувальної системи, по кожному параметру, що розглядається:

$$f_N(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) = \int_{t_0}^T \{ f^{(1)}(W_{max}, W_{min}) + f^{(2)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) + f^{(3)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) + f^{(4)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) \} \cdot dt \quad (9)$$

де t – час; W_{θ} – фактичний об'єм вологи у ґрунті, значення якого залежить від часу і носить випадковий характер; $f^{(1)}$ – втрати на полив; $f^{(2)}$ – збитки урожаю; $f^{(3)}$ – збитки води; $f^{(4)}$ – втрати родючості ґрунту (можуть бути представлені диференційовано з урахуванням збитків за різними параметрами); T – тривалість вегетаційного періоду.

Зрошувальна система характеризується великою складністю процесів, що протікають на ній, неможливістю отримання у більшості випадків аналітичних залежностей їх опису, зокрема – функцій $f^{(1)}, f^{(2)}, f^{(3)}, f^{(4)}$. Тому диференціальна форма запису функції збитків може бути використана лише для спрощених умов, за більш короткі періоди часу розрахунку в процесі аналізу впливу тих чи інших факторів на сумарні збитки.

З урахуванням вищевикладеного для розв'язку оптимізаційних задач, як і для оціночних, слід використовувати імітаційне моделювання на ПЕОМ. В основі пошуку меж регулювання вологи у ґрунті лежить статистична інформація про стани системи (режим вологи у ґрунті), яка отримується в процесі проведення імітаційного експерименту. В процесі експерименту змінюються лише керовані фактори, які визначають ту або іншу альтернативу функції управління, що розглядається. У нашому випадку (для етапу перспективного планування) – це рівні регулювання вологості ґрунту.

Для цього випадку функція збитків записується у дискретній формі і має наступний вигляд:

$$f_N(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) = \sum_{i=1}^N \{ f^{(1)}(W_{max}, W_{min}) + f^{(2)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) + f^{(3)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) + f^{(4)}(W_{max}, W_{min}, W_{\theta}) \}, \quad (10)$$

де N – кількість розрахункових періодів (за розрахунковий період може бути взятий міжполивний період або сталий інтервал часу – доба, декада тощо); i – порядковий номер розрахункового періоду.

Збитки можуть враховуватись або при відхиленнях параметрів «урожаю», «ґрунту», «води» від своїх оптимальних рівнів, або від меж зміни вологи у ґрунті, що встановлені певним чином (наприклад – від рівнів різкого підвищення сумарних збитків, щодо заданих попередньо експериментальним шляхом – $W_{нв}$, $W_{кр}$, або від заданих експериментатором рівнів регулювання в процесі імітаційного експерименту – W_{min} , W_{max}). Вибір способу підрахунку збитків залежить в першу чергу від виду задачі, що вирішується, а також від точності та простоти розрахунків, що вимагаються. Перший спосіб доцільно використати при встановленні рівнів регулювання вологості (об'єму вологи) ґрунту. Другий – для оцінки надійності функцій управління зрошувальною системою, впливу надійності технічних елементів і різних збурюючих факторів на надійність функціонування зрошувальної системи в цілому.

Для встановлення оптимальних рівнів регулювання вологи в ґрунті розглянемо варіант відхилення вищезазначених параметрів від їх оптимальних рівнів вологи в ґрунті.

$$f^{(1)} = \sum_{i=1}^N (W_{max} - W_{min})_i \cdot a_i, \quad (11)$$

де a_i – питомі затрати на полив;

$$f_i^{(2)} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N (W_o^p - W_{\theta})_i \cdot b_i \cdot c & W_{\theta} < W_o^p \\ \sum_{i=1}^N (W_{\theta} - W_o^p)_i \cdot d_i \cdot c & W_{\theta} > W_o^p \\ 0 & W_{\theta} = W_o^p \end{cases}, \quad (12)$$

де b_i , d_i – питомі збитки урожаю на одиницю відхилення об'єму вологи у ґрунті від оптимуму; c – ціна сільськогосподарської продукції, що вирощується.



$$f_i^{(3)} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N (W_\theta - W_o^e)_i \cdot e_i \cdot k & W_\theta > W_o^e \\ 0 & W_\theta = W_o^e \end{cases}, \quad (13)$$

де e_i – питомі збитки води на одиницю відхилення об'єму вологи у ґрунті від оптимуму; k – вартість зрошувальної води.

$$f_i^{(4)} = \begin{cases} \sum_{i=1}^N (W_o^{2p} - W_\theta)_i \cdot l_i \cdot m & W_\theta < W_o^{2p} \\ \sum_{i=1}^N (W_\theta - W_o^{2p})_i \cdot r_i \cdot m & W_\theta > W_o^{2p} \\ 0 & W_\theta = W_o^{2p} \end{cases}, \quad (14)$$

де l_i, r_i – питомі збитки родючості ґрунту на одиницю відхилення об'єму вологи у ґрунті від оптимуму; m – затрати на поновлення одиниці родючості ґрунту.

Наведені функціональні залежності у більшій мірі носять символічний характер і не відображають характер зв'язку з їх аргументами. Точні функціональні зв'язки введені до складу імітаційної моделі.

Затрати на полив складаються з вартості води і експлуатаційних затрат, пов'язаних з поливом. Збитки урожаю визначаються за моделями формування урожаю і залежать від величини і тривалості відхилення об'єму вологи від оптимуму, від фази розвитку рослини; збитки води визначаються за моделями водного балансу і вологообміну; збитки родючості ґрунту визначаються за моделями волого- та солепереносу, балансовими моделями питомих речовин у ґрунті; ці збитки викликані виносом питомих речовин з ґрунту, засоленням його та ін.

Для вирішення поставленої задачі (4) використання класичних підходів оптимізації параметрів ускладнено, так як підінтегральна функція $f_N(W_{max}, W_{min}, W_\theta)$ досить складна і невідома у явному вигляді. Ця функція задається алгоритмічно за допомогою імітаційної моделі, в якій аналітична залежність функції, що мінімізується, від параметрів моделі невідома (розгляд цього питання виходить за межі даної статті).

Точність розрахунків за моделлю водного балансу (7) визначається складністю врахування вологопереносу G .

В імітаційній моделі функціонування внутрігосподарської частини зрошувальної системи для більш точних розрахунків вологопереносу застосовано методику О.І.Голованова, в основі якої лежить

рівняння одновимірного диференціального рівняння вологопереносу [9].

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\partial H}{\partial z} \right] - w_e, \quad (15)$$

де $H = \varphi - z$ – капілярний потенціал ґрунтової вологи, який залежить від вологості; z – вертикальна координата з додатнім напрямком вниз; $\mu = \frac{\partial w}{\partial \phi}$ – диференціальна вологоємність; k – коефіцієнт вологопровідності, який залежить від потенціалу або від вологості; w_e – інтенсивність поглинання вологи коріннями рослин.

Залежності $\phi(W)$, $k(W)$ або $k(\phi)$ для різних шарів ґрунтового профілю приймаються у вигляді функцій:

$$\theta = \frac{W - W_0}{m - W_0} = e^{-\nu \cdot \bar{\phi} \cdot \alpha}, \quad (16)$$

де W_0 – максимальна гігроскопічність; m – пористість; $\bar{\phi} = \frac{\phi}{H_k}$; H_k – максимальна висота капілярного підняття; ν, α, n – сталі величини ($\nu = 2,7$; $\alpha = 1 \dots 3$; $n = 5$).

$$k = k_0 \cdot \theta^n, \quad (17)$$

де k_0 – коефіцієнт фільтрації.

Розглядається глибоке залягання ґрунтових вод.

У якості вихідних умов задається вихідний розподіл вологості по ґрунтовому профілю. На протязі розрахункового періоду часу (поливного сезону) на поверхні ґрунту задається відома інтенсивність всмоктування, що визначається інтенсивністю природного та штучного дощу; задається хід випаровування з поверхні ґрунту. Розрахунок режиму вологості ведеться пошарово через 0,02 ... 0,2 метра з періодичністю у часі не більш 0,5 доби. Розв'язок задачі здійснюється за допомогою числових методів на ЕОМ.

Розрахунок випаровування визначається за формулою:

$$E_\tau = K_\phi \cdot E_{u_\tau}, \quad (18)$$

де E_{u_τ} – випаровуваність; K_ϕ – біологічний коефіцієнт.

При запасі вологи у ґрунті нижче критичного рівня пониження транспірації враховується за допомогою редуційного коефіцієнту:

$$k = \frac{W_\tau - W^{\phi 3}}{W^{kp} - W^{\phi 3}}, \quad (19)$$



де W^{63} – вологість зав'ядання; W^{KP} – критична вологість ґрунту; W_{τ} – фактична вологість.

Відмови технічних об'єктів на зрошувальній системі і наслідки від них формувались за певною схемою, алгоритмом.

Проведення імітаційного експерименту на створеній імітаційній моделі [11] дозволяє отримати інформацію про збитки «по врожаю», «екологічні», «по воді» з урахування впливу на систему різних збудуючих факторів; дозволяє отримати «викиди» вологості ґрунту за допустимі межі (рівні регулювання вологості) і тим самим встановити показники надійності функціонування зрошувальної систем. Процес експерименту (динаміка вологи в ґрунті, поява опадів та проведення поливів, поява відмов техніки, затримка поливів з причини появи відмов тощо) відображається на екрані ПЕОМ.

В статті представлений інструментарій, який був створений і застосований для вирішення водогосподарських завдань і який відповідає науковому напряму гідроінформатики: застосоване математичне моделювання, комп'ютерне імітаційне моделювання на ПЕОМ з візуалізацією процесу експерименту, моделі оптимального управління, алгоритми функціонування зрошувальної системи та прийняття рішень. Без цього інструментарію вирішувати поставлені завдання було неможливо.

1. Abbott, M. B. 1991 *Hydroinformatics: Information Technology and the Aquatic Environment*. Ashgate, Aldershot, UK, and Brookfield, USA.
2. Кір'янов В. М. Гідроінформатика: наука та освіта. *Вісник нац. ун-ту водного господарства та природокористування. Технічні науки*. Рівне : НУВГП, 2017. Вип. 1(77). С. 48–57.
3. Цимбалюк В. С. Інформаційне право: концептуальні положення до кодифікації інформаційного законодавства : монографія. К. : «Освіта України», 2011. 426 с.
4. Кір'янов В. М. Біосферний підхід до гідромеліорацій. *Вісник нац. ун-ту водного господарства та природокористування. Технічні науки*. Рівне : НУВГП, 2014. Вип. 1(65). С. 35–44.
5. Кір'янов В. М. Застосування інформаційних технологій у водному господарстві. *Вісник нац. ун-ту водного господарства та природокористування. Технічні науки*. Рівне : НУВГП, 2014. Вип. 1(65). С. 51–58.
6. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. М. : Наука, 1981. 487 с.
7. Кір'янов В. М. Застосування інформаційних технологій у водному господарстві. *Гідромеліор. та гідротехнічн. будівництво*. Рівне : УДАВГ, 1997. С. 33–39.
8. Мирзоахмедов Ф. Математические модели и методы управления производством с учетом случайных факторов. К. : Наукова думка, 1991. 220 с.
9. Шабанов В. В. Биоклиматическое обоснование мелиораций. Л. : Гидрометеоздат, 1973. 165 с.
10. Айдаров И. П., Голованов А. И., Никольский Ю. Н. Оптимизация мелиоративных режимов орошаемых и осушаемых сельскохозяйственных земель : рекомендации. М. : Агропромиздат, 1990. 59 с.
11. Kiryanov V. Simulation stochastic model of functioning of land reclamation systems. International data base of irrigation and drainage research. Cemagref-France, 1996.

REFERENCES:

1. Abbott, M. B. 1991 *Hydroinformatics: Information Technology and the Aquatic Environment*. Ashgate, Aldershot, UK, and Brookfield, USA.
2. Kirianov V. M. *Hidroinformatyka: nauka ta osvita. Visnyk nats. un-tu vodnoho hospodars-tva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. Rivne : NUVHP, 2017. Vyp. 1(77). S. 48–57.
3. Tsymbaliuk V. S. *Informatsiine pravo: kontseptualni polozhennia do kodyfikatsii informatsiinoho zakonodavstva : monohrafiia*. K. : «Osvita Ukrainy», 2011. 426 s.
4. Kirianov V. M. *Biosfernyi pidkhid do hidromelioratsii. Visnyk nats. un-tu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. Rivne : NUVHP, 2014. Vyp. 1(65). S. 35–44.
5. Kirianov V. M. *Zastosu-vannia informatsiinykh tekhnolohii u vodnomu hospodarstvi. Visnyk nats. un-tu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. Rivne : NUVHP, 2014. Vyp. 1(65). S. 51–58.
6. Moiseev N. N. *Matematicheskie zadachi systemnoho analiza*. M. : Nauka, 1981. 487 s.
7. Kirianov V. M. *Zastosuvannia infor-matsiinykh tekhnolohii u vodnomu hospodarstvi. Hidromelior. ta hidrotekhnichn. budivnytstvo*. Rivne : UDAVH, 1997. S. 33–39.
8. Myrzoakhmedov F. *Matematicheskie modeli i metody upravleniia proizvodstvom s uchetom sluchainykh faktorov*. K. : Naukova dumka, 1991. 220 s.
9. Shabanov V. V. *Bioklimaticheskoe obosnovanie melioratsii*. L. : Hidrometeoizdat, 1973. 165 s.
10. Aidarov I. P., Holovanov A. I., Nikolskii Yu. N. *Optimizatsiia meliorativnykh rezhimov oroshaemykh i osushaemykh selskokhoziaistvennykh zemel : rekomendatsii*. M. : Ahropromyzzdat, 1990. 59 s.
11. Kiryanov V. *Simulation stochastic model of functioning of land reclamation systems. International data base of irrigation and drainage research*. Cemagref-France, 1996.

Рецензент: д.т.н., професор Турченко В. О. (НУБГП)

Kirianov V. M., Doctor of Engineering, Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS AND MODELS OF OPTIMAL MANAGEMENT FOR WATER MANAGEMENT IN IRRIGATION AMELIORATION ON THE BASIS OF HYDROINFORMATICS

The questions of the term "hydroinformatics" interpretation, the roles and tasks of hydroinformatics for water management, management of the irrigation system using mathematical methods of optimal management are considered. The formulation of the mathematical problem of inventory management has been made, a stochastic mathematical model of decision making in the process of managing the irrigation system has been created.



Keywords: hydroinformatics, hydrodynamics, mathematical modeling, information technology, water management, optimal management, inventory theory, simulation model, moisture transfer.

Кириянов В. Н., д.т.н., профессор (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ РЕГУЛИРОВАНИИ ВОДНОГО
РЕЖИМА В ОРОСИТЕЛЬНЫХ МЕЛИОРАЦИЯХ НА ОСНОВЕ
ГИДРОИНФОРМАТИКИ**

Рассматриваются вопросы толкования термина «гидроинформатика», роли и задач гидроинформатики для водного хозяйства, управления оросительной системой с использованием математических методов оптимального управления; осуществлена постановка математической задачи управления запасами, создана стохастическая математическая модель принятия решений в процессе управления оросительной системой.

Ключевые слова: гидроинформатика, математическое моделирование, информационные технологии, водное хозяйство, оптимальное управление, теория запасов, имитационная модель, влагоперенос.
