

УДК 621.313:62-83

<https://doi.org/10.31713/vt220263>

Михаліченко П. Є. [1; ORCID:0000-0002-2680-140X]

д.т.н., доцент

Маркова Є. Ю. [1; ORCID:0000-0001-7818-0644]

д.е.н., професор

Марков М. М. [1; ORCID:0009-0001-2859-8425]

викладач

¹ *Херсонський навчально-науковий інститут Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Херсон*

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ З НЕЛІНІЙНОСТЯМИ

У статті досліджено вплив притаманних нелінійностей на динамічні характеристики електроприводів та перебіг перехідних процесів в електромеханічних системах. Розглянуто основні види нелінійностей, зокрема сухе тертя, гістерезис, насичення магнітних кіл, механічні люфти та зони нечутливості, які суттєво впливають на стійкість і точність керування електроприводами. Аналіз виконано на основі математичного моделювання системи електропривода з використанням нелінійних диференційних рівнянь та дослідження часових характеристик і фазових портретів. Встановлено, що нелінійності призводять до збільшення часу встановлення, виникнення статичних і динамічних похибок регулювання та зміни меж стійкості системи. Показано, що сухе тертя формує демпфуючий ефект, який зменшує перерегулювання, але одночасно знижує швидкодію електропривода. Обґрунтовано необхідність використання нелінійних методів аналізу та синтезу систем керування для адекватного опису реальних режимів роботи електромеханічних систем. Отримані результати можуть бути використані при розробленні адаптивних і робастних систем керування сучасними електроприводами.

Ключові слова: електропривод, нелінійність, перехідний процес, стійкість, моделювання.

Актуальність наряду дослідження. Електропривод як складна електромеханічна система є ключовою складовою сучасних технологічних процесів у промисловості, електротранспорті й

30



автоматизованих системах керування. Він поєднує електричну частину (перетворювачі енергії, двигуни) і механічні компоненти (редуктори, навантаження), а також систему керування із зворотнім зв'язком для регулювання швидкості, моменту та положення. Сучасні тенденції розвитку електроприводів охоплюють впровадження високоефективних приводних систем, широке застосування силової електроніки на базі широкозонних напівпровідників, а також цифрових алгоритмів керування й оптимізації параметрів для підвищення ефективності й надійності систем. Однією з головних складностей такої системи є її **нелінійний характер динаміки та перехідних процесів**, що істотно впливає на параметри стійкості, демпфування, помилки керування і межі робочих режимів.

Розвиток сучасних електроприводів характеризується переходом від жорстко визначених схем керування до інтелектуальних адаптивних систем, здатних враховувати нелінійні властивості електромеханічних елементів. Зростання вимог до точності, енергоефективності та швидкодії актуалізує необхідність розроблення методів синтезу, що базуються на глибокому аналізі нелінійних процесів міжсилових взаємодій у приводі.

За останнє десятиліття інженери та дослідники все більше концентрують увагу на моделюванні перехідних процесів, використовуючи сучасні методи математичного аналізу, цифрову фільтрацію та нейромережеву оптимізацію регуляторів

Викладення основного матеріалу. Серед основних джерел нелінійностей в електроприводах варто виділити [1]: електричні нелінійності; механічні нелінійності; керуючі нелінійності; зовнішні фактори.

До електромагнітних нелінійностей належать:

1. Насичення магнітного кола. При збільшенні магнітного потоку магнітна проникність феромагнітних матеріалів зменшується. Це призводить до зміни індуктивності обмоток двигуна, що порушує пропорційність між струмом і магнітним потоком. Насичення знижує коефіцієнт підсилення електромагнітної системи та може викликати нестабільність або збільшення часу перехідного процесу;

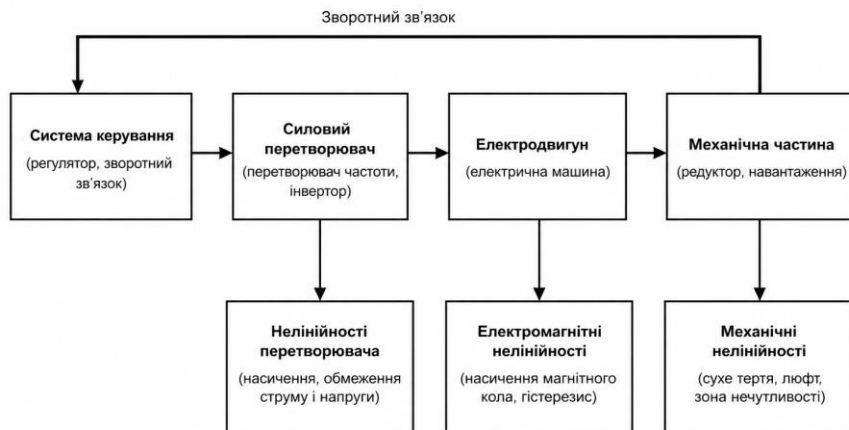


Рис. 1. Нелінійності електромеханічних систем

2. Нелінійність характеристик силових перетворювачів. Перетворювачі частоти та імпульсні інвертори мають обмеження струму і напруги, які створюють ефект насичення. Такі обмеження можуть викликати автоколивання або зрив регулювання при перевищенні допустимих режимів.

3. Механічна частина електропривода містить значну кількість нелінійних явищ:

- сухе тертя виникає між контактними поверхнями механічних вузлів. Його характерною особливістю є наявність сили тертя спокою, яка перевищує силу тертя ковзання. Це призводить до появи зони нечутливості та нерівномірного руху при малих швидкостях, що викликає похибку слідкування та автоколивання;

- гістерезис у механічних передачах і магнітних системах проявляється у залежності вихідного параметра від попереднього стану системи. Це викликає додаткові втрати енергії і погіршує демпфування коливальних процесів;

- люфт є зазором між зубчастими передачами або іншими механічними елементами. Він викликає втрату зв'язку між ведучим і веденим елементами при зміні напрямку руху. Люфт призводить до затримки реакції системи і появи нелінійних перехідних процесів.

4. Система керування також може бути джерелом нелінійностей. Зона нечутливості виникає через обмежену чутливість датчиків або регуляторів. У межах цієї зони зміна вхідного сигналу не викликає реакції системи, що знижує точність керування. Обмеження сигналів і насичення регуляторів при перевищенні допустимих значень вихідного сигналу регулятора



виникає насичення, яке змінює динаміку системи та може викликати втрату стійкості.

Ці нелінійності суттєво впливають на перехідні процеси, час досягнення сталі, межу стійкості і параметри характеристичного рівняння системи.

Нелінійності призводять до появи [2]: автоколивань та резонансних режимів, особливо при взаємодії механічних і електричних контурів; похибок слідкування, коли система не здатна точно відтворити заданий сигнал через нелінійну передачу зворотного зв'язку; змінних параметрів перехідних процесів, що ускладнює лінеаризований аналіз і синтез регуляторів для всього діапазону робочих режимів.

Нелінійності змінюють основні параметри електропривода: нелінійності можуть змінювати межу стійкості та викликати нестійкі режими роботи, виникнення сухого тертя або насичення збільшує сталу часу перехідного процесу системи, нелінійні елементи можуть створювати статичну та динамічну похибки, нелінійності можуть як покращувати, так і погіршувати демпфування.

Особливо небезпечним явищем є виникнення автоколивань, які виникають у замкнених системах керування через взаємодію нелінійних елементів зі зворотним зв'язком.

Аналіз перехідних процесів у нелінійних електроприводах. Перехідні процеси в електроприводах – це динамічні реакції системи після зміни вхідного сигналу чи зовнішнього навантаження. У нелінійних системах вони описуються через нелінійні диференційні рівняння, які традиційно складно аналізувати методами лінійної теорії. Одним із підходів до аналізу таких процесів є гармонійна лінеаризація, що дозволяє апроксимувати нелінійні елементи еквівалентними частотно-залежними лінійними передаточними функціями [3]. Це дає змогу оцінити межі стійкості та динамічні характеристики, такі як стала часу й коефіцієнт підсилення, використовуючи, наприклад, описуючи функції.

Перехідні процеси електроприводів визначають динамічні властивості електромеханічних систем під час зміни режимів роботи. У сучасних електроприводах значну роль відіграють нелінійності, що виникають у електромагнітних, механічних і керуючих підсистемах. Наявність таких нелінійностей суттєво впливає на стійкість, точність регулювання та швидкодію систем керування.

На відміну від лінійних моделей, у яких характеристики системи визначаються постійними коефіцієнтами передаточної функції, нелінійні електроприводи описуються змінними параметрами, що залежать від режиму роботи. Це обумовлює необхідність застосування спеціальних методів аналізу перехідних процесів [3].

Динаміка електропривода описується системою диференціальних рівнянь:

$$Jd\omega/dt=M_e-M_L-M_f$$

де: J - момент інерції; ω - кутова швидкість; M_e - електромагнітний момент двигуна; M_L - момент навантаження; M_f - момент нелінійного тертя.

Нелінійність системи зазвичай формується функцією тертя:

$$M_f=M_c \cdot \text{sign}(\omega)$$

де: M_c - момент сухого тертя.

Наявність сухого тертя викликає появу зони нечутливості та може призводити до автоколивань у замкнених системах керування [4].

Розглянемо електропривод постійного струму з нелінійністю сухого тертя. Вихідні данні мають наступні значення:

Момент інерції: $J=0,02$ кг*м²

Коефіцієнт в'язкого тертя: $B_\omega=0,2$ Н с/м²

Коефіцієнт електромагнітного моменту: $K_u=1,5$

Момент навантаження: $M_L=0,5$ Нм

Момент сухого тертя: $M_c=0,3$ Нм

Керуючий сигнал задається ступінчастою функцією: $u(t)=1$

Рівняння руху електропривода набуває вигляду:

$$d\omega/dt=(K_u-B_\omega-M_c \text{sign}(\omega)-M_L)/J$$

Чисельне інтегрування рівняння дозволяє визначити часову залежність швидкості.

Отриманий перехідний процес характеризується: плавним зростанням швидкості; збільшенням часу встановлення через вплив сухого тертя; зменшенням коефіцієнта підсилення системи; відсутністю перерегулювання через демпфуючий ефект тертя.

Сухе тертя призводить до нелінійної зміни динамічних параметрів системи, особливо при малих швидкостях.

Фазовий портрет дозволяє оцінити стійкість електропривода та характер перехідних процесів. Траєкторії системи в фазовому просторі демонструють збіжність до усталеного режиму, що підтверджує асимптотичну стійкість системи.

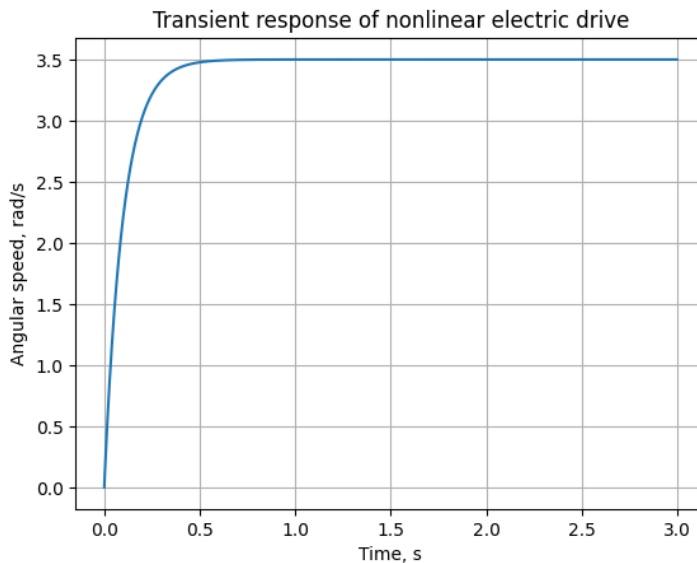


Рис. 2. Перехідний процес у нелінійному електроприводі

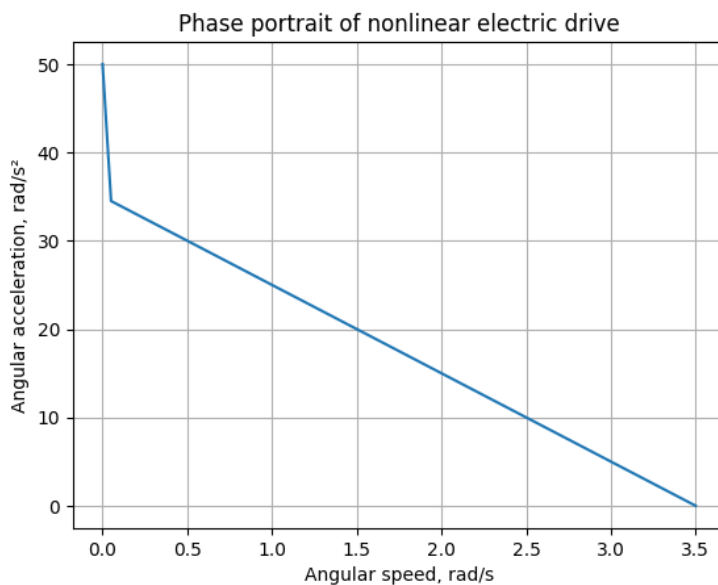


Рис. 3. Фазовий портрет нелінійного електропривода

У фазовому просторі вплив нелінійності проявляється у зміні форми траєкторій руху та появі зон зниженої швидкості зміни стану.

Аналіз показує, що нелінійні фактори суттєво впливають на характеристики електропривода: збільшується стала часу системи;

зменшується швидкодія електропривода; змінюється межа стійкості; зростає статична похибка регулювання.

Разом із тим сухе тертя може покращувати демпфування та зменшувати перерегулювання.

Сучасні методи покращення перехідних процесів. Останні дослідження пропонують такі підходи [5]:

- адаптивні та робастні регулятори;
- компенсація сухого тертя цифровими алгоритмами;
- використання нейромережових моделей;
- застосування методів гармонійної лінеаризації.

Таким чином, проведений аналіз перехідних процесів показує, що притаманні нелінійності електропривода суттєво впливають на його динамічні характеристики, змінюючи час встановлення, рівень демпфування та точність регулювання. Особливо вагомим є вплив сухого тертя, яке формує зони нечутливості та визначає характер руху системи в області малих швидкостей.

Отримані результати підтверджують, що використання спрощених лінійних моделей не забезпечує достатньої адекватності опису реальних процесів у електроприводах, що, у свою чергу, обумовлює необхідність подальшого розвитку методів аналізу та синтезу систем керування з урахуванням нелінійних ефектів.

У цьому контексті перспективними напрямками подальших досліджень є розроблення адаптивних та робастних алгоритмів керування, здатних компенсувати вплив нелінійностей у реальному часі, а також застосування інтелектуальних методів обробки даних для ідентифікації параметрів системи. Важливим є також розширення математичних моделей за рахунок урахування складніших нелінійних залежностей та дослідження поведінки електроприводів у широкому діапазоні режимів роботи, включаючи граничні та аварійні стани.

Висновки. Проведено аналіз впливу притаманних нелінійностей на перехідні процеси електроприводів як складних електромеханічних систем. Встановлено, що нелінійні фактори, зокрема сухе тертя, насичення, гістерезис і зони нечутливості, істотно впливають на динамічні характеристики системи, змінюючи час встановлення, демпфування та точність регулювання.

Показано, що наявність сухого тертя призводить до формування зон нечутливості та збільшення тривалості перехідного процесу, водночас забезпечуючи додатковий демпфуючий ефект, що зменшує перерегулювання. Аналіз фазових портретів



підтвердив асимптотичну стійкість системи при заданих параметрах, а також виявив вплив нелінійностей на характер траєкторій у фазовому просторі.

Встановлено, що використання лінійних моделей не дозволяє повною мірою врахувати реальні процеси в електроприводах, що обумовлює необхідність застосування нелінійних підходів до аналізу та синтезу систем керування. Отримані результати можуть бути використані для підвищення ефективності електроприводів шляхом розроблення методів компенсації нелінійностей і вдосконалення алгоритмів керування.

1. Azab M. A Review of Recent Trends in High-Efficiency Induction Motor Drives // *Vehicles*. 2025. Vol. 7, No. 1. DOI: <https://doi.org/10.3390/vehicles7010015>. 2. Kodkin V., Anikin A. Experimental Studies of Nonlinear Dynamics of Asynchronous Electric Drives with Variable Load // *Processes*. 2022. Vol. 10, No. 6. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr10061068>. 3. Wang Z. Nonlinear friction compensation in servo drives // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2021. Vol. 147. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107128>. 4. Su Y., Zheng C., Müller P. A simple improved velocity estimation for low-speed regions based on position measurements // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2020. Vol. 28, No. 3. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCST.2019.2891234>. 5. Romero J.G., Ortega R., et al. Robust friction compensation without velocity measurement // *Automatica*. 2023. Vol. 150. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.110900>. 6. Holtz J. Pulsewidth modulation for electronic power conversion // *Proceedings of the IEEE*. 1994. Vol. 82, No. 8. P. 1194–1214. DOI: <https://doi.org/10.1109/5.301684>. 7. Krishnan R. *Electric Motor Drives: Modeling, Analysis, and Control*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2020. 8. Leonhard W. *Control of Electrical Drives*. Berlin: Springer, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-56170-8>. 9. Vas P. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford: Oxford University Press, 2019. 10. Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2018. 11. Slotine J.-J.E., Li W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 2019. 12. Lysenko O., et al. Engineering Method for Adjusting Electric Drive Regulators With Significant Nonlinearities // *Proceedings of ICST*. 2025.

REFERENCES

Azab, M. (2025). A review of recent trends in high-efficiency induction motor drives. *Vehicles*, 7(1). <https://doi.org/10.3390/vehicles7010015>. 2. Kodkin, V., & Anikin, A. (2022). Experimental studies of nonlinear dynamics of

asynchronous electric drives with variable load. *Processes*, 10(6). <https://doi.org/10.3390/pr10061068>. 3. Wang, Z. (2021). Nonlinear friction compensation in servo drives. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 147. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.107128>. 4. Su, Y., Zheng, C., & Müller, P. (2020). Velocity estimation for low-speed regions. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 28(3). <https://doi.org/10.1109/TCST.2019.2891234>. 5. Romero, J. G., Ortega, R., et al. (2023). Robust friction compensation. *Automatica*, 150. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.110900>. 6. Holtz, J. (1994). Pulsewidth modulation for electronic power conversion. *Proceedings of the IEEE*, 82(8), 1194–1214. <https://doi.org/10.1109/5.301684>. 7. Krishnan, R. (2020). *Electric motor drives*. Prentice Hall. 8. Leonhard, W. (2018). *Control of electrical drives*. Springer. 9. Vas, P. (2019). *Sensorless control*. Oxford University Press. 10. Khalil, H. (2018). *Nonlinear systems*. Prentice Hall. 11. Slotine, J.-J. E., & Li, W. (2019). *Applied nonlinear control*. Prentice Hall. 12. Lysenko, O., et al. (2025). Electric drive regulators with nonlinearities. *ICST Proceedings*.

Mykhalichenko P.E. [1:ORCID:0000-0002-2680-140X]

Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,

Markova Ie. U. [1:ORCID:0000-0001-7818-0644]

Doctor of Economics, Professor

Markov M.M. [1:ORCID:0009-0001-2859-8425]

Lecturer,

¹Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov
National University of Shipbuilding

ANALYSIS OF TRANSIENT PROCESSES OF ELECTRIC DRIVES WITH NONLINEARITIES

The paper investigates the influence of inherent nonlinearities on the dynamic characteristics of electric drives and the behavior of transient processes in electromechanical systems. The relevance of the study is обусловлена increasing requirements for accuracy, speed, and energy efficiency of modern drive systems operating over a wide range of conditions and subjected to various nonlinear effects. Particular attention is paid to such nonlinearities as dry friction, hysteresis, dead zones, magnetic saturation, and mechanical backlash, which significantly alter system behavior and complicate analysis and control design.

The research methodology is based on mathematical modeling of the electric drive using a system of nonlinear differential equations that take into account the main physical processes occurring in the electromechanical system. Transient processes are analyzed under a step input signal with further evaluation of time-domain characteristics, stability parameters, and system behavior in the phase plane. Special attention is given to modeling dry friction as one of the key nonlinear factors affecting system dynamics in low-speed regions and causing the formation of dead zones and nonlinear effects.

The results show that the presence of nonlinearities leads to an increase in settling time, changes in damping characteristics, the occurrence of static and dynamic control errors, and a shift in system stability boundaries. It is demonstrated that nonlinear effects can both degrade dynamic performance and provide beneficial effects in terms of additional damping and reduction of overshoot. The influence of nonlinearities on the parameters of the characteristic equation and their role in shaping transient processes are analyzed.

The practical significance of the obtained results lies in their application to the design and improvement of electric drive control systems considering nonlinear effects, which makes it possible to enhance accuracy, stability, and efficiency of electromechanical systems under real operating conditions.

Keywords : electric drive , nonlinearity , transient process , sustainability , modeling .

Отримано: 01 квітня 2026 року
Прорецензовано: 21 квітня 2026 року
Прийнято до друку: 29 травня 2026 року



© 2026 [Mykhalichenko P.E., Markova Ie. U., Markov M.M.]. Licensee [NUWEE]. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial (CC BY-NC) license (creativecommons.org).