



УДК 626.83:532

<https://doi.org/10.31713/vt3202531>

Богущ О. О. [1; ORCID ID: 0009-0007-3268-5437],

аспірант,

Хлапук М. М. [1; ORCID ID: 0000-0001-5469-4181],

д.т.н., професор

¹Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ І МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРАВЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДАТЧИКА РІВНЯ ВОДИ

У статті наведено результати теоретичних досліджень роботи поплавкового датчика рівня води, що використовується у складі гідроавтоматичного регулятора в осушувально-зволожувальних системах. Запропоновано спрощену модель, засновану на аналізі рівноваги сил, які діють на поплавок у робочому середовищі. Розглянуто вплив геометричних параметрів поплавка, його маси, архімедової сили та гідростатичного тиску в патрубках на умови спрацювання датчика. Отримано аналітичну залежність для визначення критичної висоти занурення поплавка, за якої відбувається його підйом і перекриття гідрозв'язку. Результати можуть бути використані для оптимізації конструктивних параметрів поплавкових датчиків і підвищення надійності автоматичного регулювання рівня води.

Ключові слова: математична модель; діаметр патрубка; рівновага сил; датчик рівня води; поплавок.

Автоматичне регулювання рівня води є важливою складовою ефективної роботи осушувально-зволожувальних систем. Надійність таких систем значною мірою залежить від коректної роботи датчиків рівня води, які забезпечують своєчасне реагування на зміну гідравлічних умов. Поплавкові датчики набули широкого застосування завдяки простоті конструкції та автономності, однак їх робота визначається складною взаємодією гравітаційних сил, що діють на поплавок. Тому актуальним є теоретичне обґрунтування умов рівноваги поплавка та визначення параметрів, що впливають на момент спрацювання датчика [1–2].

Метою дослідження є побудова теоретичної та математичної моделі роботи поплавкового датчика рівня води на основі аналізу рівноваги сил, що діють на поплавок, а також визначення критичної

висоти $h_{кр}$, його занурення, за якої відбувається початок руху і спрацювання гідроавтоматичного регулятора рівня води.

Результати досліджень. Для дослідження роботи датчика рівня було розроблено спрощену математичну модель його рівноваги. Основою моделі є баланс сил, що діють на поплавок у робочому стані (рисунок).

Датчик рівня води у складі гідроавтоматичного регулятора рівня виконує функцію реагування системи на зміни рівня води у скидному колодязі. Його принцип роботи полягає у використанні поплавка, який під дією гідростатичних сил і ваги водяного стовпа змінює своє положення, замикаючи або відкриваючи гідравлічний зв'язок. Для коректного визначення умов його спрацювання необхідно виконати аналіз рівноваги сил, що діють на поплавок у робочому середовищі.

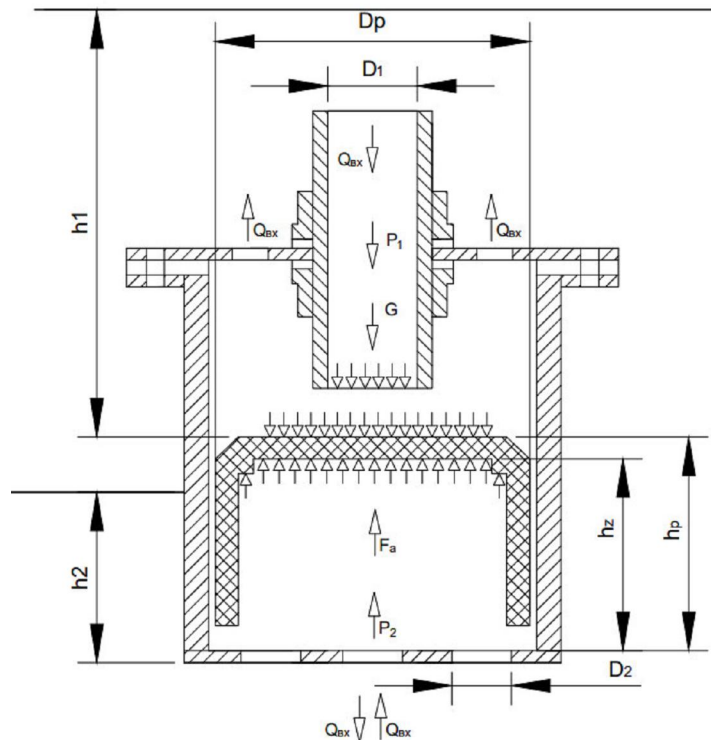


Рисунок. Схема сил, що діють на поплавок датчика рівня води

Для побудови теоретичної моделі прийняті такі параметри датчика:

Таблиця

Геометричні та фізичні характеристики поплавка

Параметр	Позначення	Розмірність
Діаметр верхнього патрубку	D_1	м
Діаметр нижнього патрубку	D_2	м



продовження таблиці

Діаметр поплавка	D_p	м
Висота поплавка	h_p	м
Повне занурення поплавка	h_z	м
Маса поплавка	m_p	кг
Напір на трубопроводі гідрозв'язку	h_1	м
Напір води в скидному колодязі	h_2	м

Площі поплавка та патрубків визначаються стандартними геометричними співвідношеннями:

$$S_n = \frac{\pi D_n^2}{4}; \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4}; S_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}; S_p = \frac{\pi D_p^2}{4}.$$

Повний об'єм поплавка та об'єм зануреної частини поплавка визначаються відповідно до геометрії циліндричного корпусу:

$$V_n = S_n \cdot h_n; \quad (2)$$

$$V_{\text{поплавка}}, V_{\text{занурення}}.$$

Сили, що діють на поплавок

На поплавок одночасно діють наступні складові сил:

Сила тяжіння поплавка буде рівною:

$$G = m_p g, \quad (3)$$

де m – маса поплавка;

g – прискорення вільного падіння 9,81 м/с.

Архімедова сила:

$$F_A = \rho g V_{\text{занурення}}, \quad (4)$$

де ρ – густина води;

g – прискорення вільного падіння 9,81 м/с;

$V_{\text{занурення}}$ – об'єм зануреної частини поплавка, м.

Для частково зануреного поплавка архімедова сила пропорційна висоті занурення h_z :

$$F_A(h_z) = \rho g S_p h_z. \quad (5)$$

Сили гідростатичного тиску у патрубках:

$$F_{\text{верх}} = P_1 S_1; \quad (6)$$

$$F_{\text{низ}} = P_2 S_2, \quad (7)$$

де P_1 та P_2 – тиски рідини у верхньому і нижньому патрубках.

Зверху на поплавок діє сила тиску P_1

$$P_1 = \rho g h_1 S_p, \quad (8)$$

де ρ – густина води;

g – прискорення вільного падіння;

h_1 – напір на трубопроводі гідрозв'язку;

S_p – площа поплавка на яку діє тиск води.

Знизу на дно поплавка діє сила тиску P_2 яка визначається рівнянням

$$P_2 = \rho g h_2 S_p, \quad (9)$$

де ρ – густина води;

g – прискорення вільного падіння;

h_2 – напір води в скидному колодязі;

S_p – площа поплавка, на яку діє тиск води.

З боків на поплавок затвора діють сили рівні між собою по величині та протилежні за напрямом. Вони врівноважують одна одну, і їх результуюча буде рівною нулю.

Рівновага сил

Поплавок починає рухатися вгору тоді, коли сила, що діє вгору, перевищує силу, що діє вниз:

$$F_{\text{вгору}} = F_A + F_{\text{низ}}; \quad (10)$$

$$F_{\text{вниз}} = G + F_{\text{верх}}. \quad (11)$$

Враховуючи коефіцієнт витрати μ , сила зверху від гідрозв'язку визначається як:

$$\begin{aligned} F_{\text{вгору}} &> F_{\text{вниз}}; \\ F_{\text{верх}} &= \mu P_1 S_p, \end{aligned} \quad (12)$$

де P_1 – сила тиску яка діє на поплавок зверху;

S_p – площа поплавка;

μ – коефіцієнт витрати трубопроводу через який надходить вода.

Врахування μ дозволяє точніше моделювати реальну силу тиску на поплавок, оскільки не весь напір з трубопроводу передається безпосередньо на поверхню поплавка. При $\mu=1$ весь тиск передається без втрат. При $\mu<1$ частина тиску розсіюється через втрати в трубопроводі, що відповідає реальним умовам роботи системи [3].

Умова рівноваги

$$G + F_{\text{верх}} = F_A + F_{\text{низ}}. \quad (13)$$



Якщо $F_{\text{вгору}} < F_{\text{вниз}}$ поплавок буде залишатися у закритому стані, для випадку $F_{\text{вгору}} > F_{\text{вниз}}$ поплавок спливатиме, при $F_{\text{вгору}} = F_{\text{вниз}}$ він буде знаходитися у стані рівноваги.

Умова критичного напору

Критична висота занурення поплавка $h_{\text{кр}}$ визначається моментом, коли сили зрівноважуються:

$$F_{\text{вгору}} = F_{\text{вниз}} ; \quad (14)$$

$$G + F_{\text{верх}} = F_A(h_{\text{кр}}) + F_{\text{низ}} ; \quad (15)$$

$$h_{\text{кр}} = \frac{G + F_{\text{верх}} - F_{\text{низ}}}{\rho g S_p} , \quad (16)$$

$h_{\text{кр}}$ – критичний напір, м;

G – вага поплавка, Н;

$F_{\text{зверху}}$ – сила тиску зверху, Н;

F_A – архімедова сила, Н;

$F_{\text{знизу}}$ – сила тиску знизу, Н;

ρ – густина води, кг/м³;

g – прискорення вільного падіння, м/с²;

S_p – площа поплавка, м².

Ця формула дозволяє визначити фізичну висоту води над поплавком, при якій сили зрівноважуються і поплавок починає підніматися.

Умова критичного напору при пропорційній архімедовій силі

$$G + F_{\text{верх}} = F_A \cdot \frac{h_{\text{кр}}}{h_{\text{г}}} + F_{\text{низ}} ; \quad (17)$$

$$F_A \cdot \frac{h_{\text{кр}}}{h_{\text{г}}} = (G + F_{\text{верх}}) - F_{\text{низ}} ; \quad (18)$$

$$\frac{h_{\text{кр}}}{h_{\text{г}}} = \frac{(G + F_{\text{верх}}) - F_{\text{низ}}}{F_A} ; \quad (19)$$

$$h_{\text{кр,проп}} = h_{\text{г}} \cdot \frac{(G + F_{\text{верх}}) - F_{\text{низ}}}{F_A} . \quad (20)$$

Дана формула враховує часткове занурення поплавка, тому дає реалістичну величину критичної висоти для спрацьовування датчика.

Висновки. Результати досліджень дозволили отримати узагальнену формулу для визначення критичної висоти занурення $h_{\text{кр}}$.

Встановлено, що на значення $h_{\text{кр}}$ впливають як геометричні параметри поплавка (S_p , V_z), так і фізико-механічні характеристики середовища та умов роботи системи (густина рідини ρ , маса поплавка m , висота напору P_1 , коефіцієнт витрати μ).

Зростання маси поплавка призводить до збільшення $h_{кр}$, оскільки необхідна більша архімедова сила для врівноваження системи. Збільшення площі поперечного перерізу S_p та зануреного об'єму сприяє зменшенню критичної висоти занурення завдяки посиленню підйомної сили. Разом з тим, підвищення напору у гідрозв'язку (P_1) і коефіцієнта витрати μ підсилює дію сили тиску зверху, що збільшує значення $h_{кр}$.

Таким чином, рівновага поплавка визначається співвідношенням між вагою поплавка, архімедовою силою та силами тиску від гідрозв'язку. Критична висота занурення $h_{кр}$ є ключовим параметром, що характеризує момент початку руху поплавка й забезпечує роботу автоматичного регулятора рівня води. Отримані залежності можуть бути використані для оптимізації конструктивних параметрів поплавкових датчиків у меліоративних системах.

1. Гідроавтоматичний регулятор рівнів води: пат. 31193 Україна, МПК 6 G 05 D 9/02. № 98073878; заявл. 17.07.1998; опубл. 15.12.2000, Бюл. № 27. 4 с. / Рубан А. Ф., Яцик А. В., Хлапук М. М., Стасюк Я. П. 2. Математична модель роботи модуля автоматизованої осушувально-зволожувальної системи / М. М. Хлапук, О. М. Ніколайчук, О. І. Тищенко, С. І. Нагалюк. *Меліорація і водне господарство* : міжвідомчий тематич. наук. зб. К., 2007. Вип. 95. С. 235–245. 3. Ніколайчук О. М. Дослідження пропускної здатності гідроавтоматичного регулятора рівня. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування* : зб. наук. праць. Рівне, 2007. Вип. 4 (40), Ч. 2. С. 101–109. 4. Рубан А. Ф. Гідравлічна автоматизація меліоративних систем. *Збірник наукових винаходів*. К. : Генеза, 2008. 64 с.

REFERENCES:

1. Hidroavtomatychnyi rehuliator rivniv vody: pat. 31193 Ukraina, MPK 6 G 05 D 9/02. № 98073878; zaiavl. 17.07.1998; opubl. 15.12.2000, Biul. № 27. 4 s. / Ruban A. F., Yatsyk A. V., Khlapuk M. M., Stasiuk Ya. P. 2. Matematychna model roboty modulja avtomatyzovanoi osushivalno-zvolozhivalnoi systemy / M. M. Khlapuk, O. M. Nikolaichuk, O. I. Tyshenko, S. I. Nahaliuk. *Melioratsiia i vodne hospodarstvo* : mizhvidomchyi tematychn. nauk. zb. K., 2007. Vyp. 95. S. 235–245. 3. Nikolaichuk O. M. Doslidzhennia propusknoi zdatnosti hidroavtomatychnoho rehuliatora rivnia. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia* : zb. nauk. prats. Rivne, 2007. Vyp. 4 (40), Ch. 2. S. 101–109. 4. Ruban A. F. Hidravlichna avtomatyzatsiia melioratyvnykh system. *Zbirnyk naukovykh vynakhodiv*. K. : Heneza, 2008. 64 s.

Bohush O. O. [1; ORCID ID: 0009-0007-3268-5437],
Post-graduate Student,
Khlapuk M. M. [1; ORCID ID: 0000-0001-5469-4181],
Doctor of Engineering, Professor

¹National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

THEORETICAL STUDIES AND MATHEMATICAL MODEL OF HYDRAULIC PROCESSES OF A WATER LEVEL SENSOR

The article presents the results of theoretical studies of the operation of a float-type water level sensor used as part of a hydro-automatic level regulator in drainage–irrigation systems. The efficiency of such systems largely depends on the accuracy and stability of level sensors, which ensure a timely response of the regulator to changes in hydraulic conditions. In this regard, the study of hydraulic processes that determine the actuation conditions of the float sensor is of particular relevance.

A simplified theoretical and mathematical model of the sensor operation is proposed, based on the analysis of the equilibrium of forces acting on the float in the working environment. The model takes into account the action of the float's gravitational force, the buoyant (Archimedes) force, as well as the forces of hydrostatic water pressure from the upper and lower nozzles of the hydraulic connection. The influence of the float's geometric parameters, including its diameter, height, cross-sectional area, and submerged volume, as well as the float mass and the density of the working fluid, on the equilibrium conditions of the system is analyzed.

Special attention is paid to accounting for the head in the hydraulic connection pipeline and the discharge coefficient, which makes it possible to more accurately describe real operating conditions of the sensor while considering hydraulic losses. Based on the developed model, an analytical relationship is obtained to determine the critical immersion height of the float at which the equilibrium of forces is disturbed, the float begins to rise, and the hydraulic connection is closed.

It is shown that changes in structural and hydraulic parameters significantly affect the value of the critical immersion height, as well as the sensitivity and reliability of the float sensor operation. The proposed approach can be used in engineering calculations and in the design of new or modernization of existing float-type water level sensors. The obtained theoretical relationships form the basis for further experimental studies and practical verification of sensor operation under real operating conditions, as

well as for improving hydro-automatic regulators in reclamation and water management systems.

Keywords: mathematical model; nozzle diameter; force equilibrium; water level sensor; float.

Отримано: 17 червня 2025 року
Прорецензовано: 02 вересня 2025 року
Прийнято до друку: 25 вересня 2025 року