УДК 624.012.45 https://doi.org/10.31713/vt1202626

Мирошніченко І.О. [1; ORCID ID:],
аспірант,
Кочкарьов Д.В. [1; ORCID ID: 0000-0002-4525-7315],
д.т.н., проф.,

[1]Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ТОНКОСТІННИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК НА СТІЙКІСТЬ

У статті розроблено фізично обґрунтовану методику розрахунку просторової стійкості тонкостінних залізобетонних балок на основі енергетичної концепції деградації жорсткості. Актуальність дослідження зумовлена специфікою роботи елементів із високим співвідношенням висоти до ширини (h/b > 5), де класична перевірка міцності залізобетону є недостатньою через ризик раптової втрати стійкості плоскої форми згину. Авторами запропоновано алгоритм визначення критичного моменту за Прандтлем-Власовим, адаптований до залізобетонного композиту. Ключовою особливістю методики є врахування пластичної згинальної жорсткості та ефективної крутильної жорсткості на основі енергетичного інваріанта. Вперше детально розраховано коефіцієнт локалізації тріщин через нагельну жорсткість арматури, що дозволяє врахувати внесок стрижнів у бічну стабільність елемента після появи тріщин. Встановлено, що для надтонких перерізів (b=30 мм) критичним є введення коефіцієнта редукції $k_{red} \approx 0.56$, який інтегрально враховує повзучість бетону та початкові геометричні недосконалості. Запропонована методика дозволяє інженеру встановити межу безпечної експлуатації тонкостінних елементів без використання складних нелінійних обчислювальних комплексів.

Ключові слова: метод розрахункових опорів, залізобетонна балка, стійкість плоскої форми згину, критичний момент, крутильна жорсткість, нагельний ефект, коефіцієнт редукції.

 ISSN 2306-5478

Аналіз досліджень і постановка задачі. Питання просторової стійкості тонкостінних залізобетонних конструкцій є однією з найбільш складних задач будівельної механіки через поєднання геометричної та фізичної нелінійності матеріалу. Фундаментальні основи теорії стійкості плоскої форми згину були закладені в працях Л. Прандтля та С.П. Тимошенка [1, 2], які розробили аналітичні вирази для визначення критичного моменту M_{cr} ідеально пружних балок. Проте пряме застосування цих формул до залізобетону є обмеженим через виникнення тріщин та пластичні деформації.

Важливий внесок у розвиток теорії залізобетону зробили О.О. Гвоздєв, О.Р. Ржаніцин та інших [3, 4], які досліджували роботу балок у стадії граничної рівноваги. У сучасних дослідженнях, зокрема в роботах Т.Н. Азізова [5, 6, 7, 8], детально висвітлено питання деградації крутильної жорсткості елементів із тріщинами. Азізовим Т.Н. [7, 8] було доведено, що після появи нормальних тріщин крутильна жорсткість залізобетонної балки не зникає повністю, а забезпечується нагельною дією арматури та роботою стиснутої зони бетону. Проте ці дослідження часто існують окремо від практичних методів розрахунку міцності.

Метод розрахункових опорів, розвинутий у працях А.М. Павлікова та Д.В. Кочкарьова [9, 10], став ефективною альтернативою складним нелінійним деформаційним моделям. Даний метод дозволяє з високою точністю визначати напружено-деформований стан перерізу через інтегральні характеристики (розрахункові опори та висоту стиснутої зони x), проте питання втрати стійкості плоскої форми згину в межах цього методу досі не було належним чином розглянуто для тонких балок.

Попри значну кількість експериментальних даних та великої кількості досліджень у цьому напрямку [11, 12, 13, 14], залишається відкритим питання створення єдиної інженерної методики, яка б дозволяла перевіряти стійкість балок безпосередньо в процесі розрахунку їхньої міцності за методом розрахункових опорів залізобетону. Зокрема, потребує уточнення врахування нагельного ефекту арматури в зоні тріщин при визначенні критичного моменту стійкості [15, 16], а також обґрунтування коефіцієнтів редукції для тонкостінних елементів (шириною 30–50 мм), де вплив початкових недосконалостей та повзучості є визначальним.

Метою даного дослідження є розробка аналітичної методики розрахунку просторової стійкості залізобетонних балок, з урахуванням нагельної жорсткості арматури та енергетичних принципів деградації жорсткості.

Для досягнення поставленої мети було визначено такі задачі:

1. Сформулювати алгоритм обчислення критичного моменту стійкості M_{cr}, адаптувавши формулу Прандтля-Власова до параметрів напружено-деформованого стану, що отримуються з розрахунку за методом розрахункових опорів залізобетону
2. Обґрунтувати фізичну модель деградації крутильної жорсткості GJ_{eff} через коефіцієнт локалізації тріщин η, враховуючи нагельну дію розтягнутої арматури як балки на пружній основі.
3. Визначити вплив геометричної нелінійності та реологічних факторів на загальну стійкість системи через інтегральний коефіцієнт редукції k_{red}.
4. Провести тестовий розрахунок для консольної балки на стійкість.

Викладення основного матеріалу.

Представимо методику розрахунку залізобетонних балок на стійкість з урахуванням деградації крутильної жорсткості.

Розрахунок базується на енергетичному підході до визначення жорсткостей елемента з тріщинами.

Приймаються справедливими наступні гіпотези:

1. Гіпотеза енергетичної інваріантності. Дана гіпотеза дозволяє замінити балку з тріщинами еквівалентною балкою з ефективною крутильною жорсткістю GJ_{eff}, яка накопичує ту саму потенціальну енергію деформації зсуву.

2. Гіпотеза нагельної стабілізації. Дана гіпотеза полягає у тому, що основний опір крученню у створі тріщини забезпечується нагельною дією арматурних стержнів, що працюють як балки на пружній основі бетону.

3. Гіпотеза пропорційної деградації: Вона дозволяє враховувати зміну загальної жорсткості системи інтегрально через гармонійне усереднення станів «тріщина – ділянка між тріщинами».

Критичний згинаючий момент M_{cr}, що відповідає втраті балкою стійкості визначається за класичною теорією за класичною теорією Прандтля-Власова []

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_{eff}} \sqrt{EI_{y,eff} \cdot GJ_{eff}}, \tag{1}$$

 ISSN 2306-5478

де $EI_{y,eff}$ – згинальна жорсткість з площини згину, GJ_{eff} – ефективна крутильна жорсткість, виведена з умови інваріантності енергії, L_{eff} – ефективна довжина балки.

Згідно з визначенням інваріанта енергії, ефективна жорсткість GJ_{eff} на ділянці довжиною L, визначається за виразом

$$\frac{1}{GJ_{eff}} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{1}{GJ(x)}dx. \tag{2}$$

Для розрахункового блоку довжиною s_{cr} між тріщинами

$$GJ_{eff} = \left[\frac{\eta}{GJ_{cr}} + \frac{1-\eta}{GJ_0}\right]^{-1}, \tag{3}$$

де $\eta = l_{cr}/s_{cr}$ – коефіцієнт локалізації тріщини, GJ_{cr} – крутильна жорсткість згинального залізобетонного елемента у тріщині, GJ_0 – крутильна жорсткість згинального залізобетонного елемента без тріщин.

Крутильна жорсткість у тріщині GJ_{cr} з урахуванням нагельної дії, формується стиснутим блоком бетону та нагельною жорсткістю арматури k_d

$$GJ_{cr} = G_c(\beta \cdot b \cdot x^3 + b \cdot x \cdot z_c^2) + \sum k_d \cdot z_i^2, \tag{4}$$

де k_d – нагельна жорсткість, x – висота стиснутої зони бетону, z_c – відстань від центру ваги перерізу до центру ваги стиснутої зони бетону, z_i – відстань від центру ваги перерізу до центру ваги відповідної арматури, G_c – модуль зсуву арматури.

Нагельна жорсткість k_d виводиться з диференціального рівняння балки на пружній основі бетону. Її значення визначається за виразом

$$k_d = \alpha_d \cdot \frac{E_s A_s}{d} \cdot (1 - e^{-2c/\lambda}), \tag{5}$$

де $\alpha_d = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{E_c}{E_s}\right)^{3/4}$ – фізичний коефіцієнт взаємодії, $\lambda = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{E_c}}$ – характеристична довжина локалізації для стержня при визначенні нагельного ефекту, c – захисний шар бетону, E_s – модуль пружності арматури, A_s – площа перерізу арматури.

Довжина зони деградації l_{cr}, це довжина на якій жорсткість мінімальна, визначається з енергетичного балансу між надлишковою енергією в арматурі та роботою руйнування бетону

$$l_{cr} = \lambda \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s^2}{2 \cdot E_s \cdot W_f \cdot b}. \tag{6}$$

де $W_f = f_{ct}^2 / E_c$ – питома енергія утворення тріщини, $\lambda_c = \frac{d}{4a}$ – характеристична довжина локалізації при визначенні зони деградації, $a = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2 - \alpha_0}{\sigma_s} f_{ctm}$ – параметр зчеплення арматури, b – ширина перерізу балки.

Для визначення згинальної жорсткості в момент втрати стійкості, необхідно визначити жорсткість з площини. Оскільки бетон у розтягнутій зоні виключений з роботи, опір боковому вигину чинить переважно стиснута зона бетону та арматура

$$EI_{y,eff} = E_c \cdot \frac{x \cdot b^3}{12} + E_s \cdot I_{sy}, \quad (7)$$

де x – висота стиснутої зони, I_{sy} – момент інерції арматури із площини дії моменту.

При розрахунку стійкості прийнято враховувати повзучість бетону та різні геометричні недосконалості. Тому вводиться коефіцієнт редукції k_{red} для переходу від теоретичного значення критичного моменту ідеальної пружно-пластичної системи до розрахункового опору реальної конструкції. Він інтегрально враховує деградацію жорсткості в часі внаслідок повзучості бетону, а також наявність неминучих початкових геометричних недосконалостей (ексцентриситетів), що є особливо критичним для тонкостінних елементів з високим співвідношенням h/b.

Остаточно значення критичного згинаючого моменту M_{cr}, що відповідає враті балкою стійкості повинен визначатися за виразом

$$M_{cr,d} = k_{red} \cdot M_{cr}. \quad (8)$$

Вплив тривалості навантаження та повзучості пропонується врахувати коефіцієнтом 0,8. Коефіцієнт 0.8 враховує, що частина навантаження є тривалою, що призводить до зниження опору бічному вигину.

Геометричні недосконалості та початкові ексцентриситети призводять до викривлення осі балки, зміщення арматури і т.д. Ці фактори прискорюють розвиток бічних деформацій. Згідно з науковими дослідженнями (теорія випадкових ексцентриситетів), таке зниження становить близько 30%.

Для тонкостінних залізобетонних перерізів при b/h < 0.2 руйнування від втрати стійкості відбувається раптово (крихкий характер). На відміну від руйнування по арматурі (пластичне), тут

 ISSN 2306-5478

немає попереджувальних великих прогинів у площині згину. Тому введення коефіцієнта редукції k_{red} забезпечить необхідний рівень надійності, прирівнюючи імовірність відмови за стійкістю до імовірності відмови за міцністю.

Остаточне значення коефіцієнта редукції знайдемо шляхом перемноження всіх вище налічених факторів k_{red} = 0.8 0.7 = 0.56.

Виконаємо приклад розрахунку консольної балки завантаженої зосередженою силою на кінці на стійкість за таких даних:

– Геометричні параметри балки: b = 30 мм, h = 220 мм, d = 200 мм (захисний шар c = 20 мм), L = 2000 мм.
– Параметри бетону класу С20/25: f_{cd} = 14.5 МПа, E_c = 30000 МПа, G_c = 12000 МПа, f_{ct} = 1.5 МПа, ε_{cu}= 350×10^{-5}.
– Арматура класу А500 (1∅12): A_s = 113 мм^2, f_y = 435 МПа, E_s = 200000 МПа, ε_s= f_y / E_s=435 / 200000 = 217.5×10^{-5}.

Розвязок.

1. Визначаємо висоту стиснутої зони x та порівняємо її з граничною x_R

– фактична висота x

$$x=\frac{f_y\cdot A_s}{f_{cd}\cdot b\cdot 0.8}=\frac{435\cdot 113}{14.5\cdot 30\cdot 0.8}=141.2\text{ мм};$$

– фактична висота x_R

$$x_R=d\cdot\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_s}=200\cdot\frac{350\cdot 10^{-5}}{(350+217.5)\cdot 10^{-5}}=123.3\text{ мм};$$

Приймаємо x = x_R = 123.3 мм.

2. Визначаємо міцність перерізу M_{Rd}

$$M_{Rd}=f_{cd}\cdot b\cdot 0.8x(d-0.4x)=6.46\text{ кНм}.$$

3. Визначаємо напруження при граничному моменті

$$\sigma_s=\frac{M_{Rd}}{z\cdot A_s}=\frac{M_{Rd}}{0.9d\cdot A_s}=\frac{6.46\times 10^6}{0{,}9\cdot 180\cdot 113}=318\text{ МПа}.$$

4. Визначаємо характеристичну довжину λ_c

$$a=\frac{\eta_1\cdot\eta_2-\alpha_0}{\sigma_s}f_{ctm}=(2.25-0.4)\cdot\frac{2.2}{318}=0.0128;$$

$$\lambda_c=\frac{d}{4a}=\frac{200}{4\cdot 0.0128}=3906\text{ мм}.$$

5. Визначаємо довжину l_{cr}

$$l_{cr}=\lambda\cdot\frac{A_s\cdot\sigma_s^2}{2\cdot E_s\cdot W_f\cdot b}=3906\cdot\frac{113\cdot 318^2}{2\cdot 200000\cdot 0.075\cdot 30}=49.6\text{ мм}.$$

6. Визначаємо відстань між тріщинами s_{cr}

$$s_{r,max} = 3.4c + 0.17 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 3.4 \cdot 20 + 0.17 \cdot \frac{12}{0.147} = 68 + 13.9 = 81.9 \text{ мм};$$

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,eff} = 30 \cdot 25.6 = 768 \text{ мм}^2;$$

Висота $h_{c,eff}$ визначається як мінімальне з трьох значень:

$$2.5(h-d) = 2.5(200-180) = 50 \text{ мм};$$

$$(h-x)/3 = (200-123.3)/3 = 25.6 \text{ мм(визначальне)};$$

$$h/2 = 100 \text{ мм}.$$

7. Визначаємо коефіцієнт локалізації η

$$\eta = \frac{l_{cr}}{s_{r,max}} = \frac{49.6}{81.9} = 0.61;$$

8. Визначаємо ефективну крутильну жорсткість GJ_{eff}

$$GJ_{eff} = \left[\frac{\eta}{GJ_{cr}} + \frac{1-\eta}{GJ_0}\right]^{-1} = \left[\frac{0.54}{4.2} + \frac{0.46}{19.8}\right]^{-1} \approx 6.58 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

GJ_0 = 19.8 кН·м²; GJ_{cr}= 4.2 кН·м².

9. Знаходимо критичний момент стійкості M_{cr}

$$M_{cr} = \frac{\pi}{4.0}\sqrt{EI_{y,eff} \cdot GJ_{eff}} = \frac{3.14}{4.0}\sqrt{8.5 \cdot 6.58} = 5.87 \text{ kH} \cdot \text{м}.$$

10. З урахуванням коефіцієнта редукції отримаємо

$$M_{cr,d} = k_{red} \cdot M_{cr} = 5.87 \cdot 0.56 = 3.29 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Остаточно для консольної балки шириною 30 мм і прольотом 2000 мм:

– міцність дорівнює M_{Rd} = 6.47 кН·м;
– стійкість $M_{cr,d}$ = 3.29 кН·м.

Таким чином ми довели, що для тонкостінних балок розрахунок на стійкість в окремих випадках може бути визначальним.

Висновки і перспективи досліджень.

Запропонована методика дозволяє інженеру чітко визначити цей поріг без використання складних нелінійних скінченно-елементних комплексів. Також обґрунтовано метод розрахунку стійкості тонкостінних залізобетонних балок, який базується на класичній формулі Прандтля-Власова, адаптованій до специфіки залізобетону через параметри методу розрахункових опорів. Запропоновано спосіб визначення пластичної згинальної жорсткості $EI_{y,pl}$ з площини згину. Доведено, що жорсткість у граничній стадії визначається як відношення моменту міцності M_{Rd} до граничної

 ISSN 2306-5478

кривизни $1/r_{ult} = \varepsilon_{cu}/x$, де висота стиснутої зони x враховує реальне армування та обмежена граничним значенням x_R для забезпечення пластичного характеру руйнування. Впроваджено енергетичну модель визначення ефективної крутильної жорсткості GJ_{eff}, яка базується на гармонійному усередненні жорсткостей по довжині елемента. Ключовим параметром моделі є коефіцієнт локалізації тріщин η, що розраховується через довжину зони деградації l_{cr} та нагельну жорсткість арматури k_d. Це дозволяє врахувати внесок арматурних стержнів у стримування бічного закручування балки після появи нормальних тріщин. Фізично доведено доцільність використання коефіцієнта редукції $k_{red} \approx 0.56$, який інтегрально враховує реологічні властивості бетону (повзучість) та неминучі геометричні недосконалості (початкові вигини та ексцентриситети). Встановлено, що нехтування цим коефіцієнтом призводить до завищення розрахункової стійкості балки на 40-50%, що є недопустимим для тонкостінних конструкцій. На основі тестового розрахунку консольної балки прольотом 2 м (b=30 мм) виявлено складний характер взаємодії міцності та стійкості. Встановлено, що при одиничному армуванні (1∅12) критичним є руйнування за міцністю матеріалів, проте при підвищенні відсотка армування (наприклад, додаванні другого стержня) міцність перерізу M_{Rd} зростає значно швидше за критичний момент M_{cr}, що робить втрату стійкості плоскої форми згину визначальним фактором руйнування. Запропонована методика дозволяє інженеру чітко визначити цей поріг без використання складних нелінійних скінченно-елементних комплексів.

1. Tymoshenko S.P. Theory of elasticity. Onty, 1934 - 451 p. 2. Tymoshenko S.P., Voynovsky-Kryger S. Plates and shells. trans. from English M.: Nauka, 1966. - 635 p. 3. Gvozdev A.A., Karpenko N.I. Work of reinforced concrete with cracks in a flat stress state // Building mechanics and design. – 1965. – No. 2. – P. 20 – 23.
4. Перельмутер А.В.Деякі особливості нелінійних розрахунків у системі проєктування споруд // Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. No. 113, 2024. – с. 183 –194. 5. Azizov T., Pereiras R. Consideration of Torsional Rigidity in the Calculation of Plates Using Beam Approximation // Sciences of Europe. – 2022. – Vol 1, № 87(2022). – P. 58-61.DOI: 10.24412/3162-2364-2022-87-1-58-61. 6. Азізов Т.Н., Кочкарьов Д.В. Розрахунок залізобетонних статично невизначених систем з врахуванням тріщиноутворення // Вісник національного університету водного господарства та природокористування. Вип. 2(98). – 2022. – С. 39-48. 7. Азізов, Т. Н., Орлова, О., Нагайчук, О. В. Границі застосування методик

нелінійного розрахунку комбінованих балок і пропозиції щодо використання таких балок у будівництві.: Том 30 (69) Ч. 2 No. 2, 2019 – с. 193 – 198. 8. D. Kochkarev, T. Azizov and T. Galinska. Bending deflection reinforced concrete elements determination. Published online: at the MATEC Web of Conferences, 16 November 2018, DOI: https://doi.org/10.1051/matecconf/201823002012 9. Павліков А.М., Кочкарьов Д.В.Залізобетонні конструкції: практичні методи розрахунківта конструювання: Навчальний посібник.ПолтНТУ. – Полтава, ТОВ «АСМІ», 2019. – 240 с. 10. Кочкарьов, Д. В. (2017). Інженерні методи розрахунку залізобетонних статично невизначних стержневих систем. Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту, (170), 2017. – с. 98-104. 11. Ромашко В.М. Деякі особливості визначення моменту утворення нормальних тріщин в бетонних елементах / В.М. Ромашко // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць / Нац.ун– т водн.госп. та природокористування. – Рівне: НУВГП – 2011. – №21. – С. 317– 322. 12. Бабич Є. М., Бабич В. Є.Розрахунок і конструювання залізобетонних балок навчальний посібник. 2-ге видання, перероблене і доповнене. Рівне: НУВГП, 2017. – 191 с. 13. Гудзь С.А. Вплив жорсткості приєднаних конструкцій на стійкість балок / С.А. Гудзь, А.В. Гасенко // Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин : зб. наук. праць. – Вип. 35. – К.: КНУБА, 2018. – С. 114 – 123. 14. Мельник, О. В. Жорсткість та міцність коробчастих залізобетонних елементів з нормальними тріщинами за дії деформації кручення : монографія /О. В. Мельник. – Умань : Видавець «Сочінський М.М» – 2016. – 116 с. 15. James K. Wight, James G. MacGregor. Reinforced Concrete: Mechanics and Design. Pearson Education, 2011. – 1176 p. 16. Jack C. McCormac, Russell H. Brown. Design of reinforced concrete.-10th edition.Wiley, 2015. – 672 p.

REFERENCES:

1. Tymoshenko S.P. Theory of elasticity. Onty, 1934 - 451 p. 2. Tymoshenko S.P., Voynovsky-Kryger S. Plates and shells. trans. from English M.: Nauka, 1966. - 635 p. 3. Gvozdev A.A., Karpenko N.I. Work of reinforced concrete with cracks in a flat stress state // Building mechanics and design. – 1965. – No. 2. – P. 20 – 23.
4. Perelmuter A.V.Deiaki osoblyvosti neliniinykh rozrakhunkiv u systemi proiektuvannia sporud // Opir materialiv i teoriia sporud/Strength of Materials and Theory of Structures. No. 113, 2024. – s. 183 –194. 5. Azizov T., Pereiras R. Consideration of Torsional Rigidity in the Calculation of Plates Using Beam Approximation // Sciences of Europe. – 2022. – Vol 1, № 87(2022). – P. 58-61.DOI: 10.24412/3162-2364-2022-87-1-58-61. 6. Azizov T.N., Kochkarov D.V.

 ISSN 2306-5478

Rozrakhunok zalizobetonnykh statychno nevyznachenykh system z vrakhuvanniam trishchynoutvorennia // Visnyk natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Vyp. 2(98). – 2022. – S. 39-48. 7. Azizov, T. N., Orlova, O., Nahaichuk, O. V. Hranytsi zastosuvannia metodyk neliniinoho rozrakhunku kombinovanykh balok i propozytsii shchodo vykorystannia takykh balok u budivnytstvi.: Tom 30 (69) Ch. 2 No. 2, 2019 – s. 193 – 198. 8. D. Kochkarev, T. Azizov and T. Galinska. Bending deflection reinforced concrete elements determination. Published online: at the MATEC Web of Conferences, 16 November 2018, DOI: https://doi.org/10.1051/matecconf/201823002012. 9. Pavlikov A.M., Kochkarov D.V.Zalizobetonni konstruktsii: praktychni metody rozrakhunkivta konstruiuvannia: Navchalnyi posibnyk.PoltNTU. – Poltava, TOV «ASMI», 2019. – 240 s. 10. Kochkarov, D. V. (2017). Inzhenerni metody rozrakhunku zalizobetonnykh statychno nevyznachnykh sterzhnevykh system. Zbirnyk naukovykh prats Ukrainskoho derzhavnoho universytetu zaliznychnoho transportu, (170), 2017. – s. 98-104. 11. Romashko V.M. Deiaki osoblyvosti vyznachennia momentu utvorennia normalnykh trishchyn v betonnykh elementakh / V.M. Romashko // Resursoekonomichni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy: Zb. nauk. prats / Nats.un– t vodn.hosp. ta pryrodokorystuvannia. – Rivne: NUVHP – 2011. – №21. – S. 317– 322. 12. Babych Ye. M., Babych V. Ye.Rozrakhunok i konstruiuvannia zalizobetonnykh balok navchalnyi posibnyk. 2-he vydannia, pereroblene i dopovnene. Rivne: NUVHP, 2017. – 191 s. 13. Hudz S.A. Vplyv zhorstkosti pryiednanykh konstruktsii na stiikist balok / S.A. Hudz, A.V. Hasenko // Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn : zb. nauk. prats. – Vyp. 35. – K.: KNUBA, 2018. – S. 114 – 123. 14. Melnyk, O. V. Zhorstkist ta mitsnist korobchastykh zalizobetonnykh elementiv z normalnymy trishchynamy za dii deformatsii kruchennia : monohrafiia /O. V. Melnyk. – Uman : Vydavets «Sochinskyi M.M» – 2016. – 116 s. 15. James K. Wight, James G. MacGregor. ReinforcedConcrete: MechanicsandDesign. PearsonEducation, 2011. – 1176 p. 16. Jack C. McCormac, Russell H. Brown. Design of reinforced concrete.-10th edition.Wiley, 2015. – 672 p.

Myroshnichenko I.O. [1; ORCID ID:],
Postgraduate student,
Kochkarev D.V. [1; ORCID ID: 0000-0002-4525-7315],
Doctor of Technical Science, professor,

[1]National University of Water and Environment Engineering, Rivne

BASIC STABILITY CALCULATION OF THIN-WALLED REINFORCED CONCRETE BEAMS

This paper develops a physically grounded methodology for evaluating the lateral-torsional buckling stability of thin-walled reinforced concrete beams an energy-based approach to stiffness degradation. The relevance of this study is driven by the specific structural behavior of elements with high height-to-width ratios (h/b > 5), where conventional strength verification according proves insufficient due to the risk of sudden lateral-torsional instability occurring prior to the exhaustion of material load-bearing capacity. The authors propose an algorithm for determining the critical moment based on the Prandtl-Vlasov theory, adapted for reinforced concrete composites. A key feature of this methodology is the accounting for plastic flexural stiffness through the deformation parameters and effective torsional stiffness based on the energy invariant principle. For the first time within an engineering framework, the crack localization coefficient is calculated in detail considering the dowel action of the reinforcement. This allows for the inclusion of the longitudinal bars' contribution to the lateral stability of the element after the initiation of normal cracks. It was established that for ultra-slender sections (b = 30 mm), the introduction of a reduction factor k_{red}≈0.56 is critical to account integrally for concrete creep and inevitable initial geometric imperfections. Special attention is paid to the analysis of the energy balance in the vicinity of a normal crack, where the continuity of torque transfer is ensured through the dowel action of the reinforcement. It was found that the critical length of the stiffness degradation zone l_{cr} is a function of the physico-mechanical properties of concrete and the geometric parameters of the reinforcement, allowing for a differentiated approach to evaluating the stability of beams with varying reinforcement ratios. The obtained results confirm that neglecting spatial deformability calculations can lead to non-conservative estimates of load-bearing capacity, particularly for elements with high compressive stresses in the concrete. Numerical case studies of cantilever beams confirmed a shift in the failure mode from material crushing to lateral instability as the reinforcement ratio increases. The proposed methodology provides engineers with a robust tool to establish the safe operational limits for thin-walled elements without the need for complex non-linear finite element analysis.

***Key words*:** design resistance method, reinforced concrete beam, flat bending stability, critical moment, torsional stiffness, dowel effect, reduction factor.

Отримано: 14 січня 2026 року
Прорецензовано: 15 лютого 2026 року
Прийнято до друку: 27 березня 2026 року