

Турбал Ю.В. [1; ORCID ID: 0000-0002-5727-5334],
д.т.н., професор,
Кубай О.В. [1; ORCID ID: 0000-0002-2005-487X],
аспірант,

¹Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне

АРХІТЕКТУРА СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ФІНАНСОВИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ НА ОСНОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ПРОГНОЗІВ

У роботі розглянуто задачу прогнозування фінансових часових рядів в умовах обмеженого обсягу даних і високої чутливості біржової динаміки до локальних коливань. Запропоновано нейромережеву архітектуру PPS-Net (Polynomial Prediction Sequence Network), у якій послідовність поліноміальних прогнозів використовується як спеціалізований прогнозний шар. Для кожного ковзного вікна часового ряду сформовано множину поліноміальних прогнозів порядків від нульового до дев'ятого та послідовність усереднених прогнозних значень, серед яких обирається підсумковий прогноз. Для зменшення впливу абсолютного рівня ціни на роботу селектора введено структурні ознаки, що характеризують відносні відхилення елементів послідовності від базового прогнозу. Матриця ваг селекторного шару визначалась за допомогою зваженого регуляризованого методу найменших квадратів. Зважування навчальних прикладів застосовано для компенсації дисбалансу класів, а параметр регуляризації обирався на валідаційній вибірці за мінімальним значенням середньої абсолютної відсоткової похибки MAPE. Для обмеження впливу аномальних прогнозних значень додано фільтр локальної допустимості, який замінює вибраний кандидат на базовий прогноз у разі надмірного відхилення від локального масштабу зміни ряду.

Експериментальну перевірку виконано мовою Python на внутрішньоденних біржових даних акцій Netflix за тикером NFLX. Використано 780 значень параметра Close за останні 60 торгових

днів із 30-хвилинним інтервалом. На основі ковзного вікна з 10 послідовних значень сформовано 770 прогнозних прикладів, з яких 577 використано для навчання, а 193 – для тестування. Виконано порівняння запропонованого підходу з Δ -методом і кластеризаційним методом DBSCAN PPS. Порівняно з Δ -методом запропонований підхід забезпечив зменшення усередненої відносної похибки (MAPE) на 18,47%, а з DBSCAN – 46,40%.

На останньому тестовому дні метод PPS-Net зменшив MAPE – на 11,95% порівняно з Δ -методом, відповідно, для DBSCAN зменшення MAPE становить 49,46%.

Наукова новизна полягає в інтеграції послідовності поліноміальних прогнозів у нейромережеву селекторну архітектуру, використанні структурних ознак PPS і регуляризованого знаходження ваг для адаптивного вибору підсумкового прогнозу. Практична значущість результатів полягає у підвищенні точності прогнозування внутрішньоденних фінансових часових рядів за умов малої вибірки.

Ключові слова: фінансовий часовий ряд, поліноміальна екстраполяція, послідовність поліноміальних прогнозів, PPS-Net, нейромережева архітектура, регуляризований метод найменших квадратів, структурні ознаки, NFLX, однокрокове прогнозування.

Вступ. Прогнозування фінансових часових рядів є однією з актуальних задач інтелектуального аналізу даних, оскільки якість прогнозу безпосередньо впливає на ефективність прийняття рішень у біржових, інвестиційних та фінансово-аналітичних системах. Особливу складність становлять ряди біржової динаміки, які характеризуються шумом, обмеженою кількістю даних та високою чутливістю до зовнішніх збурень.

Сучасні дослідження активно використовують методи машинного навчання та нейронні мережі для фінансового прогнозування, зокрема рекурентні, згорткові, attention-based та гібридні архітектури [1]. Водночас такі моделі часто потребують значних обсягів навчальних даних, складного налаштування параметрів і не завжди забезпечують достатню інтерпретованість результатів. Іншим напрямом є використання нейромережевих архітектур із вбудованими аналітичними компонентами, зокрема моделей із базисними розкладеннями або поліноміальними структурами [2–4].



У попередніх дослідженнях було показано, що перспективним підходом до короткострокового прогнозування за умов малих вибірок є аналіз не одного поліноміального прогнозу, а послідовності поліноміальних прогнозних значень, побудованих для різних степенів полінома. Такий підхід дозволяє враховувати тенденції до збіжності, монотонності або внутрішньої структурованості множини прогнозів, а також будувати прогноз на основі вибору оптимального степеня чи усереднення частини послідовності [5, 6].

Наукова ідея дослідження полягає в переході від використання послідовності поліноміальних прогнозів як допоміжного алгоритмічного інструмента до її інтеграції безпосередньо в архітектуру нейронної мережі. У такій постановці PPS розглядається не лише як набір альтернативних екстраполяційних оцінок, а як спеціалізований проміжний шар, що перетворює локальний фрагмент часового ряду у множину поліноміально зумовлених прогнозних ознак. Це створює передумови для побудови інтерпретованої гібридної моделі, орієнтованої на короткострокове прогнозування фінансових часових рядів в умовах обмеженого обсягу даних.

Метою статті є розроблення та обґрунтування нейромережевої архітектури прогнозування фінансових часових рядів, у якій послідовність поліноміальних прогнозів використовується як спеціалізований прогнозний шар для адаптивного формування підсумкового прогнозного значення. Такий шар формує структуроване представлення локальної динаміки ряду, а навчальний нейромережевий блок виконує адаптивний вибір, зважування або агрегацію елементів цієї послідовності для отримання підсумкового прогнозного значення.

1. Наукова проблема та обґрунтування необхідності розроблення PPS-орієнтованої нейромережевої архітектури.

Нехай задано локальний фрагмент часового ряду: $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Для нього формується послідовність поліноміальних прогнозів: $PPS = (P_0, P_1, \dots, P_{n-1})$, де P_m – прогноз наступного значення, отриманий на основі поліноміальної екстраполяції порядку m . На основі PPS можна сформувати послідовність усереднених прогнозів:

$$l_m = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} P_i, \quad m = 1, \dots, n.$$

Кожне значення l_m є окремим кандидатом на підсумковий прогноз. Відповідно, задача прогнозування зводиться до адаптивного вибору такого індексу m , для якого прогноз l_m найкраще відповідає локальній конфігурації ряду.

Алгоритмічні способи вибору параметра m , зокрема використання внутрішніх критеріїв узгодженості прогнозів або кластеризації значень PPS, дозволяють враховувати структуру поліноміальної послідовності. Водночас такі підходи ґрунтуються на наперед заданих правилах і можуть бути чутливими до вибору параметрів. Це обмежує їхню здатність адаптуватися до різних локальних режимів біржової динаміки.

З огляду на це виникає необхідність розроблення PPS-орієнтованої нейромережевої архітектури, у якій послідовність поліноміальних прогнозів інтегрується безпосередньо в структуру моделі. На відміну від традиційної нейронної мережі, яка навчається формувати прогноз лише на основі початкових значень часового ряду, PPS-орієнтована архітектура використовує проміжний прогнозний шар, компоненти якого мають явний математичний зміст. Кожен нейрон цього шару відповідає поліноміальному прогнозу певного порядку.

Такий підхід дозволяє поєднати переваги аналітичних і навчальних методів. Поліноміальний шар формує інтерпретовану множину прогнозних ознак, а селекторний шар виконує адаптивний вибір кандидата залежно від локальної структури PPS. У результаті підсумкове прогнозне значення не формується довільно, а обирається з множини математично обґрунтованих альтернатив.

У межах дослідження наукова проблема формулюється так: необхідно розробити PPS-орієнтовану нейромережеву архітектуру для однокрокового прогнозування фінансових часових рядів, яка забезпечує адаптивний вибір підсумкового прогнозу на основі аналізу послідовності поліноміальних прогнозних значень, враховує дисбаланс можливих класів прогнозів і обмежує вплив аномальних значень, що виникають унаслідок використання поліноміальної екстраполяції підвищених порядків.

Для розв'язання сформульованої проблеми необхідно:

- 1) сформувати спеціалізований шар, нейрони якого обчислюють поліноміальні прогнози різних порядків;
- 2) сформувати спеціалізований шар нейронів для побудови усереднення елементів PPS;

- 3) розробити селекторний шар для адаптивного вибору підсумкового прогнозного значення;
- 4) в процесі навчання визначити вагові коефіцієнти селекторного шару з урахуванням дисбалансу класів і необхідності регуляризації;
- 5) експериментально порівняти запропоновану архітектуру з алгоритмічними способами формування прогнозу на основі PPS.

Отже, розроблення PPS-Net спрямоване на створення інтерпретованої гібридної архітектури, яка поєднує поліноміальну екстраполяцію, структурний аналіз послідовності прогнозів та адаптивний вибір підсумкового значення. Це дозволяє розглядати PPS не лише як допоміжну множину прогнозів, а як повноцінне внутрішнє представлення локальної динаміки фінансового часового ряду.

2. Концепція архітектури PPS-Net.

Виходячи з розглянутих вище завдань запропонуємо таку архітектуру нейронної мережі (рис. 1):

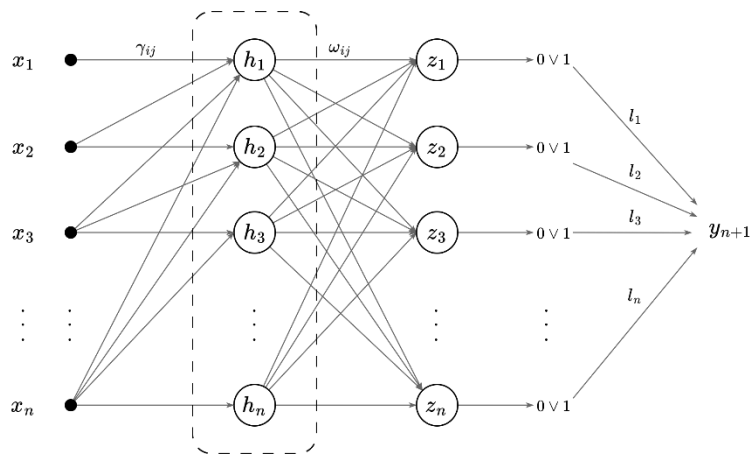


Рис. 1. Структура нейронної мережі PPS-Net.

Нейронна мережа складається з трьох основних шарів нейронів та аддитивного суматора:

$$X \rightarrow H \rightarrow Z \rightarrow y_{n+1}$$

На вхід подаються дані часового ряду $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Перший шар формує поліноміальні прогнозные значення: $h_i = P_{n-1}(X), i = 1, 2, \dots, n$. Кожен поліноміальний прогноз обчислюється за формулою (1):

$$P_m(X) = \sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k-1} C_{m+1}^k x_{n-k+1}. \quad (1)$$

Вагові коефіцієнти першого шару вважаються вже навченими і визначаються, як $\gamma_{ij} = (-1)^j C_i^j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$. Активаційна функція першого шару H лінійна та має вигляд $f(x) = x$. Таким чином шар H формує не один прогноз, а множину альтернативних прогнозних значень, що відповідають різним степеням полінома. Ця множина розглядається як послідовність поліноміальних прогнозів PPS (Polynomial Prediction Set).

Після формування значень h_i для кожного m обчислюється величина $l_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_i, m = 1, 2, \dots, n$, тобто формується послідовність усереднених поліноміальних прогнозів $L = (l_1, l_2, \dots, l_n)$. Саме значення l_m і є кандидатами на підсумковий прогноз. Нейронна мережа повинна навчитися вибирати, яке саме значення l_m є найбільш доцільним для поточного вхідного фрагмента.

Третій рівень Z є навчальним шаром. Кожен нейрон шару H зв'язаний із кожним нейроном шару Z . На кожному зв'язку між нейроном h_j та нейроном z_i знаходиться невідомий ваговий коефіцієнт ω_{ij} . Активаційна функція цього шару має вигляд (2):

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \sum_{i=1}^n \omega_{ij} h_i > \delta \\ 0, & \text{якщо } \sum_{i=1}^n \omega_{ij} h_i \leq \delta \end{cases} \quad (2)$$

В запропонованій архітектурі коефіцієнт зміщення не використовується, тому шар Z задається матрицею ваг $\Omega = (\omega_{ij})_{n \times n}$. Шар Z виконує функцію вибору одного з варіантів l_m . Його вихід має вигляд one-hot (унітарного) вектора: $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, де тільки один нейрон має значення 1, а всі інші 0.

Будемо називати описану вище нейронну мережу PPS-Net (Polynomial Prediction Sequence Network).

Для навчання мережі та пошуку відповідних коефіцієнтів ω_{ij} запропоновано декілька підходів.

2.1. Softmax-підхід до навчання нейронної мережі



Для кожного навчального вікна $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ обчислюється шар $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$, де $h_i = P_{n-i}(X)$. Потім обчислюються значення $l_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_i$, $m = 1, 2, \dots, n$. Оскільки для навчального прикладу відоме фактичне наступне значення x_{n+1} , то оптимальне значення l_m визначається, як:

$$m^* = \arg \min_m |l_m - x_{n+1}|.$$

Знайдене значення m^* є правильною відповіддю для шару Z . Таким чином мережа навчається вибирати той нейрон z_m , який відповідає найкращому усередненому поліноміальному прогнозу. Для кожного нейрона шару Z обчислюється сигнал (логіт):

$$s_i = \sum_{j=1}^n \omega_{ij} h_j.$$

Після цього до значень s_i застосовується функція softmax:

$$p_i = \frac{\exp(s_i)}{\sum_{q=1}^n \exp(s_q)}.$$

Завдяки нормалізації, всі отримані значення p_i знаходяться в діапазоні від 0 до 1, а їхня загальна сума дорівнює 1. Це дозволяє математично коректно трактувати їх як ймовірності вибору відповідного варіанта l_i . Навчання полягає в тому, щоб підібрати такі ω_{ij} , щоб для правильного індексу m^* значення p_{m^*} було максимальним.

Оскільки шар Z виконує вибір одного з n можливих усереднених поліноміальних прогнозів l_m , навчання мережі зводиться до задачі класифікації. Для кожного навчального вікна правильним класом вважається індекс m^* , для якого значення l_m має мінімальне відхилення від фактичного наступного значення ряду. Тому, функція втрат (функція перехресної ентропії) для одного навчального прикладу має вигляд:

$$\mathcal{L} = -\ln p_i,$$

а для всіх навчальних прикладів:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^n y_i^{(r)} \ln p_i^{(r)},$$

де R – кількість навчальних вікон, а

$$y_i = \begin{cases} 1, & i = m^*, \\ 0, & i \neq m^*. \end{cases}$$

Коефіцієнти ω_{ij} оновлюються методом градієнтного спуску або його сучасною модифікацією, наприклад Adam:

$$\omega_{ij} \leftarrow \omega_{ij} - \eta \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_{ij}},$$

де η – швидкість навчання.

2.2. Спеціалізований метод навчання нейронної мережі

Для визначення параметрів запропонованої нейромережевої архітектури використано навчання з учителем. Метод навчання ґрунтується на інтерпретації виходу третього шару як результату вибору оптимального варіанта усереднення послідовності поліноміальних прогнозів.

Відповідно, цільовий вихід третього шару задається у вигляді one-hot-вектора: нейрон, що відповідає індексу m , набуває значення 1, а виходи решти нейронів дорівнюють 0. Вагові коефіцієнти зв'язків між другим і третім шарами визначаються таким чином, щоб для кожного навчального вікна максимальний сигнал формувався саме на виході нейрона, який відповідає оптимальному усередненому прогнозу.

Нехай маємо навчальні пари для кожного навчального вікна:

$$H^i \rightarrow Y^i, \quad \text{де } H^i = \begin{pmatrix} P_{n-1}^i(X) \\ P_{n-2}^i(X) \\ \vdots \\ P_0^i(X) \end{pmatrix}, \quad Y^i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Кожному вікну відповідає система рівнянь:

$$\begin{cases} P_0^i \omega_{0n-1} + P_1^i \omega_{1n-1} + \dots + P_{n-1}^i \omega_{n-1n-1} = 0 \\ P_0^i \omega_{0n-2} + P_1^i \omega_{1n-2} + \dots + P_{n-2}^i \omega_{n-2n-2} = 0 \\ \vdots \\ P_0^i \omega_{0n-i} + P_1^i \omega_{1n-i} + \dots + P_{n-i}^i \omega_{n-in-i} = \delta_{emp} \\ \vdots \\ P_0^i \omega_{00} = 0 \end{cases}, \quad (4)$$



де δ_{emp} – деяке числове значення, яке обирається емпіричним шляхом, наприклад, $\delta_{emp} = 0,1$.

Матриці коефіцієнтів при невідомих ω_{ij} мають вигляд:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & P_0^i & P_1^i & \dots & P_{n-1}^i \\ 0 & \dots & 0 & P_0^i & P_1^i & \dots & P_{n-2}^i & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_0^i & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Розв'язуючи вказану СЛАР одним із існуючих методів, знаходяться коефіцієнти ω_{ij} . Тоді, вихід кожного нейрона шару Z має вигляд:

$$\begin{aligned} Out_{n-1} &= \begin{cases} 1, & \sum_{i=0}^{n-1} P_i \omega_{i,n-1} > \delta_{cr} \\ 0, & \sum_{i=0}^{n-1} P_i \omega_{i,n-1} \leq \delta_{cr} \end{cases}, \\ Out_{n-2} &= \begin{cases} 1, & \sum_{i=0}^{n-2} P_i \omega_{i,n-2} > \delta_{cr} \\ 0, & \sum_{i=0}^{n-2} P_i \omega_{i,n-2} \leq \delta_{cr} \end{cases}, \\ &\vdots \\ Out_0 &= \begin{cases} 1, & P_0 \omega_{0,0} > \delta_{cr} \\ 0, & P_0 \omega_{0,0} \leq \delta_{cr} \end{cases}, \end{aligned} \quad (6)$$

де δ_{cr} – деяке числове значення, яке може бути визначено, наприклад, як $\delta_{cr} = \frac{\delta_{emp}}{2}$ для того, щоб однозначно виконувались нерівності в умовах виходів (6).

У випадку, коли рівнянь під час навчання мережі більше, ніж невідомих коефіцієнтів, використано підхід, при якому застосовано метод найменших квадратів. В матричному вигляді:

$$\sum_{r=1}^R (\Omega H^r - Y^r)^2 \rightarrow \min.$$

3. Практична реалізація та деякі чисельні результати

Експериментальна перевірка запропонованої архітектури виконувалася мовою програмування Python. Для завантаження біржових даних використано бібліотеку `yfinance`, для чисельних обчислень – `NumPy` та `pandas`, для реалізації методу DBSCAN – `scikit-learn`, для побудови графіків – `matplotlib`.

Як експериментальний часовий ряд використано внутрішньоденні біржові котирування акцій Netflix за тикером NFLX за останні 60 днів із 30-хвилинним інтервалом спостережень. Для прогнозування використовувався параметр `Close`. Дані опрацьовувалися у хронологічному порядку без випадкового перемішування, оскільки задача належить до класу задач прогнозування часових рядів.

Початковий набір даних містив 780 внутрішньоденних значень ціни `Close` акцій NFLX. Для кожного прогнозу формувалося ковзне вікно з 10 послідовних значень та одне цільове значення, що відповідало наступному часовому кроку. У результаті було сформовано 770 ковзних вікон. Дані поділялися хронологічно: перші 75 % вікон використовувалися як навчальна вибірка, а останні 25 % – як тестова. Внаслідок цілочисельного округлення було отримано 577 навчальних і 193 тестові вікна. Для вибору параметра регуляризації λ (8) навчальна частина додатково поділялася на 461 `fit`-вікно і 116 `validation`-вікон (рис. 2).

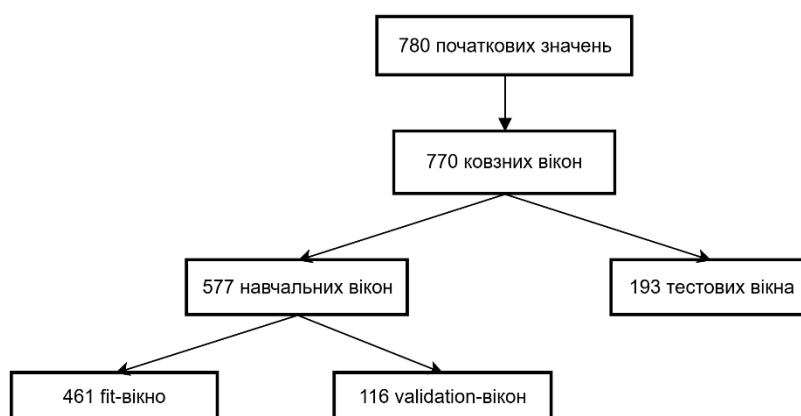


Рис. 2. Загальна схема поділу часового ряду та формування вікон.

Для кожного навчального прикладу формувалося ковзне вікно з 10 послідовних значень $X = (x_1, x_2, \dots, x_{10})$, де x_{10} – останнє



відоме значення у поточному вікні. Цільовим значенням було наступне значення ряду x_{11} . На основі кожного вікна формувалася послідовність поліноміальних прогнозів порядків від нульового до дев'ятого: $PPS = (P_0, P_1, \dots, P_9)$. Поліноміальний шар архітектури мав вигляд:

$$H = (h_1, h_2, \dots, h_{10}) = (P_9, P_8, \dots, P_0).$$

Кожне значення P_m обчислювалося за формулою (1). На основі послідовності $PPS = (P_0, P_1, \dots, P_9)$ була сформована множина усереднених поліноміальних прогнозів $l_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-1} P_i$, $m = 1, 2, \dots, 10$.

Проведені експерименти показали, що використання абсолютних значень $H = (P_9, P_8, \dots, P_0)$ може призводити до виродження селектора до вибору $l_1 = P_0$, тобто до наївного прогнозу. Тому в остаточній реалізації для селекторного шару використовувалися не абсолютні значення H , а структурні ознаки PPS :

$$F_i = \frac{h_i - P_0}{|P_0| - \varepsilon}, \quad i = 1, 2, \dots, 10, \quad (7)$$

де ε – деяке мале додатне число, яке використовується для уникнення ділення на нуль. Такий перехід дозволяє аналізувати не рівень ціни, а форму послідовності поліноміальних прогнозів відносно базового прогнозу P_0 .

Для кожного навчального вікна відоме фактичне наступне значення x_{11} . Тому правильний клас визначався як індекс:

$$m^* = \arg \min_m |l_m - x_{11}|.$$

У фінальній реалізації вагові коефіцієнти ω_{ij} між шаром структурних ознак F та селекторним шаром Z визначалися не ітераційним навчанням нейронної мережі, а за допомогою зваженого регуляризованого методу найменших квадратів.

Для навчальної вибірки формувалася матриця структурних ознак F_{train} і матриця one-hot векторів правильних класів Y . Матриця ваг W визначалася, як розв'язок задачі:

$$W^* = \arg \min_W \left(\|D^{1/2} (F_{train} W - Y)\|^2 + \lambda \|W\|^2 \right), \quad (8)$$

де D – діагональна матриця ваг навчальних прикладів, що використовується для компенсації дисбалансу класів, а λ – параметр регуляризації. Елементи матриці D обчислюються наступним чином:

$$d_c = \frac{R}{M \cdot n_c},$$
 де R – кількість навчальних прикладів, M – кількість

класів l_1, \dots, l_{10} , n_c – кількість прикладів класу c . В нашому випадку $R=577$, $M=10$. Таким чином матриця D формується на основі частот появи класів l_m навчальній вибірці. Це дозволяє зменшити вплив домігантних класів, зокрема $l_1 = P_0$, і підвищити внесок рідкісних класів під час знаходження матриці ваг W .

Параметр регуляризації λ обирався експериментально на валідаційній частині навчальної вибірки. Для цього розглядалася скінченна множина кандидатів $\lambda \in \{10^{-8}, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 100\}$. Для кожного значення λ знаходилася матриця ваг W селекторного шару, після чого оцінювалася якість прогнозування на валідаційній вибірці. Оптимальним вважалось таке значення λ , для якого досягалось мінімальне значення MAPE (Mean Absolute Percentage Error) на валідаційних даних.

Після знаходження матриці W для кожного тестового прикладу обчислювалися сигнали селекторного шару $S = FW$. Вибраним вважався той кандидат l_m , для якого відповідний сигнал був максимальним:

$$m = \arg \max_i S_i.$$

Підсумковий прогноз визначався як $x_{11} = l_m$.

Оскільки навіть після використання структурних ознак окремі кандидати l_m можуть давати недопустимі прогнозні значення, до прогнозу PPS-Net було додано фільтр стабільності. Він перевіряє, наскільки вибране значення l_m є віддаленим від базового прогнозу P_0 .

Критерій фільтрації задавався у вигляді:

$$|l_m - P_0| > \tau |P_1 - P_0|, \quad (9)$$

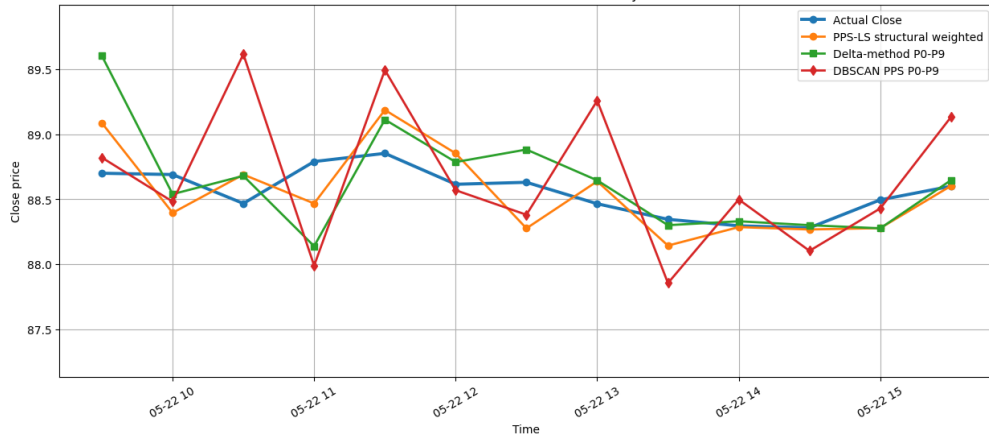
де τ – параметр допустимого відхилення. У програмній реалізації використовувалося емпіричне значення $\tau=5$. Отже, правило формування підсумкового прогнозу має вигляд:

$$x_{11} = \begin{cases} l_m, & |l_m - P_0| \leq \tau |P_1 - P_0| \\ P_0, & |l_m - P_0| > \tau |P_1 - P_0| \end{cases}$$

Запропонований механізм дозволяє обмежити вплив аномальних значень, які можуть виникати внаслідок посилення локальних коливань при використанні поліноміальної екстраполяції підвищених порядків. Параметр τ доцільно визначати за валідаційною вибіркою або шляхом аналізу чутливості.

Для порівняння з запропонованою PPS-Net архітектурою було реалізовано два альтернативні методи. Перший – Δ -метод. У ньому вибір прогнозу здійснюється на основі внутрішнього критерію узгодженості поліноміальних прогнозів. Другий – метод DBSCAN PPS. У цьому підході до множини значень $\{P_0, P_1, \dots, P_9\}$ застосовувалася кластеризація DBSCAN. Підсумковий прогноз визначався як центральна характеристика знайденого кластера. Якщо кластер не виявлявся, використовувався резервний прогноз P_0 .

Результати прогнозування по значеннях параметра Close за



останній день експериментальної вибірки подані на рис. 3.

Рис. 3. Порівняння результатів прогнозування нейронної мережі PPS-Net із альтернативними методами

Для аналізу поведінки селекторного шару було досліджено розподіл класів l_m у навчальній і тестовій вибірках. Для кожного навчального вікна правильним класом вважався індекс кандидата l_m , який мав найменше відхилення від фактичного наступного

значення часового ряду $m^* = \arg \min_m |l_m - x_{11}|$. Найчастіше еталонним класом був $l_1 = P_0$, частка якого становила 38,30%. Класи l_1, l_2, l_3 разом охоплювали 67,07% навчальних прикладів, а класи l_1, \dots, l_6 – 91,33%. Кандидати l_7, \dots, l_{10} , до складу яких входять поліноміальні прогнози вищих порядків, використовувалися значно рідше (табл.1).

Таблиця 1.

Розподіл еталонних l_m класів у навчальній вибірці.

Індекс	Клас	Кількість вікон	Частка, %
0	l_1	221	38,30
1	l_2	87	15,08
2	l_3	79	13,69
3	l_4	47	8,15
4	l_5	61	10,57
5	l_6	32	5,55
6	l_7	25	4,33
7	l_8	10	1,73
8	l_9	11	1,91
9	l_{10}	4	0,69

Для 193 тестових вікон селектор PPS-Net переважно обирав класи l_1, l_2, l_3, l_4 . Їхня сумарна частка становила 97,92 %. Класи l_7, \dots, l_{10} не були використані для формування підсумкового прогнозу. Такий розподіл узгоджується з особливостями короткострокового прогнозування внутрішньоденних фінансових даних: на малих часових інтервалах найбільш інформативними переважно є кандидати, сформовані на основі поліноміальних прогнозів невисоких порядків.

Після вибору кандидата застосовувався фільтр локальної допустимості. Якщо вибране значення l_m надмірно відхилилося від базового прогнозу P_0 , воно замінювалося на P_0 . Отже, розподіл класів на тестовій вибірці характеризує остаточну поведінку алгоритму з урахуванням постобробки прогнозних значень (табл. 2).

Таблиця 2.
Розподіл класів l_m , використаних для формування підсумкового прогнозу PPS-Net після фільтрації.

Індекс	Клас	Кількість вікон	Відсоток, %
0	l_1	63	32,64
1	l_2	41	21,24
2	l_3	42	21,76
3	l_4	43	22,28
4	l_5	3	1,55
5	l_6	1	0,52

Якість прогнозування оцінювалася за класичними метриками MAE (Mean Average Error – середня похибка), RMSE (Root Mean Square Error – середньоквадратична похибка), MAPE (Mean Absolute Percentage Error – середня абсолютна відсоткова похибка):

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - y|, \quad RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y) \right)^2},$$

$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - y}{y_i} \right|,$$

Порівняння ефективності результатів прогнозування за допомогою запропонованої нейронної мережі PPS-Net з альтернативними методами прогнозування наведені в таблицях 3 та 4.

Таблиця 3.
Результати на повній тестовій вибірці

Метод	MAE	RMSE	MAPE, %
PPS-Net	0,3643	0,5120	0,4120
Δ -метод	0,4469	0,7402	0,5054
DBSCAN PPS	0,6812	1,3672	0,7688

Таблиця 4.
Результати на останньому тестовому дні

Метод	MAE	RMSE	MAPE, %
PPS-Net	0,2133	0,2486	0,2406
Δ -метод	0,2423	0,3462	0,2733
DBSCAN PPS	0,4217	0,5358	0,4762

На рис. 4 наведено динаміку абсолютної похибки однокрокового прогнозування для останнього торгового дня тестової вибірки. Для кожного моменту часу абсолютна похибка визначалася як $e_t = |x_t - \hat{x}_t|$, де x_t – фактичне значення ціни закриття, а \hat{x}_t – прогнозне значення відповідного методу.

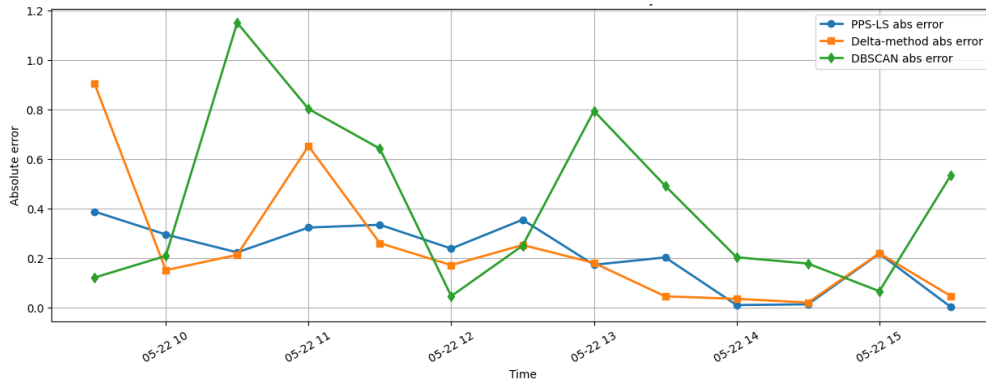


Рис. 4. Динаміка абсолютної похибки однокрокового прогнозування ціни Close акцій NFLX для останнього тестового дня

Графічний аналіз абсолютних похибок підтверджує, що запропонований підхід формує більш рівномірний профіль похибки та не допускає різких прогнозних викидів.

Висновки. У роботі запропоновано та експериментально перевірено нейромережеву архітектуру прогнозування фінансових часових рядів на основі послідовності поліноміальних прогнозів.

Матриця ваг селекторного шару визначалася за допомогою зваженого регуляризованого методу найменших квадратів. Використання ваг навчальних прикладів дозволило врахувати дисбаланс класів l_m , а регуляризація – обмежити надмірне зростання коефіцієнтів моделі. Додатково було застосовано фільтр локальної допустимості прогнозу, який замінював вибране значення l_m на базовий прогноз P_0 , якщо відхилення виходило за межі локально допустимого діапазону.

Експериментальну перевірку проведено на внутрішньоденних біржових даних акцій Netflix за тикером NFLX. Використано значення ціни Close за останні 60 торгових днів із 30-хвилинним інтервалом. Після формування ковзних вікон із 10 послідовних значень було отримано 577 навчальних і 193 тестові приклади. Для кожного вікна виконувався однокроковий прогноз наступного значення часового ряду.



Аналіз розподілу еталонних класів у навчальній вибірці показав, що для прогнозування внутрішньоденних фінансових даних доцільно використовувати поліноміальні прогнози невисоких порядків. Водночас наявність інших класів обґрунтовує необхідність адаптивного вибору параметра m , а не використання одного фіксованого прогнозного правила.

На тестовій вибірці запропонований метод PPS-Net забезпечив найменші значення всіх використаних метрик похибки (табл. 3, табл. 4). Порівняно з Δ -методом запропонований підхід забезпечив зменшення усередненої відносної похибки (MAPE) на 18,47%, а з DBSCAN – 46,40%.

На останньому тестовому дні метод PPS-Net зменшив MAPE – на 11,95% порівняно з Δ -методом, відповідно для DBSCAN зменшення MAPE становить 49,46%.

Отримані результати показують, що запропонована архітектура нейромережі PPS-Net на основі поліноміального підходу дозволяє підвищити точність однокрокового прогнозування внутрішньоденних фінансових часових рядів. Водночас наведені висновки стосуються дослідженої вибірки NFLX і не повинні автоматично узагальнюватися на всі біржові активи.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на перевірку методу для різних тікерів, часових інтервалів і ринкових режимів; проведення аналізу чутливості до параметрів λ і τ ; порівняння з класичними статистичними, машинними та нейромережевими методами прогнозування; а також на розроблення процедури автоматичного визначення допустимого локального діапазону прогнозу.

1. Nazareth N., Ramana Reddy Y. V. Financial applications of machine learning: A literature review. Expert Systems with Applications. 2023. Vol. 219. Article 119640. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.119640. **2.** Oreshkin B. N., Carпов D., Chapados N., Bengio Y. N-BEATS: Neural basis expansion analysis for interpretable time series forecasting. arXiv. 2019. arXiv:1905.10437. DOI: 10.48550/arXiv.1905.10437. **3.** Chrysos G. G., Moschoglou S., Bouritsas G., Panagakis Y., Deng J., Zafeiriou S. П-Nets: Deep Polynomial Neural Networks. Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2020. P. 7325–7335. **4.** Ghazali R., Hussain A. J., El-Deredy W. Application of Ridge Polynomial Neural Networks to Financial Time Series Prediction. 2006 IEEE International Joint Conference on Neural Networks Proceedings. Vancouver, BC, Canada, 16–21 July 2006. P. 913–920. DOI:

10.1109/IJCNN.2006.246783. 5. Turbal Y., Shlikhta G., Turbal M., Turbal B. The polynomial forecasts improvement based on the algorithm of optimal polynomial degree selecting. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2023. Vol. 5, No. 4 (125). P. 34–42. DOI: 10.15587/1729-4061.2023.289292. 6. Турбал Ю., Турбал М., Кубай О., Смірнов Д., Мельничук М. Метод прогнозування на основі усереднення поліноміальної екстраполяційної послідовності. *Моделювання, управління та інформаційні технології*. 2025. № 8. С. 326–329. DOI: 10.31713/MCIT.2025.102.

REFERENCES

1. Nazaret N., Ramana Reddi YU. V. Finansovi zastosuvannya mashynnoho navchannya: ohlyad literatury. *Ekspertni systemy iz zastosuvannyamy*. 2023. Tom 219. Statyya 119640. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.119640.
2. Oreshkin B. N., Karpov D., Chapados N., Benkhio YU. N-BEATS: Analiz rozshyrennya neyronnoho bazysu dlya prohnouzuvannya interpretovanykh chasovykh ryadiv. *arXiv*. 2019. arXiv:1905.10437. DOI: 10.48550/arXiv.1905.10437.
3. Khrisos H. H., Moshohlu S., Burit-sas H., Panahakis YU., Denh Dzh., Zafeyriu S. P-Merezhi: Hlyboki polinomial'ni neyronni merezhi. *Materialy konferentsiyi IEEE/CVF z komp'yuternoho zoru ta rozpiznavannya obraziv (CVPR)*. 2020. S. 7325–7335.
4. Hazali R., Khusseyyn A. Dzh., El'-Deredi V. Zastosuvannya neyronnykh merezh na osnovi hrebnevnykh polinomial'nykh system dlya prohnouzuvannya finansovykh chasovykh ryadiv. *Materialy spil'noyi mizhnarodnoyi konferentsiyi IEEE z neyronnykh merezh 2006 r. Vankuver, Brytans'ka Kolumbiya, Kanada, 16–21 lypnya 2006 r.* S. 913–920. DOI: 10.1109/IJCNN.2006.246783.
5. Turbal YU., Shlikhta H., Turbal M., Turbal B. Pokrashchennya prohnouziv polinomiiv na osnovi alhorytmu vyboru optymal'noho stupenya polinoma. *Skhidnoyevropeys'kyy zhurnal korporatyvnykh tekhnolohiy*. 2023. Tom 5, № 4 (125). S. 34–42. DOI: 10.15587/1729-4061.2023.289292.
6. Turbal YU., Turbal M., Kubay O., Smirnov D., Mel'nychuk M. Metod prohnouzuvannya na osnovi userednennya polinomial'noyi ekstrapolyatsiynoi kyshky. *Modelyuvannya, upravlinnya ta informatsiyi tekhnolohiyi*. 2025. № 8. S. 326–329. DOI: 10.31713/MCIT.2025.102.

Turbal Yu.V. [1; ORCID ID: 0000-0002-5727-5334],

Doctor of Technical Sciences, Professor,

Kubai O.V. [1; ORCID ID: 0000-0002-2005-487X],

Postgraduate Student,

¹ National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

PPS-NET: A NEURAL NETWORK ARCHITECTURE BASED ON POLYNOMIAL PREDICTION SEQUENCES FOR FINANCIAL TIME SERIES FORECASTING

The paper considers the problem of forecasting financial time series in conditions of limited data volume and high sensitivity of stock market dynamics to local fluctuations. The neural network architecture PPS-Net (Polynomial Prediction Sequence Network) is proposed, in which a sequence of polynomial forecasts is used as a specialized forecast layer. For each sliding window of the time series, a set of polynomial forecasts of orders from zero to ninth and a sequence of averaged forecast values are formed, among which the final forecast is selected. To reduce the influence of the absolute price level on the selector's operation, structural features are introduced that characterize the relative deviations of the sequence elements from the base forecast. The weight matrix of the selector layer was determined using the weighted regularized least squares method. Weighting of training examples was used to compensate for class imbalance, and the regularization parameter was selected on the validation sample according to the minimum value of the mean absolute percentage error MAPE. To limit the impact of anomalous forecast values, a local admissibility filter was added, which replaces the selected candidate with the base forecast in case of excessive deviation from the local scale of the series change.

Experimental verification was performed in Python on intraday stock exchange data of Netflix shares with the ticker NFLX. 780 values of the Close parameter were used for the last 60 trading days with a 30-minute interval. Based on a sliding window of 10 consecutive values, 770 forecast examples were formed, of which 577 were used for training and 193 for testing. The proposed approach was compared with the Δ -method and the DBSCAN PPS clustering method. Compared with the Δ -method, the proposed approach provided a reduction in the mean relative error (MAPE) by 18.47%, and with DBSCAN – by 46.40%.

On the last test day, the PPS-Net method reduced MAPE by 11.95% compared to the Δ -method, respectively, for DBSCAN the MAPE reduction is 49.46%.

The scientific novelty lies in the integration of a sequence of polynomial forecasts into a neural network selector architecture, the

use of PPS structural features and regularized weighting for adaptive selection of the final forecast. The practical significance of the results lies in increasing the accuracy of forecasting intraday financial time series under small sample conditions.

Keywords: financial time series, polynomial extrapolation, sequence of polynomial forecasts, PPS-Net, neural network architecture, regularized least squares method, structural features, NFLX, one-step forecasting.

Отримано: 11 січня 2026 року
Прорецензовано: 25 лютого 2026 року
Прийнято до друку: 27 березня 2026 року



© 2026 [Turbal Yu.V., Kubai O.V.]. Licensee [NUWEE]. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial (CC BY-NC) license (creativecommons.org).