

УДК 691.32

<https://doi.org/10.31713/vt4202510>

**Кузло М. Т.** [1; ORCID ID:],

д.т.н., професор,

**Котоуч А. В.** [1; ORCID ID:],

аспірант,

**Марчук В. В.** [1; ORCID ID: 0000-0003-0999-0402],

к.т.н., доцент

<sup>1</sup>Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

## **ДОСЛІДЖЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ ЩЕБЕНЕВО-ПІЩАНИХ СУМІШЕЙ УКРІПЛЕНИХ ЦЕМЕНТОМ**

У даній статті досліджено вплив вмісту портландцементу та товщини шару (зразка) на модуль пружності щебенево-піщаних сумішей. Були проведені випробування для вмісту портландцементу 0%, 5% і 10% по масі та товщиною зразка 8 см, 10 см та 12 см. З метою встановлення аналітичного виразу для значення модуля пружності як функції від товщини зразка та відсоткового вмісту мінерального в'язучого, було застосовано метод математичного планування експериментів. Знання деформаційних властивостей зміцнених цементом щебенево-піщаних сумішей (ЩПС+Ц) може допомогти при виборі матеріалів та проєктуванні основ дорожнього одягу. На основі отриманих результатів була побудована математична модель модуля пружності залежно від товщини шару та вмісту в'язучого.

**Ключові слова:** щебенево-піщана суміш; дорожнє покриття; портландцемент; математичне моделювання; модуль пружності.

**Вступ. Аналіз останніх досліджень.** У сучасних умовах розвитку транспортної інфраструктури спостерігається стійка тенденція до зростання інтенсивності дорожнього руху, збільшення навантаження від транспортних засобів, а також динамічних навантажень на дорожнє покриття. Це створює додаткові виклики для проєктування дорожніх конструкцій, зокрема в аспекті забезпечення їхньої довговічності та надійності впродовж усього проєктного терміну експлуатації. Важливим завданням при будівництві дорожнього одягу є правильний вибір матеріалів для шарів основи та покриття, які повинні відповідати вимогам по міцності, стійкості до деформацій, водостійкості та морозостійкості. Важливим напрямом у підвищенні ефективності дорожніх конструкцій є покращення властивостей матеріалів, що



використовуються в шарах основи [1]. Покращення міцнісних і деформаційних характеристик основи дає змогу значно знизити ризик утворення тріщин і колій, підвищити рівень комфортності руху та скоротити витрати на експлуатаційне утримання доріг [2]. Такі матеріали здатні забезпечити підвищений модуль пружності, що є ключовим параметром для рівномірного розподілу навантажень у конструкції дорожнього одягу.

На сьогодні значного поширення набула технологія застосування щебенево-піщаних сумішей (ЩПС) у якості матеріалу для несучих шарів основи дорожнього одягу. ЩПС відзначається доступністю, відносно низькою вартістю, простотою виготовлення та укладання, а також широким діапазоном застосування. Особливо ефективним є використання щебенево-піщаних сумішей, укріплених цементом, що дозволяє суттєво підвищити міцнісні характеристики матеріалу, забезпечуючи довговічність та стабільність дорожньої конструкції при значних навантаженнях [3; 4]. Крім того, така суміш може бути адаптована до місцевої сировинної бази, що позитивно впливає на економічну доцільність її застосування [1]. Таким чином, у контексті зростаючих вимог до якості та надійності дорожніх покриттів, використання щебенево-піщаних сумішей, особливо укріплених цементом, виступає перспективним та обґрунтованим інженерним рішенням, що знаходить підтвердження як у практичному використанні так і в науковому плані. Наразі проведено ряд досліджень механічних властивостей, зокрема і модуля пружності, ЩПС з урахуванням їх складу [3; 5–8]. Вищезгадані дослідження модуля пружності були зосереджені на аналізі отриманих експериментальних даних. Однак доцільним в даний час є отримання аналітичного виразу (математичної моделі) для значення модуля пружності як функції від товщини зразка та відсоткового вмісту мінерального в'язучого (портландцементу). Відомі дослідження [2; 5; 8; 9] де автори розглядали лише вплив різного вмісту цементу на характеристики міцності матеріалу та отримали відповідний вираз міцності. Однак вирази для деформаційних характеристик матеріалу за різного вмісту цементу, які також можуть вказувати на взаємозв'язок деформаційних характеристик, не були досліджені в повному обсязі.

**Мета дослідження.** Метою роботи є дослідження вплив вмісту портландцементу та товщини шару на модуль пружності щебенево-піщаних сумішей, а також отримання математичної моделі для значення модуля пружності як функції від товщини зразка та

відсоткового вмісту в'язучого.

**Матеріали та методи досліджень.** У дослідженнях використовували: портландцемент ПЦ-I-500-P-H (ДСТУ Б В.2.7-46:2010) ПАТ «Віпцемент»; щебенево-піщану суміш фракцій 0-40 (С7) з Микитівського родовища.

Модуль пружності визначали згідно ДСТУ Б В.2.3-42:2016.

Для проведення досліджень було використано методи математичного планування експериментів. Для цього були виконані алгоритмізовані експерименти відповідно до трирівневого двохфакторного плану  $B_2$  [11]. Даний план передбачає необхідність проведення експериментів в 11 точках плану на трьох рівнях. При математичному плануванні експериментів використані ймовірнісно-статистичні методи, що дозволяють обґрунтовано встановити мінімально необхідну кількість експериментів, а також порядок їх проведення для одержання кількісних залежностей між досліджуваним параметром і факторами, що впливають на нього. Завдання математичного моделювання зводиться до побудови експериментально-статистичної моделі, яка має загальний вигляд:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2, \quad (1)$$

де  $y$  – параметр оптимізації, тобто вихідний параметр системи,  $b_i$ ,  $b_{ij}$ ,  $b_{ii}$  – коефіцієнти регресії;  $x_i$ ,  $x_j$  – фактори;  $k$  – число факторів.

Рівняння регресії, маючи квадратичний характер, дозволяють простежити індивідуальний та спільний вплив факторів на досліджувані вихідні параметри, установити необхідні оптимальні значення факторів. Для аналізу факторів поряд із перевіркою адекватності рівняння виконувалося також оцінювання значимості коефіцієнтів регресії, а результати дослідів оброблялися за допомогою методів математичної статистики [11].

**Отримані результати та обговорення.** Вибір товщини шару (зразка) та вмісту портландцементу було зумовлено нормативними вимогами та аналізом літературних джерел [1; 2; 3; 6; 12], а допустима область варіювання факторів обиралася на основі попереднього вивчення об'єкту у відповідності з поставленою метою дослідження. Для запису умов експериментів та обробки експериментальних даних верхній рівень факторів кодувався +1, нижній –1, а основний як нульовий. Для дослідження було реалізовано серію експериментів за умов планування наведених в табл. 1.



Таблиця 1

## Умови планування експериментів

№	Варійовані фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
	Кодовані	Натуральні	-1	0	+1	
1	X <sub>1</sub>	Товщина шару, (H) см	8	10	12	2
2	X <sub>2</sub>	Вміст в'язучого, В'яз, %	0	5	10	5

Матриця планування та отримані результати наведені в табл. 2.

Таблиця 2

## Результати експериментів

№	Кодовані значення факторів		Натуральні значення факторів		Модуль пружності, МПа
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	H, см	В'яз, %	
1	1	1	12	10	174,95
2	1	-1	12	0	126,84
3	-1	1	8	10	141,86
4	-1	-1	8	0	91,75
5	1	0	12	5	141,86
6	-1	0	8	5	111,05
7	0	1	10	10	155,06
8	0	-1	10	0	102,87
9	0	0	10	5	122,09
10	0	0	10	5	1220,2
11	0	0	10	5	122,04

Обробка отриманих експериментальних даних та проведення статистичного аналізу модуля пружності дали змогу побудувати рівняння регресії (математичну модель), яка наведена нижче та представлена в кодованому вигляді:

$$E = 122,05 + 16,5 \cdot X_1 + 25,07 \cdot X_2 + 4,56 \cdot X_1^2 + 7,07 \cdot X_2^2 - 0,05 \cdot X_1 \cdot X_2. \quad (2)$$

Аналіз отриманої математичної моделі показує, що у діапазоні варіювання досліджуваних факторів зростання вмісту в'язучого (X<sub>2</sub>) має сильніший позитивний ефект на модуль пружності, ніж еквівалентне збільшення товщини шару (X<sub>1</sub>). Позитивні квадратичні коефіцієнти означають, що ефект кожного фактора є не лінійний та прослідковується певна взаємодія факторів, однак вона дуже мала.

На основі отриманої математичної моделі було побудовано графічну залежність (рис. 1) та поверхню відгуку (рис. 2) модуля пружності від товщини та відсоткового вмісту в'язучого.

Проведені експериментальні дослідження дозволили встановити закономірності зміни модуля пружності дорожнього

одягу залежно від товщини шару, зміцненого портландцементом, та вмісту в'язучого. Аналіз даних табл. 2 показав, що обидва фактори мають істотний вплив на формування жорсткісних характеристик матеріалу, проте їхня дія різниться за інтенсивністю.

Максимальне та мінімальне значення модуля пружності отримане в межах варіювання вказує на те, що різниця між екстремальними значеннями підтверджує високу чутливість конструкції дорожнього одягу до зміни характеристик шару. Вміст в'язучого виявився більш впливовим чинником: при його збільшенні від 0% до 10% модуль пружності зростає у середньому на 40–50%, тоді як зміна товщини шару від 8 до 12 см забезпечувала підвищення в межах 20–35%. У разі середніх значень факторів ( $H = 10$  см, Вяж = 5%) було зафіксовано стабільні значення модуля пружності близько 122 МПа.

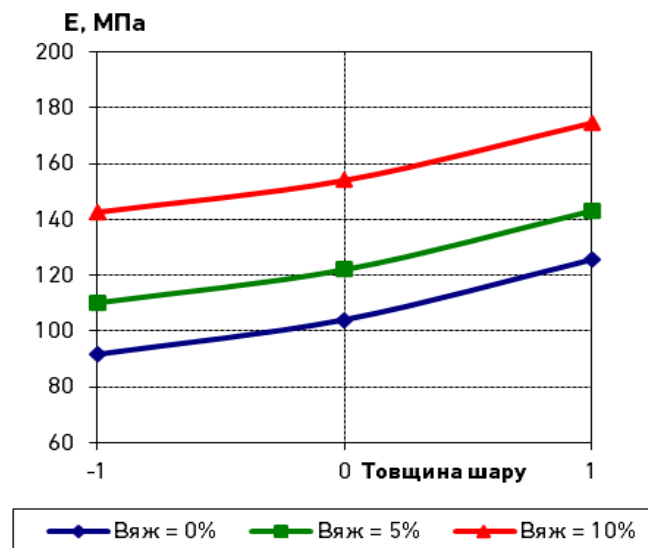


Рис. 1. Графічні залежності модуля пружності від технологічних факторів

У цілому експериментальні дослідження підтвердили, що збільшення як товщини зміцненого шару, так і вмісту портландцементу сприяє зростанню модуля пружності. Проте визначальним фактором є саме кількість в'язучого, яка формує домінуючий внесок у підвищення жорсткості конструкції. Отримані результати можуть бути використані для подальшого моделювання, оптимізації конструкцій дорожнього одягу та розроблення рекомендацій щодо раціональних технологічних параметрів.

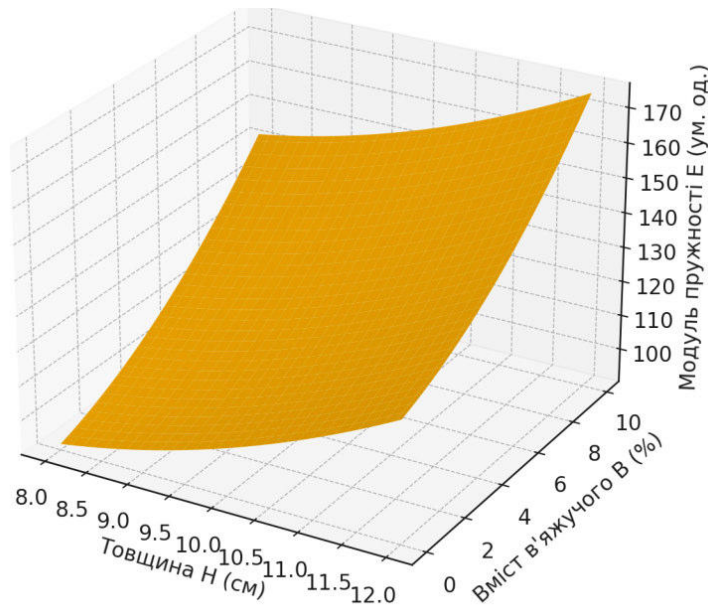


Рис. 2. Поверхня відгуку модуля пружності залежно від товщини та відсоткового вмісту мінерального в'язучого

### Висновки

Досліджено вплив товщини шару та вмісту портландцементу на модуль пружності щебенево-піщаних сумішей. Отримана математична модель адекватно описує експериментальні дані та дозволяє оцінити вплив технологічних параметрів на модуль пружності дорожнього одягу. Найвагомим фактором виявився вміст портландцементу, тоді як товщина шару відіграє другорядну, але все ж суттєву роль. Нелінійний характер моделі свідчить про прискорення приросту модуля пружності при досягненні певної товщини конструкції. Отримана математична модель є важливим аналітичним засобом, що дозволяє здійснювати прогнозування та проектування властивостей укріплених та неукріплених щебенево-піщаних сумішей, що має суттєве практичне значення у галузі дорожнього будівництва.

1. Dmytrichenko M. F., Dmytriev M. M., Gamelyak I. P., Raykovsky V. F., & Yakyumenko Ya. M. Reliability of road surface structures : Textbook. K. : NTU, 2012. 206 p.
2. Котоуч А. В., Кузло М. Т., Марчук В. В. Рациональна область використання гранітного щебеню Микитівського та Софіївського родовищ в дорожньому будівництві. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди* : зб. наук. праць. Рівне, 2025. Вип. 47.
3. Timm D. H., & Newcomb D. E. Perpetual Pavement Design for Flexible Pavements in the U.S. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. 2006. No. 1947.
4. Hydzik-Wiśniewska, Joanna & Wilk, Anna & Bednarek, Łukasz & Olesiak, Sebastian. Mixture of Crushed-Stone Aggregate as Material For Substructure Layers. *Studia Geotechnica et Mechanica*. 2018. 10.2478/sgem-2018-0014.
5. Huang Y. H. Pavement Analysis and Design. 2nd ed.

Pearson Education. 2016. **6.** Tang X. J.; Lu S. Y. Preliminary research on mechanical behaviors of cemented rockfill material. *Eng. J. Wuhan Univ.* 1997. Vol. 30. P. 15–18. **7.** Lohani T. N., Kongsukprasert L., Watanabe K. Strength and deformation properties of cemented mixed gravel evaluated by triaxial compression tests. *Soils Found.* 2004. Vol. 44. P. 95–108. **8.** Cai X., Wu Y. L. Constitutive equation for CSG materials. *Chin. J. Geotech. Eng.* 2010. Vol. 32. P. 1340–1344. **9.** Yang J., Cai X., Pang Q., Guo X. W. Experimental study on the shear strength of cement–sand–gravel material. *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2018. Vol. 2018. P. 1–11. **10.** Rouaud, Mathieu, Probability. Statistics and Estimation. 2013. P. 60. **11.** Dvorkin L., Dvorkin O., Ribakov Y. Mathematical experiments planning in concrete technology. *Nova Science Publishers.* 2011. 173 p. **12.** ГБН В.2.3-37641918-559:2019. Автомобільні дороги. Дорожній одяг нежорсткий.

## REFERENCES:

**1.** Dmytrichenko M. F., Dmytriev M. M., Gamelyak I. P., Raykovsky V. F., & Yakymenko Ya. M. Reliability of road surface structures : Textbook. K. : NTU, 2012. 206 p. **2.** Kotouch A. V., Kuzlo M. T., Marchuk V. V. Ratsionalna oblast vykorystannia hranitnoho shchebeniu Mykytivskoho ta Sofiiivskoho rodovyshch v dorozhnomu budivnytstvi. *Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy* : zb. nauk. prats. Rivne, 2025. Vyp. 47. **3.** Timm D. H., & Newcomb D. E. Perpetual Pavement Design for Flexible Pavements in the U.S. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board.* 2006. No. 1947. **4.** Hydzik-Wiśniewska, Joanna & Wilk, Anna & Bednarek, Łukasz & Olesiak, Sebastian. Mixture of Crushed-Stone Aggregate as Material For Substructure Layers. *Studia Geotechnica et Mechanica.* 2018. 10.2478/sgem-2018-0014. **5.** Huang Y. H. Pavement Analysis and Design. 2nd ed. Pearson Education. 2016. **6.** Tang X. J., Lu S. Y. Preliminary research on mechanical behaviors of cemented rockfill material. *Eng. J. Wuhan Univ.* 1997. Vol. 30. P. 15–18. **7.** Lohani T. N., Kongsukprasert L., Watanabe K. Strength and deformation properties of cemented mixed gravel evaluated by triaxial compression tests. *Soils Found.* 2004. Vol. 44. P. 95–108. **8.** Cai X., Wu Y. L. Constitutive equation for CSG materials. *Chin. J. Geotech. Eng.* 2010. Vol. 32. P. 1340–1344. **9.** Yang J., Cai X., Pang Q., Guo X. W. Experimental study on the shear strength of cement–sand–gravel material. *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2018. Vol. 2018. P. 1–11. **10.** Rouaud, Mathieu, Probability. Statistics and Estimation. 2013. P. 60. **11.** Dvorkin L., Dvorkin O., Ribakov Y. Mathematical experiments planning in concrete technology. *Nova Science Publishers.* 2011. 173 p. **12.** HBN V.2.3-37641918-559:2019. Avtomobilni dorohy. Dorozhnii odiah nezhorstkyi.

---



**Kuzlo M. T.** [1; ORCID ID: ],  
Doctor of Engineering, Professor,  
**Kotouch A. V.** [1; ORCID ID: ],  
Post-graduate Student,  
**Marchuk V. V.** [1; ORCID ID: 0000-0003-0999-0402],  
Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor

*<sup>1</sup>National University of Water and Environmental Engineering, Rivne*

## **STUDY OF THE MODULUS OF ELASTICITY OF CRUSHED STONE-SAND MIXTURES STRENGTHENED WITH CEMENT**

**This article investigates the effect of Portland cement content and layer thickness (sample) on the modulus of elasticity of crushed stone-sand mixtures. Tests were conducted for Portland cement content of 0%, 5% and 10% by weight and sample thickness of 8 cm, 10 cm, 12 cm. In order to establish an analytical expression for the value of the modulus of elasticity as a function of sample thickness and percentage of mineral binder, the regression analysis method was applied using a similar step-by-step algorithm. Knowledge of the deformation properties of cement-stabilized crushed stone-sand mixtures can help in building substantiated mathematical models of the material for arranging the bases of road pavement, which can be used to model the strength and deformation characteristics of the bases of road pavement. Based on the results obtained, a model of elasticity depending on the thickness was built for each fixed value of the percentage of binder.**

**Keywords:** crushed stone-sand mixture; road pavement; Portland cement; deformation property; modulus of elasticity.

Отримано: 08 жовтня 2025 року  
Прорецензовано: 10 жовтня 2025 року  
Прийнято до друку: 18 грудня 2025 року