

УДК 624.012

<https://doi.org/10.31713/vt220259>

Савицький В. В. [1; ORCID ID: 0000-0001-8807-9486],

к.т.н., доцент,

Лозицька В. О. [1; ORCID ID: 0009-0008-7214-3226],

здобувачка вищої освіти першого (бакалаврського) рівня

¹Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ПОРІВНЯННЯ РОЗРАХУНКІВ ПЛОЩІ ПЕРЕРІЗУ ПОЗДОВЖНЬОЇ АРМАТУРИ У ЗГИНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТАХ ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ

У статті наведені результати розрахунку площі поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури у згинальних елементах таврового профілю згідно з чинними нормативними документами за розташування нейтральної лінії у полиці та в ребрі, а також виконані порівняльні розрахунки за попередніми нормами проєктування.

Ключові слова: бетон; арматура; площа; переріз; тавр; деформація.

Вступ. Залізобетонні згинальні елементи таврового профілю широко використовуються в будівлях і спорудах. У зв'язку з введенням в дію нових будівельних норм постала необхідність розробити сучасні методики розрахунку таких елементів на основі деформаційної моделі, враховуючи два випадки можливого розташування нейтральної ліній в поперечному перерізі, і визначити ефективність прийнятих методик на основі порівняння з результатами розрахунку за попередніми нормативними документами.

Аналіз останніх досліджень. Розробниками нині діючих нормативних документів [1; 2] запропоновано розраховувати згинальні елементи на основі деформаційної моделі з використанням повної або спрощеної діаграми деформування бетону, зокрема для елементів таврового та двотаврового профілю розглядаються чотири випадки розташування нейтральної лінії в поперечному перерізі елемента. Авторами [3; 4] запропоновано практичний метод розрахунку згинальних елементів прямокутного профілю, при цьому розрахунок виконується методом послідовних наближень відносно висоти стиснутої зони перерізу, задаючись деформацією крайнього стиснутого волокна бетону, яка відповідає максимальній несучій здатності елемента. Такі розрахункові передумови дають можливість легко визначити необхідну площу



перерізу арматури, особливо при застосуванні комп'ютерної техніки.

Постановка мети і задач досліджень. Поставлено задачу розрахувати площу поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури в елементі таврового перерізу згідно з новими нормами та порівняти результати розрахунку з отриманими за попереднім нормативним документом. Вихідні дані: $M_{Ed} = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $b_w = 20 \text{ см}$, $h = 60 \text{ см}$, $b_{eff} = 15 \text{ см}$, $h_{eff} = 15 \text{ см}$, клас бетону С12/15, клас арматури А500С, $a_{s2} = 5 \text{ см}$ (рис. 1).

Методика і результати досліджень. $f_{cd} = 8,5 \text{ МПа}$, $\varepsilon_{c1} = 158 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_{cu1} = 158 \cdot 10^{-5}$ (табл. 3.1 [1]); $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$ (табл. 3.4 [2]), $\gamma_s = 1,15$ (табл. 2.1 [1]); за формулою 3.15 [2] $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$, $f_{yd} = 434,8 \text{ МПа}$. $E_s = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ (табл. 3.4 [2]), за формулою 3.16 [2] $\varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$, $\varepsilon_{s0} = 217,4 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_{ud} = 0,02$ (табл. 3.4 [2]), $d = h - a_{s2}$, $d = 55 \text{ см}$. За методикою Баби́ча В. Є. – Савицького В. В. приймаємо максимальне значення коефіцієнта повноти епюри напружень в стиснутому бетоні $\omega_{max} = 0,8418$ для даного класу бетону (табл. Б.2 [4]); тут величина ω визначена за формулою 20 [4]:

$$\omega = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (1)$$

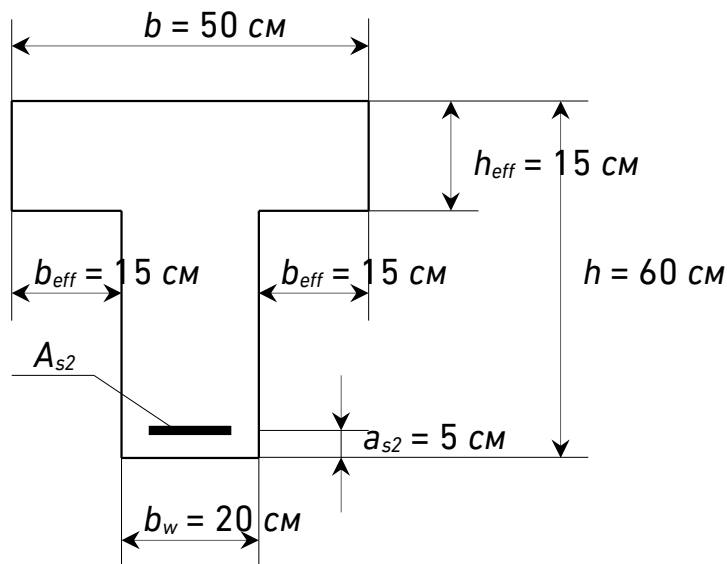


Рис. 1. Схема поперечного перерізу елемента

Коефіцієнт відношення відносної деформації бетону, яка відповідає ω_{max} , до відносної деформації бетону при максимальному навантаженні $\gamma = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} = 1,81$ (табл. Б.2 [4]); звідси

$$\varepsilon_c = \gamma \cdot \varepsilon_{c1}, \quad (2)$$

$\varepsilon_c = 286,0 \cdot 10^{-5}$. Коефіцієнт відносної несучої здатності нормального перерізу по стиснутій зоні бетону, який відповідає ω_{max} , $\beta = 0,4642$ залежно від γ (табл. Б.1 [4]); тут величина β визначена за формулою 21 [4]:

$$\beta = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k \quad (3)$$

Для визначення положення нейтральної лінії знаходимо несучу здатність поперечного перерізу елемента за умови, що нейтральна лінія проходить на межі полиці і стінки (ребра) перерізу таврового елемента (рис. 2). При цьому несуча здатність визначається як сума моментів внутрішніх зусиль у стиснутій полиці і розтягнутій арматурі, відносно нейтральної лінії. Момент від зусилля в стиснутому бетоні визначаємо за формулою:

$$M_c = f_{cd} \cdot \beta \cdot (b_w + 2b_{eff}) \cdot h_{eff}^2 \quad (4)$$

$M_c = 44,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Згідно з гіпотезою плоских перерізів

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot (d - h_{eff}) / h_{eff} \quad (5)$$

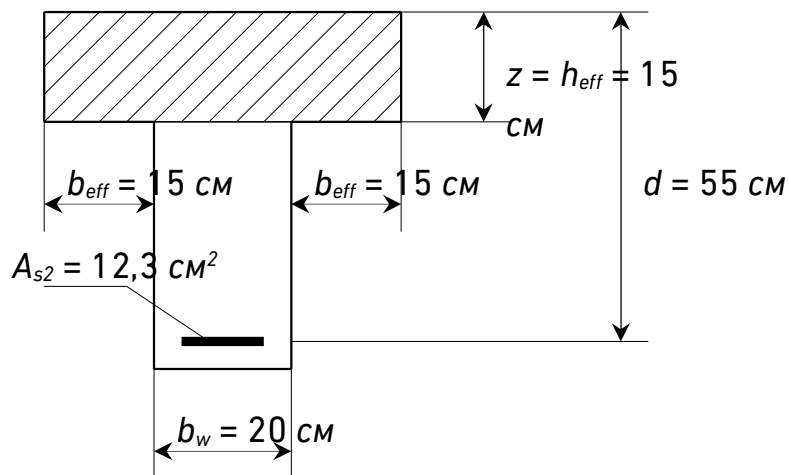


Рис. 2. До визначення положення нейтральної лінії

$\varepsilon_{s2} = 762,6 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{ud} = 0,02$, але $\varepsilon_{s2} > \varepsilon_{yd} = 217,4 \cdot 10^{-5}$, тому за дволінійною діаграмою деформування сталі (рис. 3.1 [2]) $\sigma_{s2} = f_{yd} = 434,8 \text{ МПа}$. Тоді з умови рівноваги внутрішніх зусиль у стиснутому бетоні та розтягнутій арматурі

$$A_{s2} = \frac{f_{cd} \cdot (b_w + 2b_{eff}) \cdot h_{eff} \cdot \omega_{max}}{\sigma_{s2}} \quad (6)$$

$A_{s2} = 12,3 \text{ см}^2$. Тоді момент від внутрішнього зусилля в розтягнутій арматурі відносно нейтральної лінії



$$M_{s2} = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (d - h_{eff}), \quad (7)$$

$M_{s2} = 214,7$ кН·м. Сумарний момент від внутрішніх зусиль у поперечному перерізі елемента відносно нейтральної лінії

$$M_S = M_c + M_{s2}, \quad (8)$$

$M_S = 259,1$ кН·м, що перевищує $M_{Ed} = 200$ кН·м на 59,1 кН·м. тому нейтральна лінія проходить в полиці і в подальшому розрахунку поперечний переріз елемента розглядаємо як прямокутний шириною $b_w + 2b_{eff}$ (рис. 3).

Методом послідовних наближень знаходимо величину висоти стиснутої зони бетону, при якій відношення моменту від внутрішніх зусиль у поперечному перерізі до згинального моменту від зовнішнього розрахункового навантаження буде максимально близьким до одиниці. Таку задачу зручно виконувати в програмному середовищі *Excell*, попередньо прийнявши величину висоти стиснутої зони бетону на рівні $z = 0,5 \cdot d$.

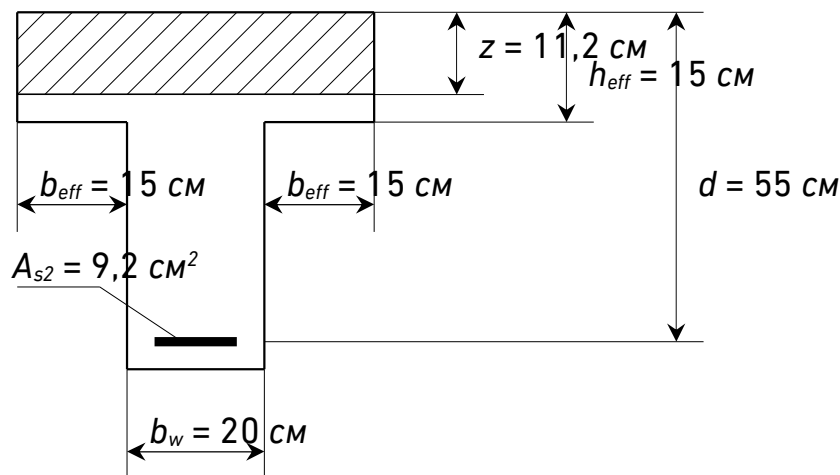


Рис. 3. Схема поперечного перерізу елемента при положенні нейтральної лінії в полиці

Таким чином, в нашому випадку значення $z = 11,19$ см; згідно з гіпотезою плоских перерізів

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot (d - z) / z, \quad (9)$$

$\varepsilon_{s2} = 1120,3 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{ud} = 0,02$, але більше, ніж $\varepsilon_{yd} = 217,4 \cdot 10^{-5}$. Тому за дволінійною діаграмою деформування арматурної сталі $\sigma_{s2} = f_{yd} = 434,8$ МПа. Площа перерізу розтягнутої арматури з умови рівноваги внутрішніх зусиль в поперечному перерізі елемента

$$A_{s2} = \frac{f_{cd} \cdot (b_w + 2b_{eff}) \cdot z \cdot \omega_{max}}{\sigma_{s2}}, \quad (10)$$

$A_{s2} = 9,20 \text{ см}^2$. Момент від внутрішнього зусилля у стиснутому бетоні:

$$M_c = f_{cd} \cdot \beta \cdot (b_w + 2b_{eff}) \cdot z^2, \quad (11)$$

$M_c = 24,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Момент від внутрішнього зусилля в розтягнутій арматурі:

$$M_{s2} = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (d - z), \quad (12)$$

$M_{s2} = 175,3 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Тоді несуча здатність поперечного перерізу елемента в цілому згідно з (8) $M_s = 200,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$, а співвідношення моментів від внутрішніх зусиль у перерізі елемента і зовнішнього навантаження $M_s / M_{Ed} = 1$.

Порівняємо отримані результати розрахунку з результатами за попередніми нормами проектування. Вихідні дані для розрахунку приймемо такими ж: $M = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $b = 20 \text{ см}$, $h = 60 \text{ см}$, $b_f' = 50 \text{ см}$, $h_f' = 15 \text{ см}$, клас бетону В15, клас арматури АIIIв, $a = 5 \text{ см}$. $R_b = 8,5 \text{ МПа}$ (дод. 3 [5]), розрахунковий опір арматури на розтяг приймемо для чистоти дослідження таким же, як і в попередньому прикладі – $R_s = 434,8 \text{ МПа}$; $h_0 = h - a$, $h_0 = 55 \text{ см}$. Для визначення положення нейтральної лінії знаходимо момент, який може сприйняти бетон стиснутої полиці, відносно центру ваги розтягнутої арматури:

$$M_f = R_b \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot (h_0 - 0,5h_f'), \quad (13)$$

$M_f = 302,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$, що перевищує M на $102,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$, тобто границя стиснутої зони бетону проходить в полиці і розрахунковий поперечний переріз приймаємо прямокутним шириною b_f' .

$$\alpha = \frac{M}{R_b \cdot b_f' \cdot h_0^2}, \quad (14)$$

$\alpha = 0,156$; відносна висота стиснутої зони бетону

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha}, \quad (15)$$

$\xi = 0,170$;

$$\omega = 0,85 - 0,008R_b, \quad (16)$$

$\omega = 0,782$; $\sigma_{sR} = R_s = 435 \text{ МПа}$; $\sigma_{sc,u} = 400 \text{ МПа}$ (при $\gamma_{b2} = 1$); тоді

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{sc,u}} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)}, \quad (17)$$

$\xi_R = 0,595 > \xi = 0,170$, отже, подвійне армування не потрібне.

$$\eta = 1 - 0,5\xi, \quad (18)$$

$\eta = 0,915$. Тоді площа перерізу розтягнутої арматури

$$A_s = \frac{M}{\eta \cdot R_s \cdot h_0}, \quad (19)$$



$A_s = 9,14 \text{ см}^2$. Розходження в результатах порівняно з попереднім розрахунком складає 0,7%.

Виконаємо розрахунок площі поперечного перерізу поздовжньої арматури за чинними нормами при тих самих вихідних даних, але за значення $M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Приймаємо аналогічні величини, як і в прикладі з $M_{Ed} = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}$. $M_s = 259,1 \text{ кН}\cdot\text{м} < M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$, тому нейтральна лінія проходить в ребрі і поперечний переріз елемент розраховуємо як тавровий. Методом послідовних наближень визначаємо $z = 22,2 \text{ см}$; деформація розтягу арматури згідно з (9) $\varepsilon_{s2} = 422,5 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{ud} = 0,02$, але більше, ніж $\varepsilon_{yd} = 217,4 \cdot 10^{-5}$. Тому за дволінійною діаграмою деформування сталі $\sigma_{s2} = f_{yd} = 434,8 \text{ МПа}$. Визначаємо величину відносної деформації стиснутого бетону на рівні нижньої грані полиці згідно з гіпотезою плоских перерізів:

$$\varepsilon_{cf} = \varepsilon_c \cdot (d - h_{eff}) / h_{eff}, \quad (20)$$

$\varepsilon_{cf} = 92,8 \cdot 10^{-5}$. Знаходимо величину згинального моменту від внутрішнього зусилля у стиснутому бетоні звисань полиці:

$$M_{cf} = f_{cd} \cdot 2b_{eff} \cdot z^2 \cdot \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{cf}}{\varepsilon_{c1}} \right)^k, \quad (21)$$

$M_{cf} = 58,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Тут коефіцієнти a_k для даного класу бетону згідно з табл. Д.1 [1]: $a_1 = 3,3358$; $a_2 = -4,4171$; $a_3 = 2,9586$; $a_4 = -1,0093$; $a_5 = 0,1319$; при цьому внутрішнє зусилля у стиснутому бетоні звисань полиці

$$S_{cf} = f_{cd} \cdot 2b_{eff} \cdot z \cdot \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{cf}}{\varepsilon_{c1}} \right)^k, \quad (22)$$

$S_{cf} = 452,4 \text{ кН}$. Тоді з умови рівноваги внутрішніх зусиль

$$A_{s2} = \frac{f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \omega_{max} + S_{cf}}{\sigma_{s2}}, \quad (23)$$

$A_{s2} = 17,71 \text{ см}^2$. Визначаємо величину згинального моменту від внутрішнього зусилля у стиснутому бетоні стінки:

$$M_{cw} = f_{cd} \cdot \beta \cdot b_w \cdot z^2, \quad (24)$$

де величина коефіцієнта β відповідає ω_{max} , як і в попередньому розрахунку. $M_{cw} = 38,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Тоді згинальний момент від внутрішнього зусилля у стиснутому бетоні перерізу в цілому

$$M_c = M_{cf} + M_{cw}, \quad (25)$$

$M_c = 97,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Згинальний момент від внутрішнього зусилля в розтягнутій арматурі відносно нейтральної лінії за (12) $M_{s2} = 252,6$

кН·м. Тоді несуча здатність поперечного перерізу в цілому за (8)
 $M_s = 350,0$ кН·м.

Виконаємо порівняльний розрахунок за попередніми нормами проектування. $M_f = 302,8$ кН·м < $M = 350$ кН·м, отже, нейтральна лінія проходить у ребрі і поперечний переріз елемента розраховуємо як тавровий.

$$\alpha = \frac{M - R_b(b'_f - b) \cdot h'_f(h_0 - 0,5h'_f)}{R_b \cdot b'_f \cdot h_0^2}, \quad (26)$$

$\alpha = 0,327$; тоді відносна висота стиснутої зони бетону за (15)
 $\xi = 0,412 < \xi_R = 0,595$ з попереднього порівняльного розрахунку.

$$A_s = \frac{R_b[\xi \cdot b \cdot h_0 + h'_f(b'_f - b)]}{R_s}, \quad (27)$$

$A_s = 17,66$ см², розходження з попереднім розрахунком складає 0,3%.

Висновки. Отримані результати розрахунків і величина розходження з результатами за відміненими нормами свідчать про прийнятність обох методик, перевага відміненої методики – більша простота, особливо при застосуванні ручних розрахунків, перевага нової методики – універсальність з огляду усунення емпірики при розрахунку більш складних конструкцій та можливість широкого застосування комп'ютерної техніки.

1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. 71 с. 2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. Київ : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010. 166 с. 3. Бабич Є. М., Бабич В. Є., Савицький В. В. Розрахунок нерозрізних залізобетонних балок із використанням деформаційної моделі : рекомендації. Рівне : НУВГП, 2005. 38 с. 4. Бабич В. Є., Савицький В. В. Методичні рекомендації до розрахунку несучої здатності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів. Рівне : НУВГП, 2012. 28 с. 5. Байков В. Н., Сигалов Э. Е. Железобетонные конструкции. Общий курс : учеб. для вузов. М. : Стройиздат, 1991. 767 с.

REFERENCES:

1. DBN V.2.6-98:2009. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii. Osnovni polozhennia. Kyiv : Minrehionbud Ukrainy, 2011. 71 s. 2. DSTU B V.2.6-156:2010. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkoho betonu. Pravyla proektuvannia. Kyiv : Ministerstvo rehionalnoho rozvytku ta budivnytstva Ukrainy, 2010. 166 s. 3. Babych Ye. M., Babych V. Ye., Savytskyi V. V. Rozrakhunok nerozriznykh zalizobetonnykh balok iz vykorystanniam deformatsiinoi modeli : rekomendatsii. Rivne : NUVHP, 2005. 38 s. 4. Babych V. Ye., Savytskyi V. V. Metodychni rekomendatsii do rozrakhunku nesuchoi zdatnosti normalnykh pereriziv zghynalnykh zalizobetonnykh elementiv. Rivne : NUVHP, 2012.



28 s. 5. Baikov V. N., Syhalov E. E. Zhelezobetonnye konstruktsyy. Obshchiy kurs : ucheb. dlia vuzov. M. : Stroiyzdat, 1991. 767 s.

Savytskyi V. V. [1; ORCID ID: 0000-0001-8807-9486],

Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,

Lozytska V. O. [1; ORCID ID: 0009-0008-7214-3226],

Senior Student

¹National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

COMPARISON OF CALCULATIONS OF THE SECTION AREA OF LONGITUDINAL REINFORCEMENT IN BENDING ELEMENTS OF THE BRAND PROFILE

Reinforced concrete bending elements of the T-profile are widely used in buildings and structures. In connection with the introduction of new building codes, it became necessary to develop modern methods for calculating such elements based on a deformation model, taking into account two possible cases of the neutral line in the cross-section, and to determine the effectiveness of the adopted methods based on a comparison with the calculation results according to previous regulatory documents. The developers of the currently valid regulatory documents proposed to calculate bending elements based on a deformation model using a full or simplified concrete deformation diagram, in particular, for T-profile and I-profile elements, four cases of the neutral line in the cross-section of the element are considered. The authors proposed a practical method for calculating bending elements of a rectangular profile, while the calculation is performed by the method of successive approximations relative to the height of the compressed section fiber, given by the deformation of the extreme compressed concrete fiber, which corresponds to the maximum bearing capacity of the element. Such calculation prerequisites make it possible to easily determine the required cross-sectional area of the reinforcement, especially when using computer technology. The task is set to calculate the cross-sectional area of the longitudinal working reinforcement in the T-section element according to the new standards and compare the calculation results with those obtained according to the previous regulatory document. According to the method of Babich V.E. – Savitsky V.V., we take the maximum value of the coefficient of completeness of the stress diagram in compressed concrete. To determine the position of the neutral line, we find the bearing capacity of the cross-section of the element, provided that the neutral line passes on the border of the shelf and the wall (rib) of the T-section element. In this case, the bearing capacity is

defined as the sum of the moments of internal forces in the compressed shelf and the tensioned reinforcement, relative to the neutral line. Using the method of successive approximations, we find the height of the compressed zone of concrete at which the ratio of the moment from internal forces in the cross section to the bending moment from the external design load will be as close to unity as possible. This task is conveniently performed in the Excell software environment. The obtained calculation results are compared with the results according to the previous design standards. The initial data for the calculation will be the same. To determine the position of the neutral line, we find the moment that the concrete of the compressed shelf can perceive relative to the center of gravity of the stretched reinforcement. We will calculate the cross-sectional area of the longitudinal reinforcement according to the current standards with the same initial data. We determine the value of the relative deformation of the compressed concrete at the level of the lower edge of the shelf according to the hypothesis of flat sections. We find the value of the bending moment from the internal force in the compressed concrete of the shelf overhangs. We determine the value of the bending moment from the internal force in the compressed concrete of the wall. We will perform a comparative calculation according to the previous design standards. The obtained calculation results and the magnitude of the difference with the results according to the canceled standards indicate the acceptability of both methods, the advantage of the canceled method is greater simplicity, especially when using manual calculations, the advantage of the new method is versatility due to the elimination of empiricism when calculating more complex structures and the possibility of widespread use of computer technology.

Keywords: concrete; reinforcement; area; section; brand; deformation.

Отримано: 07 травня 2025 року
Прорецензовано: 08 червня 2025 року
Прийнято до друку: 16 червня 2025 року