

**Савицький В. В., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, v.v.savickiy@nuwm.edu.ua)

## **ПОРІВНЯННЯ РОЗРАХУНКІВ ПЛОЩІ ПЕРЕРІЗУ ПОЗДОВЖНЬОЇ АРМАТУРИ У СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА ЧИННИМИ ТА ПОПЕРЕДНІМИ НОРМАМИ ПРОЄКТУВАННЯ**

Наведено результати розрахунку площі поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури у стиснутих коротких залізобетонних елементах прямокутного перерізу згідно з чинними нормативними документами за розташування всього поперечного перерізу в стиснутій зоні, а також виконано порівняльні розрахунки за попередніми нормами проєктування.

**Ключові слова:** бетон; арматура; прямокутний переріз; деформація; стиск; зусилля.

**Вступ.** Залізобетонні стиснуті елементи прямокутного перерізу широко використовуються в будівлях і спорудах. У зв'язку з введенням в дію нових будівельних норм постала необхідність розробити сучасні методики розрахунку таких елементів на основі деформаційної моделі, враховуючи різні випадки можливого розташування нейтральної лінії стосовно поперечного перерізу, і визначити ефективність прийнятих методик на основі порівняння з результатами розрахунку за попередніми нормативними документами.

**Аналіз останніх досліджень.** Розробниками нині діючих нормативних документів [1; 2] запропоновано розраховувати стиснуті елементи на основі деформаційної моделі з використанням повної або спрощеної діаграми деформування бетону, зокрема для елементів прямокутного перерізу розглядаються два випадки розташування нейтральної лінії стосовно поперечного перерізу елемента. Авторами [3; 4] запропоновано практичний метод розрахунку згинальних елементів прямокутного профілю, при цьому розрахунок виконується методом послідовних наближень відносно висоти стиснутої зони перерізу, задаючись деформацією крайнього стиснутого волокна бетону, яка відповідає максимальній несучій



здатності елемента. Такі розрахункові передумови дають можливість легко визначити необхідну площу перерізу арматури, особливо при застосуванні комп'ютерної техніки.

**Постановка мети і задач досліджень.** Поставлено задачу розрахувати площу поперечного перерізу поздовжньої робочої арматури в стиснутому короткому залізобетонному елементі прямокутного перерізу згідно чинних норм та порівняти результати розрахунку з отриманими за попереднім нормативним документом. Вихідні дані: граничне значення розрахункового моменту від зовнішнього навантаження  $M_{Ed} = 150 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , граничне значення розрахункового поздовжнього зусилля від зовнішнього навантаження  $N_{Ed} = 2000 \text{ кН}$ , початковий ексцентриситет прикладання поздовжнього зусилля  $e_0 = M_{Ed} / N_{Ed} = 0,075 \text{ м} = 7,5 \text{ см}$  (лінія дії поздовжнього зусилля лежить в межах поперечного перерізу елемента, що відповідає першій формі рівноваги перерізу за [2]), розміри поперечного перерізу елемента  $b = 20 \text{ см}$ ,  $h = 50 \text{ см}$ , клас бетону С16/20, клас арматури А500С, товщина захисного шару бетону  $a_{s2} = a_s = 4 \text{ см}$  (рис. 1).

**Методика і результати досліджень.** Розрахунковий опір бетону  $f_{cd} = 11,5 \text{ МПа}$ , деформація, яка відповідає розрахунковому опору бетону  $\varepsilon_{c1,cd} = 162 \cdot 10^{-5}$ , розрахункове значення граничної деформації стиснутого бетону  $\varepsilon_{cu1} = 359 \cdot 10^{-5}$  (табл. 3.1 [1]); характеристичне значення межі текучості арматури  $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$  (табл. 3.4 [2]), коефіцієнт надійності за матеріалом арматури  $\gamma_s = 1,15$  (табл. 2.1 [1]); за формулою 3.15 [2] розрахункове значення межі текучості арматури

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s,$$

$f_{yd} = 434,8 \text{ МПа}$ . Модуль пружності арматури  $E_s = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$  (табл. 3.4 [2]), за формулою 3.16 [2] деформації, які відповідають розрахунковому значенню межі текучості арматури

$$\varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s,$$

$\varepsilon_{s0} = 217,4 \cdot 10^{-5}$ . Деформації, які відповідають розрахунковому значенню межі міцності арматури  $\varepsilon_{ud} = 0,02$  (табл. 3.4 [2]).

$$d = h - a_{s2},$$

$d = 46 \text{ см}$ . За методикою Бабица В.Є. – Савицького В.В. приймаємо максимальне значення коефіцієнта повноти епюри напружень в стиснутому бетоні  $\omega_{max} = 0,8265$  для даного класу бетону (табл. Б.2 [4]); тут величина  $\omega$  визначена за формулою 20 [4]:

$$\omega = \sum_{k=1}^5 \frac{\alpha_k}{k+1} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (1)$$

Коефіцієнт відношення відносної деформації бетону, яка відповідає  $\omega_{max}$ , до відносної деформації бетону при максимальному навантаженні  $\gamma = \varepsilon_{c1} / \varepsilon_{c1,cd} = 1,76$  (табл. Б.2 [4]); звідси

$$\varepsilon_{c1} = \gamma \cdot \varepsilon_{c1,cd} \quad (2)$$

$\varepsilon_{c1} = 285,1 \cdot 10^{-5}$ . Коефіцієнт відносної несучої здатності нормального перерізу за стиснутою зоною бетону, який відповідає  $\omega_{max}$ ,  $\beta = 0,459$  залежно від  $\gamma$  (табл. Б.1 [4]); тут величина  $\beta$  визначена за формулою 21 [4]:

$$\beta = \sum_{k=1}^5 \frac{\alpha_k}{k+2} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k \quad (3)$$

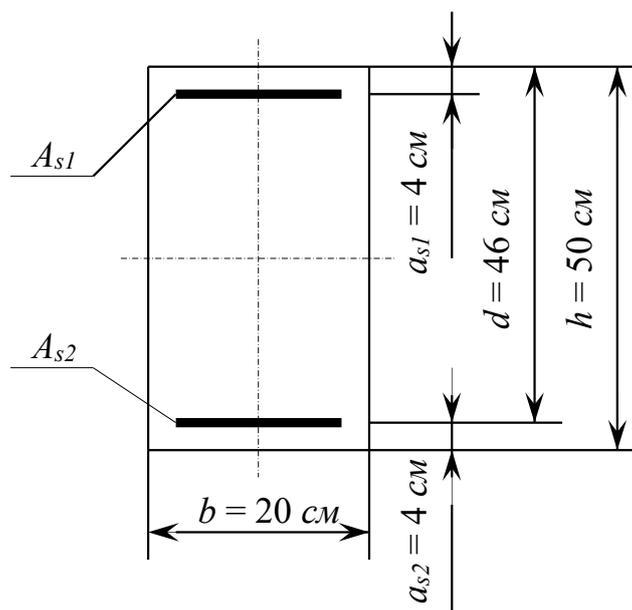


Рис. 1. Схема поперечного перерізу елемента

Методом послідовних наближень знаходимо величину висоти стиснутої зони бетону, при якій відношення моменту від внутрішніх зусиль у поперечному перерізі до згинального моменту від зовнішнього розрахункового навантаження буде максимально близьким до одиниці. Таку задачу зручно виконувати в програмному середовищі *Excell*, попередньо прийнявши величину висоти стиснутої зони бетону на рівні

$$z = 0,5 \cdot d.$$

Таким чином, в нашому випадку значення  $z = 54,50$  см; згідно з гіпотезою плоских перерізів деформації бетону і арматури (рис. 2):

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c1} \cdot (z - h) / z = 23,5 \cdot 10^{-5}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} \cdot (z - a_{s1}) / z = 264,2 \cdot 10^{-5}; \quad (5)$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{c1} \cdot (z - d) / z = 44,4 \cdot 10^{-5}. \quad (6)$$



$\varepsilon_{s1} = 264,2 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{ud} = 0,02$ , але більше, ніж  $\varepsilon_{s0} = 217,4 \cdot 10^{-5}$ . Тому за дволінійною діаграмою деформування арматурної сталі  $\sigma_{s1} = f_{yd} = 434,8$  МПа.  $\varepsilon_{s2} = 44,4 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{s0} = 217,4 \cdot 10^{-5}$ . Тому за дволінійною діаграмою деформування арматурної сталі  $\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} \cdot E_s = 88,9$  МПа. Зусилля в стиснутому бетоні в межах від нейтральної лінії до найбільш стиснутого волокна в межах поперечного перерізу

$$S_{c1} = \omega_{max} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot z = 1035,9 \text{ кН.} \quad (7)$$

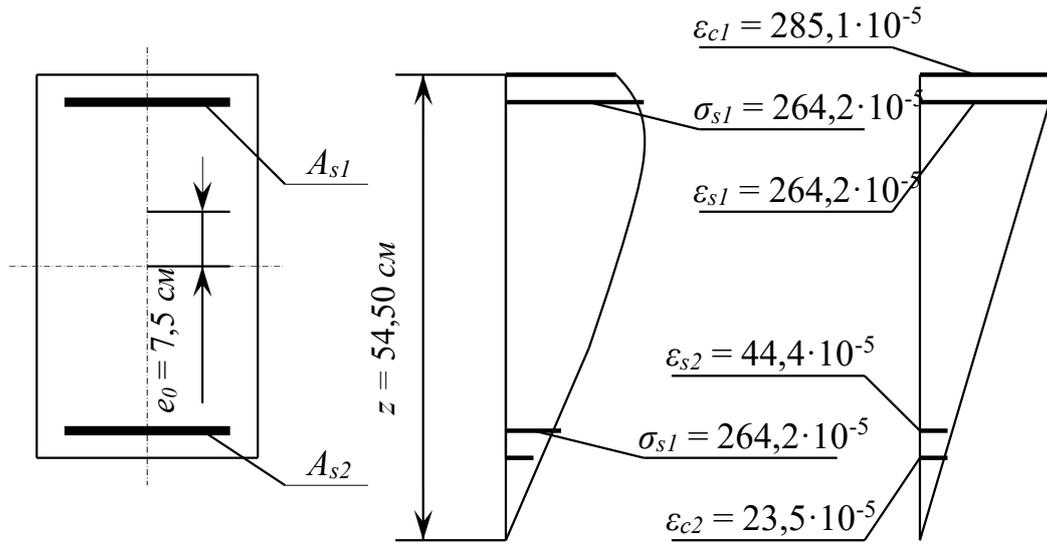


Рис. 2. Епюри деформацій і напружень в поперечному перерізі елемента

Зусилля в стиснутому бетоні в межах від нейтральної лінії до крайнього найменш напруженого волокна поперечного перерізу

$$S_{c2} = f_{cd} \cdot b \cdot (z - h) \cdot \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c1,cd}} \right)^k = 20,6 \text{ кН,} \quad (8)$$

де  $a_1 = 3,0798$ ;  $a_2 = -3,7184$ ;  $a_3 = 2,2946$ ;  $a_4 = -0,7533$ ;  $a_5 = 0,09727$  – коефіцієнти для розрахунків за граничними станами першої групи для бетону класу С16/20 згідно з [1].

Тоді з умови рівноваги внутрішніх зусиль у стиснутому бетоні і арматурі площа поперечного перерізу арматури за умови симетричного армування

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{N - S_{c1} + S_{c2}}{\sigma_{s1} + \sigma_{s2}} = 18,8 \text{ см}^2. \quad (9)$$

Момент від внутрішнього зусилля в стиснутому бетоні в межах від нейтральної лінії до найбільш стиснутого волокна поперечного перерізу відносно нейтральної лінії

$$M_{c1} = \beta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot z^2 = 313,5 \text{ кН·м.} \quad (10)$$

Момент від внутрішнього зусилля в стиснутому бетоні в межах від нейтральної лінії до крайнього найменш напруженого волокна поперечного перерізу відносно нейтральної лінії

$$M_{c2} = f_{cd} \cdot b \cdot (z - h)^2 \cdot \sum_{k=1}^5 \frac{\alpha_k}{k+2} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{c1,cd}} \right)^k = 0,6 \text{ кН}\cdot\text{м}. \quad (11)$$

Момент від зусилля в більш напружених арматурних стержнях відносно нейтральної лінії

$$M_{s1} = \sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot (z - a_{s1}) = 412,8 \text{ кН}\cdot\text{м}. \quad (12)$$

Момент від зусилля в менш напружених арматурних стержнях відносно нейтральної лінії

$$M_{s2} = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (z - d) = 14,2 \text{ кН}\cdot\text{м}. \quad (13)$$

Тоді з умови рівноваги моментів внутрішніх зусиль в поперечному перерізі відносно нейтральної лінії знаходимо розходження

$$\Delta = M_{c1} - M_{c2} + M_{s1} + M_{s2} - N_{ed} \cdot (z - h/2 + e_0) = 0,0 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Тобто арматуру підбрано правильно.

Порівняємо отримані результати розрахунку з результатами за попередніми нормами проектування. Вихідні дані для розрахунку прийемо такими самими:  $M = 150 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $N = 2000 \text{ кН}$ ,  $e_0 = M / N = 0,075 \text{ м} = 7,5 \text{ см}$ ,  $b = 20 \text{ см}$ ,  $h = 50 \text{ см}$ , клас бетону В20, клас арматури АІІІв,  $a_{s1} = a_{s2} = 4 \text{ см}$ .  $R_b = 11,5 \text{ МПа}$  (дод. 3 [5]), розрахунковий опір арматури на розтяг прийемо для чистоти дослідження таким самим, як і в попередньому прикладі –  $R_s = 434,8 \text{ МПа} = R_{sc}$  (рис. 3);

$$h_0 = h - a, h_0 = 46 \text{ см}. \omega = 0,85 - 0,008R_b, \omega = 0,758;$$

$$\sigma_{sR} = R_s = 434,8 \text{ МПа}; \sigma_{sc,u} = 400 \text{ МПа} \text{ (при } \gamma_{b2} = 1); \text{ тоді}$$

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{sc,u}} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)}, \xi_R = 0,567; \alpha_R = \xi_R \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi_R) = 0,406;$$

ексцентриситет прикладання поздовжнього зусилля відносно центру ваги менш напруженої арматури  $e = (e_0 + h/2 - a_{s1}) = 28,5 \text{ см}$ . Тоді для випадку симетричного армування знаходимо величини:

$$\delta = \frac{a_{s1}}{h_0} = 0,087; \alpha_n = \frac{N}{R_b \cdot b \cdot h_0} = 1,890; \alpha_{m1} = \frac{N \cdot e}{R_b \cdot b \cdot h_0} = 1,171;$$

$$\alpha_s = \frac{\alpha_{m1} - \alpha_n \cdot (1 - \alpha_n)}{1 - \delta} = 1,169; \xi = \frac{\alpha_n \cdot (1 - \xi_R) + 2 \cdot \alpha_s \cdot \xi_R}{1 - \xi_R + 2 \cdot \alpha_s} = 0,774.$$

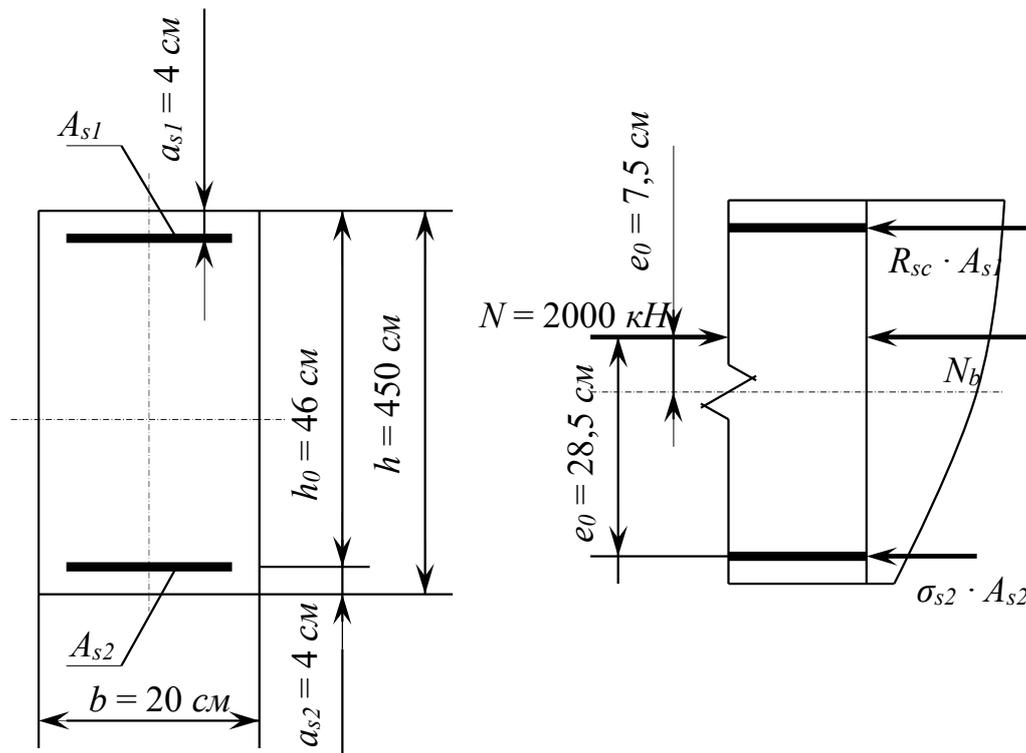


Рис. 3. Розрахунковий переріз стиснутого елемента згідно з розрахунком за попередніми нормами проєктування

Тоді площа поперечного перерізу стиснутої арматури  $A_{s1} = A_{s2} = \frac{R_b \cdot b \cdot h_0 \cdot \sigma_{st1} - \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi)}{1 - \xi} = 18,6 \text{ см}^2$ , що практично дорівнює раніше знайдений з використанням деформаційної моделі (за діючими нормами проєктування) площі поперечного перерізу.

**Висновки.** Отримані результати розрахунків і величина розходження з результатами за попередніми нормами свідчать про прийнятність обох методик, перевага відміненої методики – більша простота, особливо при застосуванні ручних розрахунків, перевага нової методики – універсальність з огляду усунення емпірики, що є перевагою при розрахунку більш складних конструкцій, та можливість широкого застосування комп'ютерної техніки, водночас варто зазначити, що для довгих стиснутих елементів необхідно розробити прийнятну методику врахування впливу гнучкості на несучу здатність елемента.

1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. 71 с. 2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила

проекування. Київ : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010. 166 с. **3.** Бабич Є. М., Бабич В. Є., Савицький В. В. Розрахунок нерозрізних залізобетонних балок із використанням деформаційної моделі : рекомендації. Рівне : НУВГП, 2005. 38 с. **4.** Бабич В. Є., Савицький В. В. Методичні рекомендації до розрахунку несучої здатності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів. Рівне : НУВГП, 2012. 28 с. **5.** Байков В. Н., Сигалов Э. Е. Железобетонные конструкции. Общий курс : учеб. для вузов. М. : Стройиздат, 1991. 767 с.

## REFERENCES:

**1.** DBN V.2.6-98:2009. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii. Osnovni polozhennia. Kyiv : Minrehionbud Ukrainy, 2011. 71 s. **2.** DSTU B V.2.6-156:2010. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkohto betonu. *Pravyla proektuvannia*. Kyiv : Ministerstvo rehionalnoho rozvytku ta budivnytstva Ukrainy, 2010. 166 s. **3.** Babych Ye. M., Babych V. Ye., Savytskyi V. V. Rozrakhunok nerozriznykh zalizobetonnykh balok iz vykorystanniam deformatsiinoi modeli : rekomendatsii. Rivne : NUVHP, 2005. 38 s. **4.** Babych V. Ye., Savytskyi V. V. Metodychni rekomendatsii do rozrakhunku nesuchoi zdatnosti normalnykh pereriziv zghynalnykh zalizobetonnykh elementiv. Rivne : NUVHP, 2012. 28 s. **5.** Baikov V. N., Syhalov Y. E. Zhelezobetonnye konstruktsyy. Obshchyi kurs : ucheb. dlia vuzov. M. : Stroyizdat, 1991. 767 s.

---

**Savytskyi V. V., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor**  
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne,  
v.v.savickiy@nuwm.edu.ua)

## COMPARISON OF CALCULATIONS OF THE CROSS-SECTION AREA OF LONGITUDINAL REINFORCEMENT IN COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS OF RECTANGULAR CROSS-SECTION ACCORDING TO CURRENT AND PREVIOUS DESIGN STANDARDS

**Reinforced concrete compressed elements of rectangular section are widely used in buildings and structures. In connection with the introduction of new building codes, it became necessary to develop modern methods for calculating such elements based on a deformation model, taking into account various cases of possible location of the neutral line relative to the cross-section, and to determine the effectiveness of the adopted methods based on a comparison with the calculation results according to previous regulatory documents. The developers of the currently valid**



regulatory documents proposed to calculate compressed elements based on a deformation model using a full or simplified diagram of concrete deformation, in particular, for elements of rectangular section, two cases of the location of the neutral line relative to the cross-section of the element are considered. The authors proposed a practical method for calculating bending elements of a rectangular profile, while the calculation is performed by the method of successive approximations relative to the height of the compressed section zone, given by the deformation of the extreme compressed fiber of concrete, which corresponds to the maximum bearing capacity of the element. Such calculation prerequisites make it possible to easily determine the required cross-sectional area of the reinforcement, especially when using computer technology. The task is to calculate the cross-sectional area of the longitudinal working reinforcement in a compressed short reinforced concrete element of rectangular cross-section according to current standards and to compare the calculation results with those obtained according to the previous regulatory document. Using the method of successive approximations, we find the value of the height of the compressed concrete zone at which the ratio of the moment from internal forces in the cross-section to the bending moment from the external design load will be as close as possible to unity. Compared the obtained calculation results with the results according to the previous design standards. Cross-sectional area of compressed reinforcement is practically equal to the previously found cross-sectional area found using the deformation model (according to current design standards). The obtained calculation results and the magnitude of the difference with the results according to the previous standards indicate the acceptability of both methods, the advantage of the canceled method is greater simplicity, especially when using manual calculations, the advantage of the new method is versatility due to the elimination of empiricism, which is an advantage when calculating more complex structures, and the possibility of wide application of computer technology, it is worth noting that for long compressed elements it is necessary to develop an acceptable method for taking into account the influence of flexibility on the bearing capacity of the element.

*Keywords:* concrete; reinforcement; rectangular section; deformation; compression; effort.