

УДК 621.7:622

Петрівський Я. Б., д.т.н., професор (Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне), **Зубарєв А. І., молодший науковий співробітник** (ДВНЗ «Національний гірничий університет», м. Дніпро)

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ТРАЄКТОРІЇ СЛАБКОМАГНІТНОЇ ЧАСТИНКИ ПРИ ЗБАГАЧЕННІ МЕТОДОМ СУХОЇ МАГНІТНОЇ СЕПАРАЦІЇ

Розглянуто диференціальні рівняння, що описують рух частинки із слабкими магнітними властивостями по поверхні барабану магнітного сепаратора у трьох фазах. Запропоновано алгоритм їх розв'язування, який дозволяє розрахувати траєкторію руху частинки і кути відриву при сухому магнітному збагаченні на сепараторі з верхнім живленням.

Ключові слова: магнітна сепарація, диференціальні рівняння, барабанний сепаратор, маятник.

Рівняння руху частинки на сухому барабанному магнітному сепараторі описані в [1], проте розв'язок рівнянь для практичного застосування відсутній.

Основне завдання роботи полягало у знаходженні придатного для практичного застосування алгоритму розрахунку траєкторії частинки при сухій відцентровій магнітній сепарації з верхнім живленням.

Згідно Murrariu [1], рівняння у першій і третій фазах, відповідно, мають вигляд:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{R+b} \sin\theta \pm \mu_{d,s} \frac{g}{R+b} \cos\theta - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{F_m}{\rho V_\rho (R+b)}, \quad (1)$$

де θ – кут повороту барабана, R – радіус барабана, b – розмір частинки, $\mu_{d,s}$ – коефіцієнт динамічного і статичного тертя відповідно, F_m – магнітна сила, що діє на частинку, ρ – густина частинки, V_ρ – об'єм частинки, g – прискорення вільного падіння.

В даних рівняннях (1) знак «+» і коефіцієнт динамічного тертя μ_d характеризують першу фазу, коли частинка потрапляє на барабан; знак «-» і коефіцієнт статичного тертя μ_s характеризують третю фазу, а саме процес відриву частинки від барабана.

Закінчення першої фази визначається зміною характеру тертя частинки від динамічного до статичного – частинка рухається з постійною кутовою швидкістю, рівною швидкості обертання барабану (друга фаза). Відповідне рівняння має вигляд:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \text{ або } \frac{d\theta}{dt} = \omega_r. \quad (2)$$

З огляду на те, що рівняння (1) є нелінійними, неоднорідними звичайними диференціальними рівняннями другого порядку, розв'язок яких в аналітичному вигляді отримати неможливо, ускладнюється їх використання для практичного застосування.

З метою створення зручного для прикладних досліджень алгоритму, що моделює процес руху частинки на барабані, перетворимо рівняння руху частинки (1), визначені відносно кута θ , в еквівалентні рівняння руху частинки відносно кутової швидкості цієї частинки.

Для цього позначимо:

$$\frac{g}{R+b} = a, \quad \mu_{d,s} \frac{g}{R+b} = b,$$

де ω_r – кутова швидкість барабану.

Тоді

$$a \sin \theta \pm b \cos \theta = A \sin(\theta \pm \varphi),$$

де $A = \frac{g}{R+b} \sqrt{1 + \mu_{d,s}^2}$, $\varphi_{d,s} = \arctg \mu_{d,s}$.

З урахуванням таких перетворень, рівняння (1) спрощуються:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = A \sin(\theta \pm \varphi_{d,s}) - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + B, \quad (3)$$

де $B = \frac{F_m}{\rho_r V_r (R+b)}$.

Зауважимо, що рівняння (3) відоме як математична модель затухаючих коливань маятника, коли затухання пропорційне квадрату швидкості. Згідно [1], покладаємо

$$v(\theta) = (\theta')^2, \quad (4)$$

де $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$.

Тоді, диференціюючи праву і ліву частини (4), маємо:

$$v' \theta' = 2\theta' \theta'',$$

звідки

$$v' = 2\theta''. \quad (5)$$

Підставляючи заміну (4) і (5) у рівняння (3), отримаємо:

$$v'(\theta) + 2v(\theta) = 2A \sin(\theta \pm \varphi_{d,s}) + 2B. \quad (6)$$

Рівняння (6) – лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку із сталими коефіцієнтами, визначене відносно функції $v = v(\theta)$. Відповідно до введених позначень (4), $\omega = \sqrt{v(\theta)}$ – кутова швидкість частинки.

Розв'язок рівняння (6) має вигляд:

$$v(\theta) = Ce^{-2\theta} + \frac{4}{5} A \sin(\theta \pm \varphi_{d,s}) - \frac{2}{5} A \cos(\theta \pm \varphi_{d,s}) + B, \quad (7)$$

де C – стала, знак «+» і параметр φ_d характеризують першу фазу, коли частинка потрапляє на барабан; знак «-» і параметр φ_s характеризують третю фазу.

Таким чином, з урахуванням початкових умов, процес руху частинки на барабані моделюється наступними задачами з початковими умовами для лінійних рівнянь першого порядку.

Перша фаза:

$$\begin{cases} v'(\theta) + 2v(\theta) = 2A \sin(\theta + \varphi_d) + 2B; \\ v|_{t=0} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

У початковий момент часу $t = 0$, коли частинка потрапляє на барабан, її швидкість дорівнює нулю. Закінчення першої фази визначається моментом часу t_1 , коли швидкість частинки стає рівною швидкості барабана. Тоді коефіцієнт динамічного тертя μ_d , параметр φ_d у рівнянні (6) змінюється на коефіцієнт статичного тертя μ_s або параметр φ_s відповідно.

Тоді для другої та третьої фаз відповідно:

$$\omega_r = \sqrt{v(\theta)} \quad \text{для } t \geq t_1, \quad (9)$$

$$\begin{cases} v'(\theta) + 2v(\theta) = 2A \sin(\theta - \varphi_s) + 2B; \\ v|_{t=t_2} = \omega_r^2. \end{cases} \quad (10)$$

Умовою відриву частинки від барабана (закінченням третьої фази) є момент перевищення відцентровою силою значення магнітної сили зі зменшенням радіальної компоненти сили тяжіння.

На рис. 1 схематично показано фази руху частинки на барабані, що відповідають задачам (8) – (10).

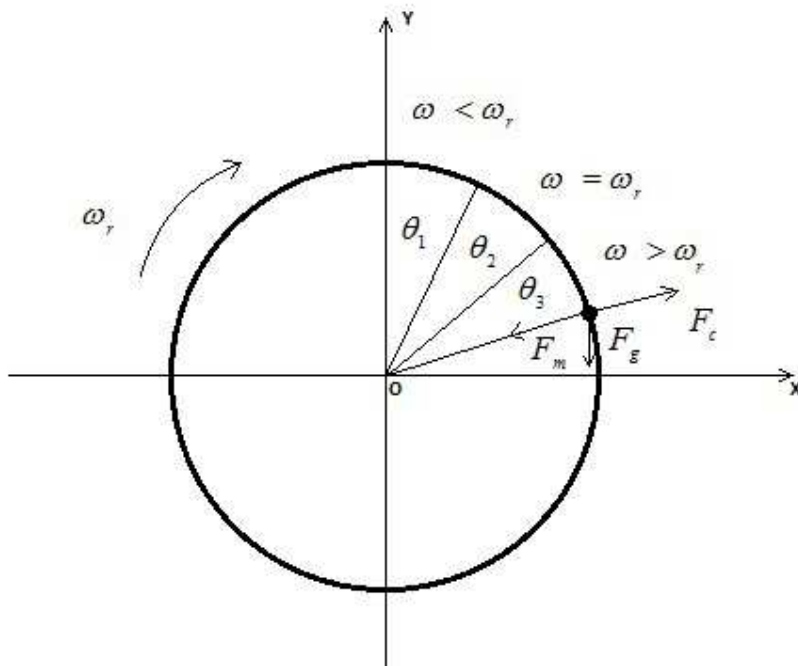


Рис. 1. Фази стану частинки на барабанному магнітному сепараторі в сегментах θ_1 , θ_2 , θ_3 відповідно:

- 1 – кутова швидкість барабана ω_r більша кутової швидкості частинки ω ;
- 2 – кутова швидкість частинки ω дорівнює кутовій швидкості барабана ω_r ;
- 3 – кутова швидкість частинки ω більша кутової швидкості барабана ω_r (відрив частинки від барабана)

Розглянемо приклад для модельованих значень фізико-механічних параметрів процесу сепарації [2; 3; 4]: $R = 0.25 \text{ м}$,

$$b = 0.002 \text{ м}, \quad \mu_s = 0.75, \quad \mu_d = 0.2 \cdot \mu_s = 0.15, \quad \rho = 4700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$F = 3.2 \cdot 10^{-4} \text{ Н}, \quad R = 0.25 \text{ м}.$$

Ілюстрацію розв'язку задачі (8), що моделює першу фазу руху частинки, наведено на рис. 2. Точка перетину кривої швидкості частинки з прямою (швидкість обертання барабана) характеризує значення кута повороту, при якому закінчується перша фаза процесу, а саме: кутова швидкість частинки дорівнює кутовій швидкості барабана. На основі загального розв'язку (7) та початкової умови задачі (8) з використанням середовища *MathCad* знайдемо розв'язок задачі для цього випадку:

$$v(\theta) = 53.6 \cdot e^{-2\theta} + \frac{4}{5} A \sin(\theta + \varphi_d) - \frac{2}{5} A \cos(\theta + \varphi_d) + B.$$

З умови

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 70}{60} = \sqrt{53.6 \cdot e^{-2\theta} + \frac{4}{5} A \sin(\theta + \varphi_d) - \frac{2}{5} A \cos(\theta + \varphi_d) + B}$$

знаходимо значення $\theta_1 = 0.53 \text{ рад}$.

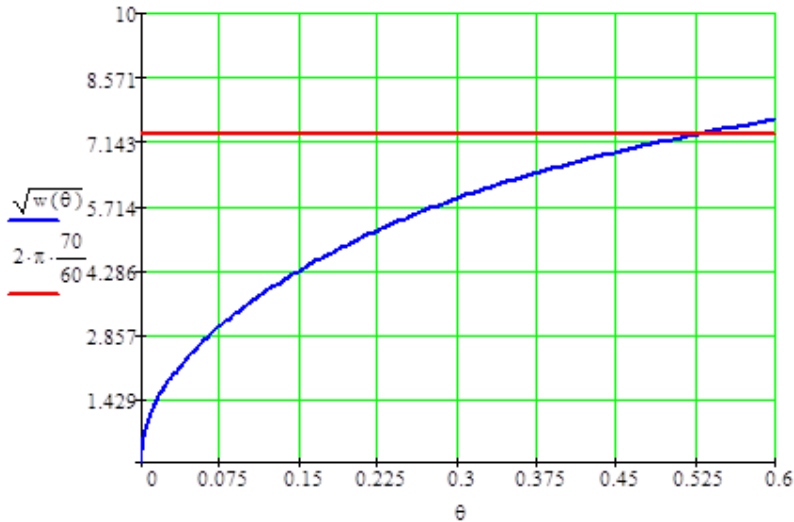


Рис. 2. Графіки швидкості частинки і барабана (перша фаза)

Після перехідної другої фази, розв'язуючи задачу (10), при початковій умові, що визначається кутовою швидкістю барабана, отримуємо розв'язок задачі у виді:

$$v(\theta) = 37.3 \cdot e^{-2\theta} + \frac{4}{5} A \sin(\theta - \varphi_s) - \frac{2}{5} A \cos(\theta - \varphi_s) + B. \quad (11)$$

На рис. 3 крива, що характеризує рух частинки під час III фази, розташовується вище прямої (кутової швидкості барабана).

Згідно формули (11) та умови (12), для нашого випадку знайдемо значення кута θ_3 , коли відбувається відрив частинки від барабана, а саме: $\theta_3 = 1.29 \text{ рад}$.

На рис. 4 побудовано графіки, які ілюструють збільшення значення відцентрової сили, що діє на частинку, і зменшення значення радіальної компоненти сили тяжіння при незмінній магнітній силі. Точки перетину графіків – значення кута відриву частинки від барабана.

Висновки. Встановлено аналогію рівнянь руху частинки при сухій магнітній сепарації з математичною моделлю затухаючих коли-

вань маятника.

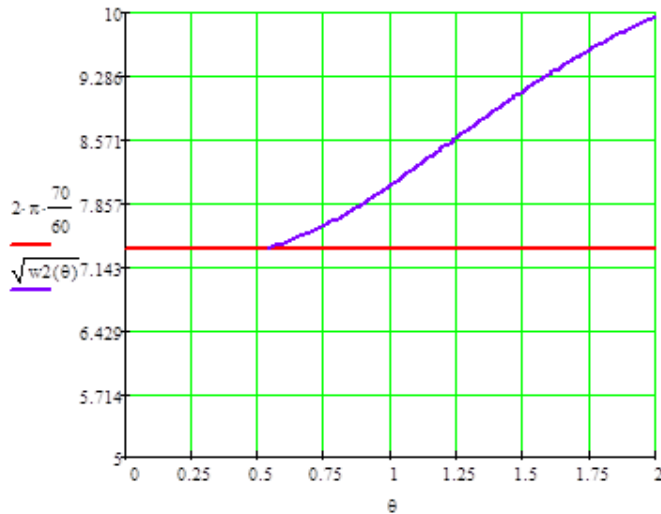


Рис. 3. Графіки швидкостей частинки і барабана (друга фаза)

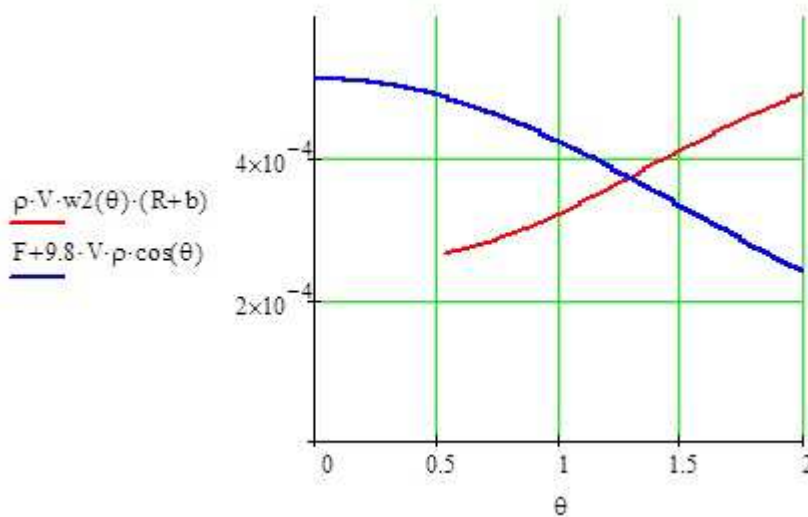


Рис. 4. Значення відцентрової сили, що діє на частинку, і радіальної компоненти сили тяжіння при незмінній магнітній силі (кут відриву)

Отримано алгоритм розв'язування рівнянь, який дозволяє розрахувати кут відриву частинки від поверхні барабана при збагаченні методом сухої магнітної сепарації на магнітному сепараторі з верхнім живленням. Це дозволяє визначати раціональне положення відокремлювача магнітних та немагнітних частинок з метою підвищення якості сепарованого матеріалу.

1. Svoboda Jan. Magnetic Techniques for the Treatment of Materials / J. Svoboda. – Johannesburg : Kluwer Academic Publishers, 2004. – 576 p.
2. Мостыка Ю. С. Экспериментальные исследования определения коэффи-

циента трения частиц при использовании сухого барабанного магнитного сепаратора / Ю. С. Мостыка, А. И. Зубарев // Вести Донецкого горного института. – 2013. – № 2 (33), ч. 2. – С. 183–186. **3.** Zubarev A. The magnetic susceptibility of granular manganese sludge of Nikopolskiy Basin / A. Zubarev // Mining of mineral deposits. – 2013. **4.** Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М. : Наука, 1971. – 578 с.

Рецензент: д.т.н., профессор Власюк А. П. (МЕГУ)

Petrivskiy Y. B., Doctor of Engineering, Professor (Rivne State University of Humanities, Rivne), **Zubariev A. I., Junior Research Fellow** (National Mining University, Dnipro)

ALGORITHM OF CALCULATION OF THE TRAJECTORY OF WEAKLY-MAGNETIC PARTICLE DURING THE ENRICHMENT BY METHOD OF DRY MAGNETIC SEPARATION

We consider the differential equations, which describe the motion of weakly-magnetic particle on the surface of the drum magnetic separator in three phases. An algorithm for solving it, which allows to calculate the trajectory of the particle movement and the angles of their separation during the dry magnetic enrichment on the separator with top power.

Keywords: magnetic separation, differential equations, drum separator, pendulum.

Петривский Я. Б., д.т.н., профессор (Ровенский государственный гуманитарный университет, г. Ровно), **Зубарев А. И., младший научный сотрудник** (ГБУЗ «Национальный горный университет», г. Днепр)

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИИ СЛАБОМАГНИТНОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ ОБОГАЩЕНИИ МЕТОДОМ СУХОЙ МАГНИТНОЙ СЕПАРАЦИИ

Рассмотрены дифференциальные уравнения, описывающие движения слабомагнитной частицы по поверхности барабана магнитного сепаратора в трех фазах. Предложен алгоритм их решения, который позволяет рассчитывать траекторию движения частицы и углы отрыва при сухом магнитном обогащении на сепараторе с верхним питанием.

Ключевые слова: магнитная сепарация, дифференциальные уравнения, барабанный сепаратор, маятник.
