

УДК 621.886.63

Стрілець О. Р., к.т.н., доцент, Стрілець В. М., к.т.н., професор
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

НАПРУЖЕНИЙ СТАН НАПІВПРУЖНОЇ ПРИЗМАТИЧНОЇ ШПОНКИ З ЗАМКНУТИМИ ПРУЖНИМИ ДІЛЯНКАМИ НА ТОРЦЯХ

Описаний напружений стан напівпружних призматичних шпонок з округленими замкнутими порожнистими ділянками на торцях, які застосовуються для з'єднання валів з маточинами зубчастих коліс, зірочок, шківів тощо та виконані їх статичні розрахунки.

Ключові слова: вал, маточина, з'єднання, напівпружна призматична шпонка, деформація, статика.

Постановка проблеми. Для передачі обертальних моментів у сучасному машинобудуванні широко застосовуються з'єднання вала з маточинами шківів, зірочок, зубчастих коліс тощо за допомогою жорстких шпонок. Шпонкові з'єднання часто визначають надійність всієї машини із-за своєї великої жорсткості, що призводить до втрати втомної міцності валів. Тому втомну міцність валів в таких з'єднаннях можна підвищити за рахунок зменшення жорсткості шпонок, особливо у приматоченній зоні зі сторони дії обертального моменту, що приводить до перерозподілу тиску на довжині шпонки і зниження піку напруження на валу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Конструкції відомих жорстких шпонкових з'єднань та їх розрахунки найбільш широко описані в роботах [1; 2] та інших. У роботах [3; 4] звертається увага на істотний недолік жорстких шпонкових з'єднань – це велика концентрація напружень у приматочинній зоні та як наслідок – втрата втомної міцності валів, що призводить їх до передчасного руйнування.

Метою роботи є дослідження напруженого стану шпонкових з'єднань валів з маточинами за допомогою напівпружних призматичних шпонок з замкнутими пружними торцями.

Реалізація роботи. В даній роботі розглядаються з'єднання валів з маточинами деталей обертального руху за допомогою напівпружних призматичних шпонок [5-9].

Напівпружна призматична шпонка (рис. 1) являє собою пруток 1 з округленими торцями зі стандартними розмірами поперечного пере-

тину b і h та довжиною l . На її крайніх ділянках виконані отвори так, що кінці мають меншу жорсткість на довжині l_n і здатні деформуватись у приматовинній зоні, а таким чином м'якіше передавати обертальний момент від вала до маточини і навпаки.

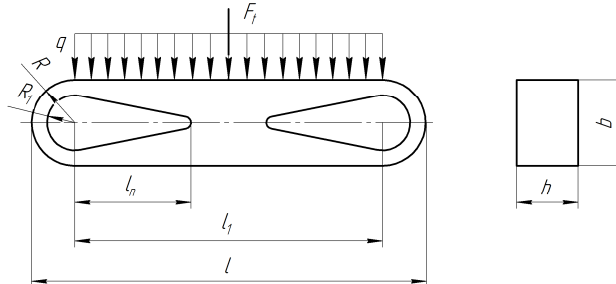


Рис. 1. Схема навантаження напівпружної призматичної шпонки з замкнутими порожнистими ділянками зі сторони торців

Напівпружне шпонкове з'єднання з такою шпонкою працює таким чином. Обертальний момент від вала до маточини або навпаки передається шпонкою і, наприклад, пресовою посадкою. Під час передавання обертального моменту вал на довжині l_n закручується відносно маточини і цим зменшується жорсткість шпонкового з'єднання – воно працює як пружне. Через відсутність жорсткого з'єднання в цій зоні, на довжині l_n , зменшується концентрація напружень і гаситься динамічне навантаження, яке передається більш м'яко.

Напружений стан з'єднання вала з маточиною за допомогою приведеної напівпружної призматичної шпонки при передаванні нею обертального моменту розглянемо на прикладі розрахункової схеми показаної на рис. 2. Пружну частину шпонки подамо у вигляді рами (рис. 2, а) з двома прямолінійними стержнями, з'єднаними аркою, один стержень лежить на жорсткій основі (маточина), а на другий по довжині l_n , діє розподілене навантаження q зі сторони вала, який закручується.

$$q = \frac{F_t}{l_1} = \frac{2T_o}{dl_1}, \quad (1)$$

де T_o – обертальний момент, який передається з'єднанням; d – діаметр сполуки вал – маточина; l_1 – довжина ділянки шпонки розподіленого навантаження.

Оскільки нижня частина шпонки лежить на жорсткій основі, яка не деформується, тоді за розрахункову прийемо схему показану на рис. 2, б.

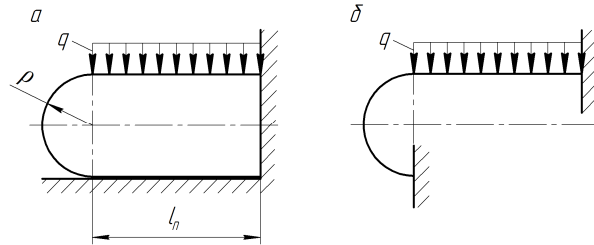


Рис. 2. Розрахункова схема замкнутого порожнистого торця напівпружної призматична шпонки

Для отримання залежностей пружних деформацій пружної частини шпонки від обертального моменту, що передається з'єднанням прийняті наступні припущення: навантаження q рівномірно розподілене на довжині прямолінійної частини і лежить у площині шпонки; деформується частина шпонки зі сторони вала, а зі сторони маточини не деформується, оскільки розміри маточини більші розмірів вала; для округленої частини мала кривина округлень, тоді впливом поздовжніх і поперечних сил на деформацію, викликану згином, нехтуємо.

Пружну частину шпонки, показану на рис. 2, б, можна розглянути як плоску раму з одним замкнутим контуром. Згідно [10] степінь статичної невизначеності такої рами рівна трьом.

Далі складаємо еквівалентну та основну системи пружної частини шпонки. Для складання еквівалентної системи, відкидаємо одне защемлення і тоді рама залишається незмінною і статично визначеною. Еквівалентна система показана на рис. 3, а.

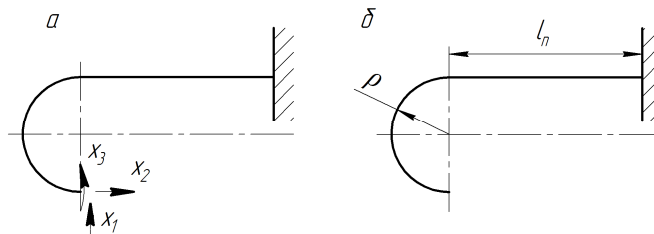


Рис. 3. Еквівалентна (а) і основна (б) системи пружної частини шпонки

Лишні зв'язки приймаємо за невідомі x_1 , x_2 і x_3 . Така рама деформується тотожно пружній частині шпонки.

Невідомі сили в еквівалентній системі визначаємо із умови рівності нулю переміщень за напрямками x_1 , x_2 і x_3 .

Для цього складаємо канонічні рівняння методу сил:

$$\delta_{11}\delta_1 + \delta_{12}\delta_2 + \delta_{13}\delta_3 + \delta_{1F} = 0;$$

$$\begin{aligned} \delta_{21}\tilde{\delta}_1 + \delta_{22}\tilde{\delta}_2 + \delta_{23}\tilde{\delta}_3 + \delta_{2F} &= 0; \\ \delta_{31}\tilde{\delta}_1 + \delta_{32}\tilde{\delta}_2 + \delta_{33}\tilde{\delta}_3 + \delta_{3F} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де δ_{11} , δ_{22} і δ_{33} – переміщення, відповідно за напрямками сил x_1 , x_2 і x_3 , викликані відповідно силами $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ і $x_3 = 1$; δ_{12} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_2 = 1$; δ_{13} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_3 = 1$; δ_{21} і δ_{23} – переміщення за напрямком сили x_2 від сил, відповідно $x_1 = 1$ і $x_3 = 1$; δ_{31} і δ_{32} – переміщення за напрямком сили x_3 від сил, відповідно $x_1 = 1$ і $x_2 = 1$; δ_{1F} , δ_{2F} і δ_{3F} – переміщення, відповідно за напрямками сил x_1 , x_2 і x_3 , при дії на основну систему зовнішнього навантаження q . Основна система отримується із еквівалентної системи після звільнення її від зовнішнього навантаження q і невідомих сил x_1 , x_2 і x_3 , які замінюють дію лишніх зв'язків. Основна система показана на рис. 3, б, де ρ радіус кривини і l_n – довжина прямої пружної частини шпонки.

Переміщення δ_{11} , δ_{12} , δ_{13} , δ_{21} , δ_{22} , δ_{23} , δ_{31} , δ_{32} , δ_{33} , δ_{1F} , δ_{2F} і δ_{3F} визначаються за допомогою інтегралів Мора і в частинних випадках способом Верещагіна із наступних виразів:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum_0^S \int \frac{M_1^2 ds}{EJ}; & \delta_{22} &= \sum_0^S \int \frac{M_2^2 ds}{EJ}; & \delta_{33} &= \sum_0^S \int \frac{M_3^2 ds}{EJ}; \\ \delta_{12} &= \sum_0^S \int \frac{M_1 M_2 ds}{EJ}; & \delta_{13} &= \sum_0^S \int \frac{M_1 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{21} &= \sum_0^S \int \frac{M_2 M_1 ds}{EJ}; \\ \delta_{23} &= \sum_0^S \int \frac{M_2 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{31} &= \sum_0^S \int \frac{M_3 M_1 ds}{EJ}; & \delta_{32} &= \sum_0^S \int \frac{M_3 M_2 ds}{EJ}; \\ \delta_{1F} &= \sum_0^S \int \frac{M_1 M_F ds}{EJ}; & \delta_{2F} &= \sum_0^S \int \frac{M_2 M_F ds}{EJ}; & \delta_{3F} &= \sum_0^S \int \frac{M_3 M_F ds}{EJ}, \end{aligned} \quad (3)$$

де E – модуль пружності першого роду для матеріалу шпонки; J – осьовий момент інерції перетину (див. рис. 1), рівний $J = h \cdot b_1^3 / 12$, де b_1 – товщина пружної частини шпонки; M_1 , M_2 , M_3 і M_F – згинаючі моменти взяті із епюр згинаючих моментів, відповідно від сил x_1 , x_2 , x_3 і q , побудованих і показаних на рис. 4.

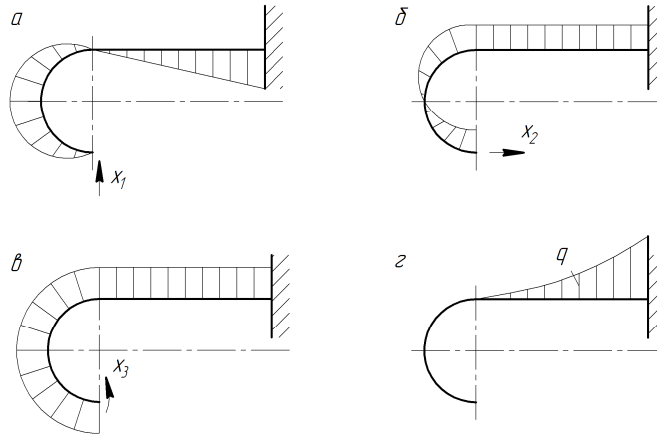


Рис. 4. Епюри згинаючих моментів, відповідно від сил x_1 , x_2 , x_3 і q

Із аналізу підінтегральних значень моментів виразів (3) маємо: $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$; $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$ і $\delta_{2F} = 0$. Таким чином система канонічних рівнянь (3) зводиться до системи виду:

$$\begin{aligned} \delta_{11}x_1 + \delta_{13}x_3 + \delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{31}x_1 + \delta_{33}x_3 + \delta_{3F} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Використовуємо вирази (3) і епюри згинаючих моментів (див. рис. 4), прийнявши, що на прямолінійній ділянці межа інтегрування $s = l_i$, а на криволінійній - $s = \rho \cdot d\varphi$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{6EJ}(3\pi\rho^3 + 2l_n^3); \quad \delta_{13} = \delta_{31} = \frac{1}{2EJ}(2\pi\rho^3 - l_n) \\ \delta_{33} &= \frac{1}{EJ}(\pi\rho^3 + l_n); \quad \delta_{1F} = -\frac{ql^4}{8EJ}; \quad \delta_{3F} = \frac{ql^3}{6EJ}. \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (4) відносно невідомих x_1 і x_3 , маємо:

$$x_1 = \frac{\delta_{13}(\delta_{11}\delta_{3F} - \delta_{31}\delta_{1F}) + \delta_{1F}}{\delta_{11}(\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}^2)} + \frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}}; \quad x_3 = \frac{\delta_{31}\delta_{1F} - \delta_{11}\delta_{3F}}{\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}^2}. \quad (6)$$

Далі визначимо сумарний згинаючий момент

$$M_{F\Sigma} = M_F + x_1M_1 + x_3M_3. \quad (7)$$

За отриманими даними (7) будуюмо епюру сумарного згинаючого моменту, показану на рис. 5.

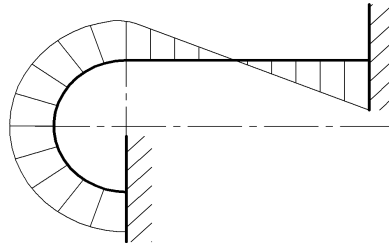


Рис. 5. Епюра сумарного згинаючого моменту

Для визначення переміщень в перетинах 1 (δ_1) і 2 (δ_2) використовуємо спосіб Мора і основну систему (див. рис. 3, б). У напрямку переміщень δ_1 і δ_2 прикладаємо одиничні сили ($x=1$) і від них будуємо епюри згинаючих моментів $M_4 = xl_{ni} = l_n$ і $M_5 = x\rho \sin \varphi = \rho$ (де $\varphi = 0 \dots \pi/2$), показаних на рис. 6.

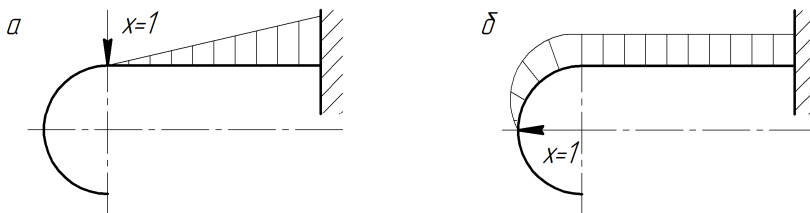


Рис. 6. Епюри згинаючих моментів M_4 і M_5

Перемножуємо отримані епюри M_4 і M_5 з епюром $M_{F\Sigma}$, отримуємо значення δ_1 і δ_2 .

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (M_F + x_1 M_1 + x_3 M_3) l_n / EJ; \\ \delta_2 &= (M_F + x_1 M_1 + x_3 M_3) \rho / EJ. \end{aligned} \quad (8)$$

За даними (8) будуємо епюру переміщень, показану на рис. 7.

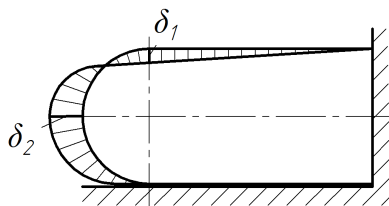


Рис. 7. Епюра переміщень

Практичні розрахунки доцільно виконувати за допомогою ПЕОМ.

Висновки. Використання з'єднань валів з маточинами за допомогою напівпружних призматичних шпонок підтверджує підвищення

втомної міцності валів [3] за рахунок зменшення жорсткості шпонок у приматочинній зоні зі сторони дії обертального моменту, а також із-за перерозподілу тиску на довжині шпонки і зниження піку напруження на валу в цій зоні. Крім того, у цій частині з'єднання, за рахунок пружної деформації, гаситься динамічне навантаження і воно більш м'яко передається від вала до маточини або навпаки.

1. Павлище В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин / В. Т. Павлище. – К. : Вищ. шк., 2003. – 560 с. **2.** Ganesh Babu K., Srithar K. Design of Machine Elements. 2nd edition. New Delhi: Tata McGrew-Hill. Education, 2010. – 544 р. **3.** Балацкий Л. Т. Усталость валов в соединениях / Л. Т. Балацкий. – К. : Техніка, 1972. – 179 с. **4.** Малащенко В. О. Спеціальні шпонкові з'єднання. Монографія / В. О. Малащенко, О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець. – Рівне : НУВГП, 2016. – 137 с. **5.** Пат. 47272 Україна, МПК F 16 В 3/00. Напівпружна призматична шпонка / Малащенко В. О., Стрілець О. Р., Стрілець В. М.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – у № 200907619; заявл. 20.07.09; опубл. 25.01.10, Бюл. № 2, 2010 р. **6.** Пат. 47273 Україна, МПК F 16 В 3/00. Напівпружна призматична шпонка / Малащенко В. О., Стрілець О. Р., Стрілець В. М.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – у № 200907625; заявл. 20.07.09; опубл. 25.01.10, Бюл. №2, 2010 р. **7.** Пат. 47279 Україна, МПК F 16 В 3/00. Напівпружна призматична шпонка / Малащенко В. О., Стрілець О. Р., Стрілець В. М.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – у № 200907719; заявл. 22.07.09; опубл. 25.01.10, Бюл. № 2, 2010 р. **8.** Пат. 81289 України на корисну модель, МПК F16 В 3/00. Напівпружна призматична шпонка / Стрілець О.Р., Малащенко В.О., Стрілець В.М.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – у 201212555; заявл. 20.12.2012; опубл. 25.06.13, Бюл. № 12, 2013 р. **9.** Пат. 68551 Україна, МПК F 16 В 3/00. Напівпружне шпонкове з'єднання / Стрілець О. Р.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. – у № 201111994; заявл. 12.10.11; опубл. 26.03.12, Бюл. № 6, 2012 р. **10.** Поліщук М. П. Будівельна механіка: навчальний посібник / М. П. Поліщук. – Рівне, 2004. – 237 с.

Рецензент: д.т.н., професор Кравець С. В. (НУВГП)

**Strilets O. R., Candidate of Engineering, Associate Professor,
Strilets V. M., Candidate of Engineering, Professor** (National University
of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine)

STRESS STATE OF SEMI RESILIENT PARALLEL KEY WITH CLOSED ELASTIC SECTIONS AT END FACES

The article describes the stress state of semi resilient parallel keys with rounded closed hollow sections at end faces, which are used to connect shafts with hubs of gears, sprockets, pulleys, etc. Statics calculations for such keys have been made. In order to obtain the dependencies between elastic deformation of the resilient key and torque transmitted by joint, the elastic part of key have been presented as a frame with two straight rods connected by an arch, so that one rod rests on a rigid base, and the second is acted by distributed load from the shaft that twists. Dependences for the key deformation have confirmed that the effects of torque in this area is reduced because of the reduction in stress peak on the shaft and this torque is smoothly transferred from the shaft to the hub or vice versa.

Keywords: shaft, hub, joint, semi resilient parallel key, deformation, statics.

Стрилец О. Р., к.т.н., доцент, Стрилец В. Н., к.т.н., профессор
(Национальный университет водного хозяйства и
природопользования, г. Ровно)

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУУПРУГОЙ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ ШПОНКИ С ЗАМКНУТЫМИ УПРУГИМИ УЧАСТКАМИ НА ТОРЦАХ

Описано напряженное состояние полуупругих призматических шпонок с округленными замкнутыми пустотелыми участками на торцах, которые применяются для соединения валов со ступицами зубчатых колес, звездочек, шкивов и т.п. и выполнены их статические расчеты.

Ключевые слова: вал, ступица, соединение, полуупругая призматическая шпонка.
