ГІДРОТЕХНІКА

УДК 532.5 https://doi.org/10.31713/vt320191

Хлапук М. М., д.т.н, професор, Мошинський В. С., д.с.-г.н., професор, Безусяк О. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ДО РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ РУХУ ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ

В статті приведено аналіз наукових джерел щодо розвитку теорії руху потоку в трубопроводах при турбулентному режимі. За узагальненими результатами аналізу та за допомогою проведених теоретичних досліджень отримано математичні моделі, які розкривають структуру потоку в залежності від області гідравлічного опору при турбулентному режимі руху потоку в трубопроводах.
Ключові слова: **теорія руху потоку, турбулентний режим, кінематична структура потоку, трубопроводи.**

Нині спостерігається розвиток галузі теплоенергетики, гідроенергетики, гідротехнічного будівництва в Україні і в світі. Для підвищення надійності й ефективності гідротехнічних об'єктів постає необхідність удосконалити підхід до гідравлічного розрахунку напірних трубопроводів, що мають різне призначення, а саме розвиток теорії кінематичної структури потоку в них [1; 2].

Турбулентні течії – це найпоширеніша форма руху рідини і газів в природі. При цьому вони відрізняються нескінченним різноманіттям. Найбільш прості з них – це рух в трубах, лотках, каналах тощо [2].

О. Рейнольдс вперше у 1895 році встановив існування двох режимів потоку – ламінарного та турбулентного.

На рисунках 1, *а-1*, *г* наведено графіки залежності коефіцієнта гідравлічного опору λ від числа Рейнольдса Re, на яких розкрито режими руху потоку в трубопроводах. Експериментальні точки, що приведені на графіках, отримано на основі унікальних експериментальних досліджень І. Нікурадзе та Ф.О. Шевельова [3-5].

При турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого руху коефіцієнт гідравлічного опору від числа Рейнольдса визначають за формулою Г. Блазіуса

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}}. \qquad (1)$$

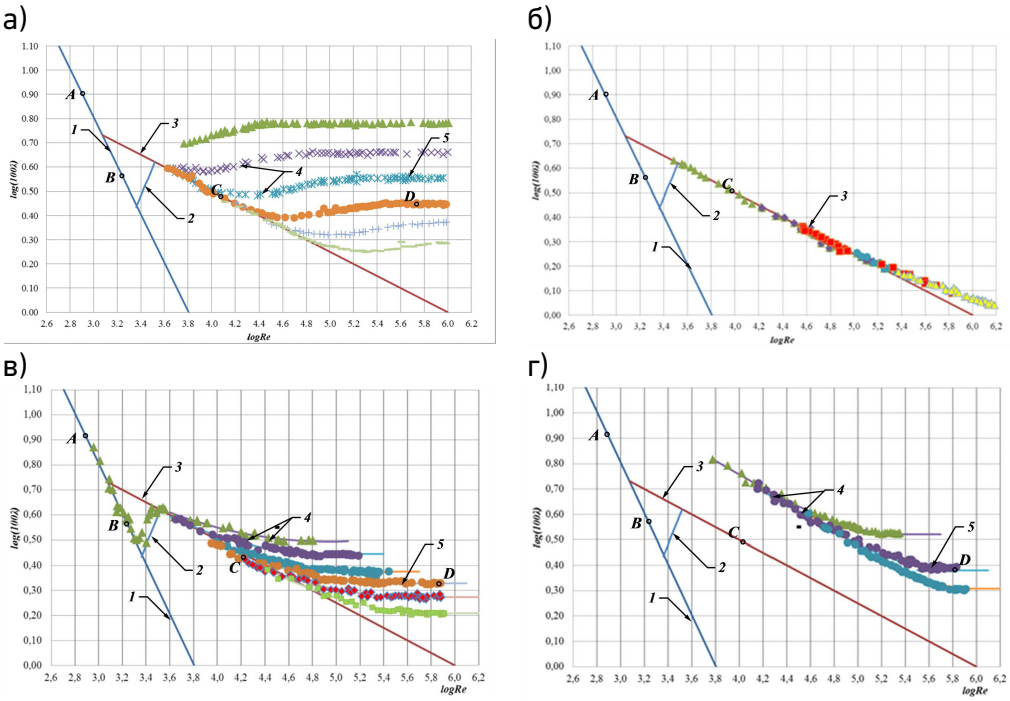


Рис. 1. Графіки залежності коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса: а – трубопроводи з однорідною зернистою шорсткістю (за даними І. Нікурадзе); б – трубопроводи з гідравлічно гладкою поверхнею (за даними І. Нікурадзе); в – нові сталеві трубопроводи (за даними Ф.О. Шевельова); г – нові чавунні трубопроводи (за даними Ф.О. Шевельова); 1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – перехідна область; 3 – область гідравлічно гладкого опору (Г. Блазіус); 4 – область доквадратичного опору; 5 – область квадратичного опору; т. А і В – точки на графіку, що відповідають ламінарному режиму; т. С – точка, що відповідає області гідравлічно гладкого опору; т. D – точка, що відповідає області квадратичного опору

При турбулентному режимі в областях доквадратичного та квадратичного руху потоку коефіцієнт гідравлічного опору залежить не тільки від числа Рейнольдса, а і від внутрішньої поверхні трубопроводу. Тому існує велика кількість залежностей, які є в довідковій літературі [1; 5]. Всі вони рекомендовані тільки для конкретних умов (матеріал, вид шорсткості поверхні, висота виступів, відстань між ними, їх форма та розташування по поверхні). Адекватну залежність зміни коефіцієнта гідравлічного опору від всіх основних діючих факторів можна встановити тільки дослідним шляхом [5].

Для прикладу, величину коефіцієнта гідравлічного опору для області гідравлічного гладкого опору можна рахувати за залежністю

І. Нікурадзе, яку отримано на основі експериментальних даних

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\,lg\left(Re\sqrt{\lambda}\right) - 0{,}8\,. \qquad (2)$$

Для труб круглого перерізу від області гідравлічно гладкого опору до області квадратичного опору включно І. Нікурадзе рекомендує на основі своїх експериментальних досліджень наступну залежність

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\,lg\,\frac{R}{K_s} + 1{,}74\,, \qquad (3)$$

де K_s – еквівалентна висота виступів шорсткості, м; R – гідравлічний радіус, м.

І.К. Нікітін для турбулентного режиму руху потоку від області гідравлічно гладкого опору до області квадратичного опору включно рекомендує формулу

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = Re_{*\delta\infty}\left(0{,}813\,lg\,\frac{h}{\Delta} + 0{,}706\right), \qquad (4)$$

де $Re_{*\delta\infty}$ – коефіцієнт пропорційності товщини пристінного шару; Δ – абсолютна висота виступів шорсткості, м; h – глибина потоку, м.

Необхідно відмітити, що графік залежності зміни коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса розкриває тільки режими руху, але не розкриває кінематичної структури потоку, яку необхідно враховувати при гідравлічних розрахунках трубопроводів.

Одним з перших видатних вчених 19 століття, що займався розробкою теоретичних основ структури потоку є С. Нав'є, який ввів у диференціальне рівняння Л. Ейлера додаткові члени для врахування дотичних напружень, що виникають при наявності градієнта швидкості.

Розподіл дотичних напружень сил тертя при ламінарному режимі відомий з основного рівняння рівномірного руху рідини (рис. 2) і виражається рівнянням

$$\tau = \tau_0\,\frac{r}{r_0} = \rho\lambda\,\frac{Re^2\,\nu^2}{32 r_0^2}\,\frac{r}{r_0}\,, \qquad (5)$$

де ρ – густина рідини, г/см^3; ν – кінематична в'язкість рідини, м^2/с; d – діаметр трубопроводу, м; r_0 – внутрішній радіус трубопроводу, м; r – відстань від осі трубопроводу до координати циліндричної поверхні з напруженням $\vec{\tau}$, м; $\vec{\tau}_0$ – дотичні напруження на внутрішній поверхні трубопроводу, Н/м^2.

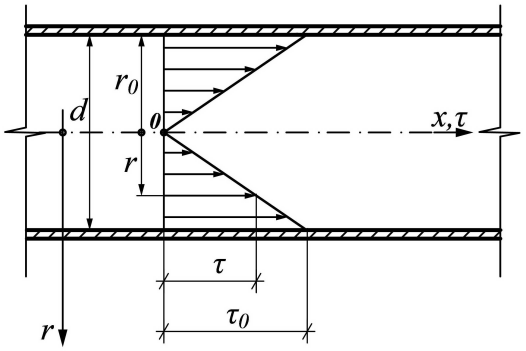


Рис. 2. Розподіл дотичних напружень сил тертя по живому перерізу в циліндричному трубопроводі при ламінарному режимі

У 1845 році Дж. Стокс отримав рішення диференціального рівняння С. Нав'є. Його теоретичні результати повністю співпали з даними дослідів проведених у трубах малого діаметру при малих швидкостях (ламінарний режим руху) [1].

Рівняння Нав'є-Стокса в диференціальній формі має вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)\\
&\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-\nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right)\\
&\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-\nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)
\end{aligned}\right\}, \quad (6)$$

де x, y, z – координати точки водного потоку; $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$, $\vec{u}_z$ – проекції осередненої швидкості на координатні осі $0x$, $0y$, $0z$; t – час; $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$, $\vec{F}_z$ – проекції прискорення масових сил на координатні осі; p – тиск.

Дж. Стокс для замкнення диференціального рівняння (4) врахував рівняння неперервності

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0, \quad (7)$$

й прийняв наступні крайові умови:

- рух води усталений, тому часткові похідні

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}=0, \frac{\partial u_y}{\partial t}=0, \frac{\partial u_z}{\partial t}=0;$$

- проекції прискорень масових сил на координатні осі

$$F_x = 0,\ F_y = 0,\ F_z = -g;$$

- рух води відбувається у циліндричному трубопроводі радіусом r_0 і довжиною l;
- рух води відбувається при наявності перепаду тиску Δp в межах трубопроводу;
- при ламінарному режимі руху води вода має кінематичну в'язкість $v = f(T)$;
- лінії токів потоку розташовані симетрично й паралельно осі $0x$, тому $u_y = 0$, $u_z = 0$;
- на внутрішній поверхні труби ($r = r_0$), в наслідок прилипання до неї часток води, проекція осередненої швидкості їх становить $u_x = 0$;
- на осі потоку ($r = 0$) похідна $\frac{du_x}{dr} = 0$.

Отримане рівняння розподілу осередненої швидкості руху рідини при ламінарному режимі

$$u_{xl} = \lambda\, Re^2\, \frac{\nu}{8d^3}\left(r_0^2 - r^2\right). \qquad (8)$$

Необхідно відмітити, що при турбулентному режимі руху (великих діаметрах трубопроводів й великих витратах, тобто при числах Рейнольдса $Re > 2320$) виявлено значне відхилення теоретично визначених вихідних параметрів згідно приведених залежностей від результатів експериментальних досліджень.

Над рішення цієї проблеми працювало багато вчених: М.А. Великанов, Дж. Тейлор, В.М. Макавєєв, А.М. Колмогоров, О.М. Обухов, Т. Карман, Л.Г. Лойцянський, О.О. Фрідман, Г. Рейхардт, Д. Ротта, Р. Дайслер, Г.В. Железняков, С. Куллупайло, А.Д. Альтшуль, В.В. Смислов, П.Г. Кисельов, Л. Прандтль, В. Толмін, В.Ф. Дюренда, Х.Л. Драйдена, Г. Шліхтінг, І.К. Нікітіна та ін. [1-6]. Ними були запропоновані напівемпіричні теорії турбулентних течій, в яких невідомі зв'язки між турбулентними напруженнями і осередненими швидкостями деформацій конкретизуються на основі гіпотез, якісних фізичних домислів, теорій розмірностей, що отримані при узагальненні експериментальних матеріалів.

Отримані напівемпіричні теорії не можуть бути універсальними тому, що вони обмежені діапазоном умов, при яких прийняті припущення.

Було запропоновано моделі за степеневим та логарифмічним

профілями. Широкого розповсюдження набув логарифмічний профіль, не зважаючи навіть на те, що ця залежність не відповідає граничним умовам на осі та на внутрішній поверхні трубопроводу. З метою забезпечення граничних умов на внутрішній поверхні трубопроводу вченими розроблені двошарові та тришарові моделі. Але по осі трубопроводу вони не відповідають граничним умовам.

В зв'язку з тим, що приведені залежності розподілу осереднених швидкостей в трубопроводі не відповідають граничним умовам біля стінки трубопроводу (степеневі рівняння), а запропоновані логарифмічні рівняння не відповідають граничним умовам не тільки біля стінки, а й на осі трубопроводу, запропоноване наступне рішення цієї проблеми.

Прийнята гіпотеза, що отримана з диференціального рівняння Нав'є-Стокса залежність (8), придатна для розрахунку осереднених швидкостей і при турбулентному режимі руху рідини, але для цього необхідно враховувати в рівнянні Нав'є-Стокса замість молекулярної кінематичної в'язкості загальну кінематичну в'язкість ν_{tot}, яка включає кінематичну в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу ν_s та кінематичну турбулентну в'язкість ν_t, що виникає за рахунок переміщення мас з одного шару в інший, як рекомендував Ж.В. Буссінеск. Тоді рівняння (8) прийме вид

$$u_{xt} = \lambda\, Re^2 \frac{\nu^2}{64\nu_{tot}\, r_0^3}\left(r_0^2 - r^2\right). \qquad (9)$$

де ν_{tot} – повна кінематична в'язкість потоку, яка враховує молекулярну кінематичну в'язкість на стінці трубопроводу ν_s та кінематичну турбулентну в'язкість між шарами потоку ν_t.

Переміщення молекул рідини на внутрішній поверхні трубопроводу обмежене, тому кінематична в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу ν_s менша, ніж молекулярна в'язкість рідини ν. Як показують проведені статистичні дослідження, можна прийняти гіпотезу, що вона залежить від коефіцієнта гідравлічного опору і визначається за залежністю

$$\nu_s = \lambda\nu\,. \qquad (10)$$

Кінематична турбулентна в'язкість між шарами потоку, як показують проведені статистичні дослідження, теж не є сталою фізичною величиною, і потребує необхідних досліджень.

Для отримання графіку залежності відносної загальної кінематичної в'язкості вздовж радіуса на основі експериментальних даних

рівняння (9) приведено до виду

$$\frac{\nu_{tot}}{\nu} = \frac{\nu\lambda\, Re^2}{64 u_{xt} r_0^3}\left(r_0^2 - r^2\right). \qquad (11)$$

На рис. 3 побудовано графік залежності відносної загальної кінематичної в'язкості вздовж радіуса

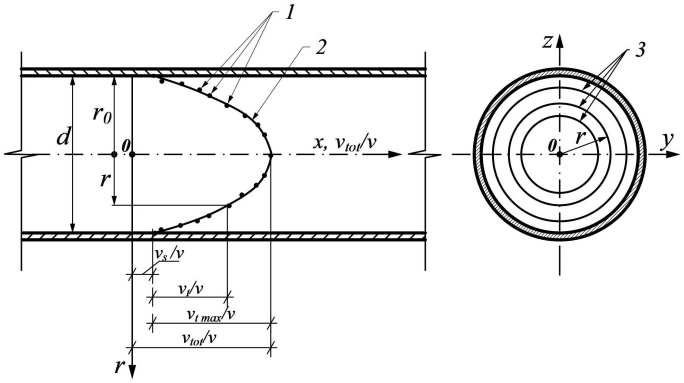


Рис. 3. Розподіл відносної загальної кінематичної в'язкості у трубопроводі: 1 – експериментальні точки відносної загальної кінематичної в'язкості, які отримано за рівнянням (11); 2 – профіль відносної загальної кінематичної в'язкість за залежністю (17); 3 – кругло циліндричні поверхні з однаковою загальною кінематичною в'язкістю

З графіка видно, що відносна кінематична турбулентна в'язкість приймає своє максимальне значення на осі трубопроводу, а мінімальне нульове значення при $r = r_0$. В проміжних точках графік має форму подібну до еліпса.

Тому доцільно, враховуючи канонічне рівняння еліпса, прийняти гіпотезу, що сума відносної кінематичної турбулентної в'язкості в точці потоку й відносної відстані до даної точки у відповідних степенях дорівнює одиниці

$$\left(\frac{\nu_t}{\nu_{t\,max}}\right)^{1/m} + \left(\frac{r}{r_0}\right)^n = 1. \qquad (12)$$

Враховуючи те, що потік взаємодіє з внутрішньою поверхнею трубопроводу, то необхідно в рівнянні (12) врахувати кінематичну в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу $\nu_s = \lambda\nu$.

Тоді рівняння (12) приводимо до вигляду

$$\left(\frac{\nu_{tot}}{\nu_{t\,max}}\right)^{1/m} + \left(\frac{r}{r_0}\right)^n = 1 + \left(\frac{\nu_s}{\nu_{t\,max}}\right)^{1/m}. \qquad (13)$$

Рівняння загальної кінематичної в'язкості набуде вигляду

$$\nu_{tot} = \frac{1}{r_0^{nm}} \left(\nu_{t\,max}^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + \nu_s^{1/m} r_0^n \right)^m , \tag{14}$$

де невідомі параметри визначаються за системою рівнянь

$$\left.\begin{aligned} \nu_{t\,max} &= k \nu \lambda \, Re \\ k &= a \, lg \, Re \, lg(100\lambda) + b \\ m &= c \, lg \, Re \, lg(100\lambda) + d \\ n &= 2 / m \\ \nu_s &= \lambda \nu \end{aligned}\right\} , \tag{15}$$

де $\nu_{t\,max}$ – максимальне значення кінематичної турбулентної в'язкості, яке виникає на осі трубопроводу; k, m і n – постійні параметри для певного режиму руху потоку; $(lg\,Re;\, lg(100\lambda))$ – координати на графіку Нікурадзе, які враховують області гідравлічного опору; a, b, c, d – постійні коефіцієнти, які визначаються на основі експериментальних даних.

Враховуючи в рівнянні (15) рівняння (14), отримаємо:

$$\nu_{tot} = \frac{\nu \lambda}{r_0^{nm}} \left((k \, Re)^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + r_0^n \right)^m . \tag{16}$$

Залежність для визначення відносної повної кінематичної в'язкості набуде вигляду

$$\frac{\nu_{tot}}{\nu} = \frac{\lambda}{r_0^{nm}} \left((k \, Re)^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + r_0^n \right)^m . \tag{17}$$

З рівняння (16) випливає, що на осі трубопроводу при $r = 0$ маємо максимальне значення загальної кінематичної в'язкості у трубопроводі

$$\nu_{tot\ \max} = \nu \lambda \left((k \, \mathrm{Re})^{1/m} + 1 \right)^m , \tag{18}$$

а при $r = r_0$ маємо мінімальне значення загальної кінематичної в'язкості у трубопроводі, яке виникає за рахунок градієнта швидкості на внутрішній поверхні трубопроводу.

$$\nu_{tot\ \min} = \nu_s = \lambda \nu . \tag{19}$$

1. Враховуючи рівняння загальної кінематичної в'язкості (16), залежність розподілу осередненої швидкості потоку (9) при турбулентному режимі набуде вигляду

$$u_{xt} = \frac{\nu\, Re^2 \left(r_0^2 - r^2\right)}{64\left((k\, Re)^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)^m r_0}. \qquad (20)$$

На рис. 4 представлено профілі осереднених швидкостей руху рідини при ламінарному режимі руху потоку, для області гідравлічно гладкого опору, доквадратичного та квадратичного опору при турбулентному режимі.

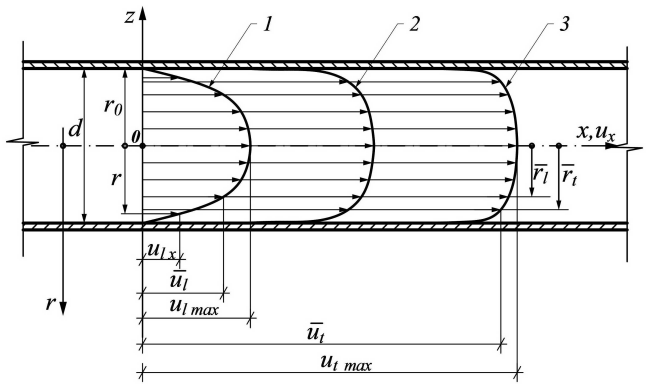


Рис. 4. Розподіл осередненої швидкості руху рідини:
1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – область гідравлічно гладкого опору;
3 – область доквадратичного та квадратичного опору при турбулентному режимі

2. Максимальна осереднена швидкість потоку визначається з рівняння (20) при $r = 0$.

$$u_{xt\,max} = \frac{\nu\, Re^2}{64\, r_0 \left((k\, Re)^{1/m} + 1\right)^m}, \qquad (21)$$

а на внутрішній поверхні трубопроводу – при $r = r_0$ і дорівнює нулю $u_{xt} = 0$.

При ламінарному режимі руху рідини максимальна осереднена швидкість потоку становить

$$u_{xl\,max} = \lambda\, Re^2\, \frac{\nu}{8d^3}\, r_0^2.$$

3. Відносна відстань від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість $\bar{r}$, виражається рівнянням в неявній формі

$$\frac{Re\left(r_0^2 - \bar{r}^2\right)}{32\left((k\, Re)^{1/m}\left(r_0^n - \bar{r}^n\right) + r_0^n\right)^m} = 1. \qquad (22)$$

Вона не є сталою і залежить від коефіцієнта гідравлічного опору та числа Рейнольдса.

При ламінарному режимі руху рідини відстань від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість, становить

$$\bar{r}_l = \frac{r_0}{\sqrt{2}}.$$

4. Відношення максимальної швидкості до середньої в трубопроводі становить

$$\frac{u_{x\,t\,max}}{\bar{u}_x} = \frac{\left((k\,Re)^{1/m}\left(r_0^n - \bar{r}^n\right) + r_0^n\right)^m}{\left((k\,Re)^{1/m} + 1\right)^m \left(r_0^2 - \bar{r}^2\right)}. \qquad (23)$$

При ламінарному режимі руху рідини відношення максимальної швидкості до середньої в трубопроводі становить

$$\frac{u_{x\,l\,max}}{\bar{u}_{x\,l}} = 2.$$

5. Важливим параметром, який характеризує структуру потоку, є дотичні напруження. Використовуючи залежність, яку запропонував Ж.В. Буссінеск, без теоретичного обґрунтування для ламінарного режиму по аналогії з законом Ньютона, можна записати

$$\tau_{yx} = \rho \nu_{tot} \frac{du_x}{dy}, \qquad (24)$$

$$\tau_{zx} = \rho \nu_{tot} \frac{du_x}{dz} \qquad (25)$$

$$\tau_{rx} = \rho \nu_{tot} \frac{du_x}{dr}, \qquad (26)$$

де $\vec{\tau}_{yx}$ – напруження на грані, яка нормальна до осі $0Y$ і паралельне осі $0X$; $\vec{\tau}_{zx}$ – напруження на грані, яка нормальна до осі $0Z$ і паралельне осі $0X$; $\vec{\tau}_r$ – напруження на круговій циліндричній поверхні радіусом r незалежно від азимутної складової і паралельне осі $0X$.

Напруження на круговій циліндричній поверхні радіусом r (рис. 5) незалежне від азимутної складової і паралельне осі $0X$ має вид

$$\tau_{rx} = \rho \frac{\lambda}{r_0^{nm}} \frac{\nu^2\, Re^2}{32\, r_0} \frac{(k\,Re)^{1/m}\left(\left(r_0^2 - r^2\right)\left(r^{n-1}\right) - r\left(r_0^n - r^n\right)\right) - r r_0^n}{\left((k\,Re)^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)}, \qquad (27)$$

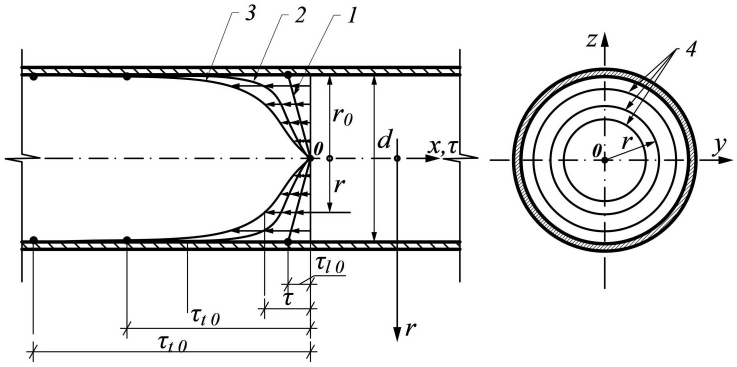


Рис. 5. Розподіл дотичних напружень: 1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – область гідравлічно гладкого опору; 3 – область доквадратичного та квадратичного опору при турбулентному режимі; 4 – кругло циліндричні поверхні з однаковими дотичними напруженнями

Максимальне значення дотичних напружень при турбулентному режимі отримаємо з рівняння (27) при $r = r_0$

$$\tau_0 = \rho Re^2 \frac{\lambda \nu^2}{32 r_0^2}, \tag{28}$$

і це рівняння має аналогічний вираз як і для ламінарного режиму

$$\tau_0 = \rho \frac{2 Re \nu^2}{r_0^2} = \rho Re^2 \frac{\lambda \nu^2}{32 r_0^2}.$$

Дотичні напруження на осі трубопроводу, якщо $r = 0$ при турбулентному і ламінарному режимах дорівнюють нулю.

Рівняння круглоциліндричної поверхні з напруженням $\vec{\tau}_{rx}$ має вигляд

$$y^2 + z^2 = r^2. \tag{29}$$

Таким чином, поверхні з напруженням $\vec{\tau}_{rx}$ є концентричними поверхнями з радіусом r, центри яких розміщені на осі труби.

7. Значення компонентів вихорів (рис. 6)

$$\left.\begin{aligned}
\omega_x &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right) = 0 \\
\omega_y &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\frac{\nu \mathrm{Re}^2}{32 r_0} z \frac{(k\mathrm{Re})^{1/m}\left(\left(r_0^2 - \left(y^2+z^2\right)\right)\left(\left(y^2+z^2\right)^{n-2/2}\right) - \left(r_0^n - \left(y^2+z^2\right)^{n/2}\right)\right) - r_0^n}{\left((k\mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - \left(y^2+z^2\right)^{n/2}\right) + r_0^n\right)^{m+1}} \\
\omega_z &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) = -\frac{1}{2}\frac{\nu \mathrm{Re}^2}{32 r_0} y \frac{(k\mathrm{Re})^{1/m}\left(\left(r_0^2 - \left(y^2+z^2\right)\right)\left(\left(y^2+z^2\right)^{n-2/2}\right) - \left(r_0^n - \left(y^2+z^2\right)^{n/2}\right)\right) - r_0^n}{\left((k\mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - \left(y^2+z^2\right)^{n/2}\right) + r_0^n\right)^{m+1}}
\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Вихрові лінії є концентричними колами з радіусом r, центри яких розміщені на осі труби

$$y^2 + z^2 = r^2. \quad (31)$$

Кутова швидкість обертання часток рідини потоку відносно вихрових ліній визначається за залежністю

$$\omega = \sqrt{\omega_x{}^2 + \omega_y{}^2 + \omega_z{}^2}, \quad (32)$$

$$\omega = \frac{\nu\, Re^2}{64 r_0} \frac{r r_0^n - (k\,Re)^{1/m}\left(\left(r_0^2 - r^2\right)\left(r^{n-1}\right) - r\left(r_0^n - r^n\right)\right)}{\left((k\,Re)^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)^{m+1}}. \quad (33)$$

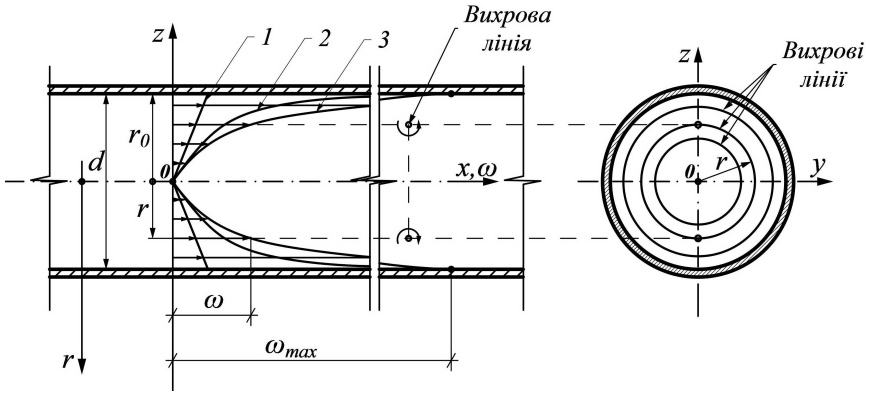


Рис. 6. Розподіл кутової швидкості обертання часток рідини по живому перерізу в циліндричному трубопроводі: 1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – область гідравлічно гладкого руху; 3 – область доквадратичного та квадратичного опору при турбулентному режимі

Величина кутової швидкості обертання часток на стінці трубопроводу $r = r_0$ набуває максимального свого значення

$$\omega_{max} = Re^2 \frac{\nu}{64 r_0^2}, \qquad (34)$$

а на осі приймає нульове значення.

При ламінарному режимі кутова швидкість обертання часток на стінці трубопроводу становить

$$\omega_{max} = \lambda Re^2 \frac{\nu}{64 r_0^2} = Re \frac{\nu}{r_0^2}.$$

Висновок. Вперше розкрита кінематична структура потоку при турбулентному режимі.

Було прийнято гіпотезу, що отримана з диференціального рівняння Нав'є-Стокса, залежність придатна для розрахунку осереднених швидкостей і при турбулентному режимі руху рідини, але для цього необхідно враховувати в рівнянні Нав'є-Стокса замість молекулярної кінематичної в'язкості загальну кінематичну в'язкість, яка включає кінематичну в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу ν_s та кінематичну турбулентну в'язкість ν_t, що виникає за рахунок переміщення мас з одного шару в інший, як рекомендував Ж.В. Буссінеск.

Вперше на основі експериментальних даних І. Нікурадзе та Ф.О. Шевельова було отримано профіль розподілу загальної кінематичної в'язкості в трубопроводі, яка включає кінематичну в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу та кінематичну турбулентну в'язкість між шарами рідини.

Вперше, враховуючи рівняння розподілу загальної кінематичної в'язкості в трубопроводі, було отримано рівняння профілю швидкості, яке відповідає граничним умовам на внутрішній поверхні та на осі трубопроводу. Отримане рівняння максимальної осередненої швидкості, відстані від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість, відношення максимальної швидкості до середньої.

Вперше були отримані компоненти дотичних напружень $\vec{\tau}_{yx}$ і $\vec{\tau}_{zx}$ та дотичні напруження в радіальних координатах $\vec{\tau}_{rx}$. Отримано рівняння для визначення максимального значення дотичних напружень, що розташовуються на внутрішній поверхні трубопроводу. Дотичні напруження монотонно зменшуючись приймають нульове значення на осі трубопроводу.

Вперше отримано рівняння компонентів вихорів $\vec{\omega}_y$ та $\vec{\omega}_z$. До-

ведено, що вихрові лінії є концентричними колами, центри яких розміщені на осі труби. Отримане рівняння кутової швидкості обертання часток рідини потоку відносно вихрових ліній. Визначена максимальна величина кутової швидкості обертання часток на стінці трубопроводу. Вона монотонно зменшуючись приймає нульове значення на осі трубопроводу.

В даній роботі всі залежності, які розкривають структуру потоку, виражені через число Рейнольдса та коефіцієнт гідравлічного опору. Такий запис формул прийнято з метою, щоб показати зв'язок між режимом руху та структурою потоку. Таким чином, маючи графік залежності зміни коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса (який можна отримати лише дослідним шляхом), запропонована теорія дає можливість для будь-якої точки графіка Нікурадзе розкрити кінематичну структуру потоку в трубопроводі. А саме: побудувати профіль розподілу повної кінематичної в'язкості, осередненої швидкості, дотичних напружень та кутової швидкості обертання часток рідини.

Адекватність запропонованих рівнянь, які виражають структуру потоку в залежності від режиму турбулентного руху, доведено на основі експериментальних досліджень І. Нікурадзе та Ф.О. Шевельова й буде приведена в наступних працях.

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1978. 736 с. **2**. Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М. : Энергия, 1972. 316 с. **3**. Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. Forsch. Arb. Ing. Wes., 1932. N. 356. **4**. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. Forsch. Ver. Dtsch. Ing. 1933. N. 361. **5**. Шевелев Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М. : Госстройиздат, 1953. 208 с. **6**. Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow / M. Hultmark, M. Vallikivi, S.C.C. Bailey, A. J. Smits. *J. Fluid Mech*. Vol. 728. Cambridge University Press, 2013. Pp. 376–395.

REFERENCES:

1. Loitsianskii L. H. Mekhanika zhidkosti i haza. M. : Nauka, 1978. 736 s. **2.** Kiselev P. H. Spravochnik po hidravlicheskim raschetam. M. : Enerhiia, 1972. 316 s. **3.** Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. Forsch. Arb. Ing. Wes., 1932. N. 356. **4.** Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. Forsch. Ver. Dtsch. Ing. 1933. N. 361. **5.** Shevelev F. A. Issledovanie osnovnykh hidravlicheskikh zakonomernostei turbulentnoho dvizheniia v trubakh. M. : Hosstroiizdat, 1953. 208 s.

6. Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow / M. Hultmark, M. Vallikivi, S.C.C. Bailey, A. J. Smits. *J. Fluid Mech*. Vol. 728. Cambridge University Press, 2013. Pp. 376–395.

Khlapuk M. M., Doctor of Engineering, Professor, Moshynskyi V. S., Doctor of Agricultural Science, Professor, Bezusiak O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Volk L. R., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

TO DEVELOPMENT OF THE WATER TURBULENT FLOW THEORY IN PIPES

The article deals with the analysis of the literature about the development of the water turbulent flow theory in pipes. According to the results of analysis and theoretical studies, we obtained mathematical models. These models describe the kinematic structure of the water turbulent flow in the pipes for different hydraulic friction. We have hypothesized that the average velocity profile is described by the Navier-Stokes differential equation for the laminar flow regime. We have included kinematic turbulent viscosity in the equation besides molecular kinematic viscosity. This kinematic turbulent viscosity results from the movement of masses from one layer to another, which was recommended by J.V. Boussinesq.
On the basis of experimental data I. Nikuradze and F.O. Shevelev, we obtained a distribution of the total kinematic viscosity in the pipes, including the kinematic viscosity on the pipe inner surface and the kinematic turbulent viscosity.
We used the kinematic viscosity distribution equation in the tubes and obtained the average velocity profile equation. This equation corresponds to the boundary conditions on the pipe inner surface and on the axis of the pipe. The equation of maximum average velocity, the equation of distance from the axis of the pipe to the points having average velocity, the equation of the ratio of maximum velocity to average velocity was obtained.
The equation of the tangent stresses components ($\vec{\tau}_{yx}$, $\vec{\tau}_{zx}$) and the tangent stresses equation in radial coordinates ($\vec{\tau}_{rx}$) were obtained.
The equation of the maximum value of the tangent stresses located on the inner surface of the pipe was obtained. The tangent stresses

assume a zero value on the pipe axis. The equation of the vortex components ($\vec{\omega}_y$, $\vec{\omega}_z$) was obtained. We have shown that vortex lines are concentric circles whose centers are located on the pipe axis. The equation of angular velocity of flow particles rotation relative to the vortex lines was obtained. The maximum value of the particle rotation angular velocity on the pipe inner surface is determined. It decreases monotonically to zero on the axis of the pipeline. It is zero on the pipe axis.

In this article, all equations reveal the kinematic structure of the water flow. We described these equations by the Reynolds number and the pipe friction number. Such equations are adopted to show the dependencies between the regimes and the flow kinematic structure. These equations make it possible to calculate the distribution profile of the total kinematic viscosity, average velocity, tangential stresses and angular velocity of flow particle rotation.

Keywords: **flow theory, laminar flow, laminar flow regime, flow kinematic structure, pipes.**

Хлапук Н. Н., д.т.н., профессор, Мошинский В. С., д.с.-х.н., профессор, Безусяк А. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

К РАЗВИТИЮ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

В статье приведен анализ научных источников по развитию теории движения потока в трубопроводах при турбулентном режиме. По обобщенным результатам анализа и с помощью проведенных теоретических исследований получены математические модели, раскрывающие структуру потока в зависимости от области гидравлического сопротивления при турбулентном режиме движения потока в трубопроводах.

***Ключевые слова*: теория движения потока, турбулентный режим, кинематическая структура потока, трубопроводы.**
