

УДК 532.5

<https://doi.org/10.31713/vt2202524>

Волк Л. Р. [1; ORCID ID: 0000-0003-1033-6715],

к.т.н., доцент,

Довбенко І. Е. [1; ORCID ID: 0000-0001-8393-1887],

аспірант

¹Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ПІДХОДІВ ДО ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ

Розглянуто аналіз підходів до визначення коефіцієнта гідравлічного опору у трубопроводах. Гідравлічний опір є важливим фактором, що визначає втрати енергії потоку у трубопроводах. Розуміння того, як опір впливає на втрати напору, допомагає ефективно проєктувати і експлуатувати трубопровідні системи. Важливо враховувати численні фактори, такі як шорсткість труби, швидкість потоку і характер потоку, щоб мінімізувати втрати енергії і забезпечити оптимальну роботу системи.

Ключові слова: аналіз; підхід; коефіцієнт гідравлічного опору.

Гідравлічний опір є важливим параметром у проєктуванні трубопроводів і оцінці енергетичних втрат в системах транспортування рідин і газів. Він визначається різницею тиску між двома точками трубопроводу, через яку рухається рідина або газ. Основними факторами, що впливають на величину опору, є в'язкість рідини, діаметр трубопроводу, шорсткість його внутрішньої поверхні, а й ще необхідно враховувати суттєвий вплив гідравлічного режиму на значення коефіцієнта гідравлічного опору.

Область гідравлічно гладкого опору, яка знаходиться в межах ($4000 \leq Re \leq 3 \cdot 10^6$), дослідив Г. Блазіус (H. Blasius) і показав, що коефіцієнт гідравлічного опору може бути визначений за залежністю

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}, \quad (1)$$

де λ – коефіцієнт гідравлічного опору; Re – число Рейнольдса.

Рекомендації по визначенню коефіцієнта гідравлічного тертя були запропоновані Г. Блазіусом (H. Blasius), І. Нікурадзе (J. Nikuradse), І. К. Никітіним. Великий внесок в цей напрям також внесли Л. Муді (L. F. Moody), П. К. Конаков, Т. М. Башта, М. В. Лур'є, О. Д. Альтшуль, Д. Г. Стокс (D.G. Stokes), Л. Прандтль (L. Prandtl),



С. Ф. Колбрук (S. F. Colebrook), С. М. Уайт (S. M. White), П. К. Свемі (P. K. Swamee), Е. К. Джейн (E. C. Jain), Н. Х. Чен (N. H. Chen), Б. Л. Шифрінсон, Дж. Папаевангелой (J. Papaevangelou) та ін.

Після побудови у 1932–1933 рр. І. Нікурадзе (J. Nikuradse) відомого графіка залежності коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса (рис. 1), багато світових та вітчизняних науковців присвятили свої роботи визначенню коефіцієнта гідравлічного опору для різних областей турбулентного режиму руху потоку.

Загальновідомо, що турбулентний режим є найпоширенішою формою руху рідин і газів, які повсякденно зустрічаються в природі та в усіх областях техніки. При цьому вони відрізняються нескінченним різноманіттям. Найбільш прості з них – це рух в трубах, лотках, каналах тощо [1–5].

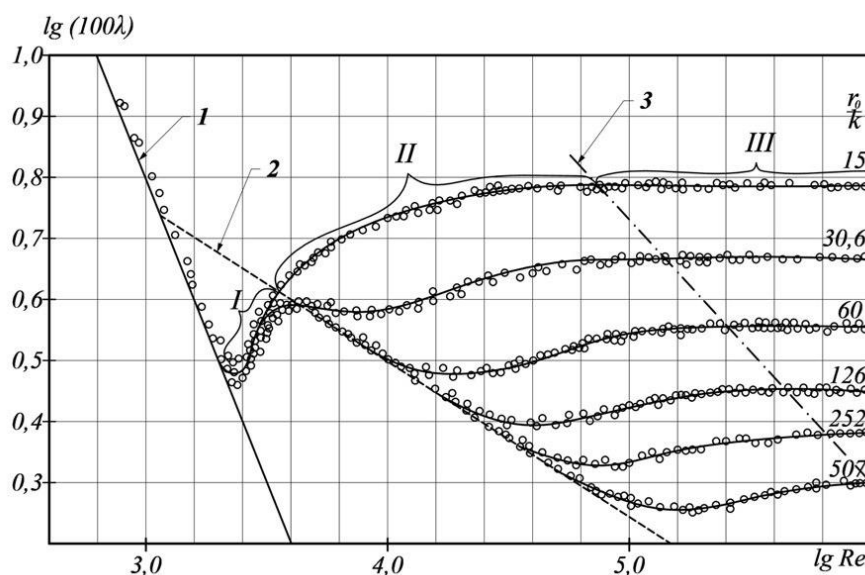


Рис. 1. Графік залежності коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса для трубопроводів із різною відносною шорсткістю за даними І. Нікурадзе (J. Nikuradse)

При турбулентному режимі в областях доквадратичного та квадратичного руху потоку коефіцієнт гідравлічного опору залежить не тільки від числа Рейнольдса, а і від відносної еквівалентної шорсткості внутрішньої поверхні трубопроводу

$$\lambda = f(Re; \varepsilon/d), \quad (2)$$

де ε – шорсткість внутрішньої поверхні трубопроводу, мм; d – внутрішній діаметр трубопроводу, мм.

У 1937 р. К. Колбрук (C. F. Colebrook) провів експерименти на шістнадцяти круглих бетонних трубах та шести трубах, покритих бітумом, з діаметром від 101,6 мм до 1524 мм. Значення еквівалентної шорсткості внутрішньої поверхні коливались між 0,04318 мм та 0,254 мм.

Намагаючись систематизувати наявні на той час експериментальні дані, включаючи результати досліджень, проведених ним спільно з К. Уайтом (C. M. White) у 1937 році, К. Коулбрук (C. F. Colebrook) у 1939 році запропонував криву, яка узгоджується з графіком І. Нікурадзе (J. Nikuradse) та описує залежність коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса (рис. 2).

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,7d} \right). \quad (3)$$

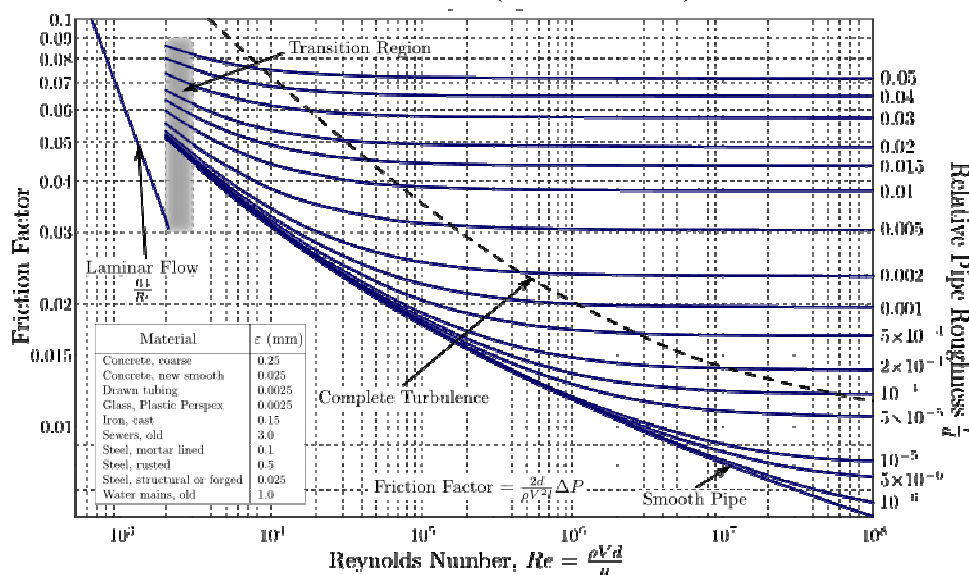


Рис. 2. Графік залежності коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса для трубопроводів із різною відносною шорсткістю за даними І. Л. Муді (L. F. Moody)

Рівняння К. Колбрука (C. F. Colebrook) також можна записати у такому вигляді і воно рекомендоване ним для області квадратичного опору

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{9,35}{Re \sqrt{\lambda}} \right). \quad (4)$$

Залежність (4) для визначення коефіцієнта гідравлічного опору включає, окрім параметра еквівалентної шорсткості, ще й число



Рейнольдса, яке характеризує режим потоку в трубопроводі.

Існує багато наближених рішень рівняння К. Колбрука (C. F. Colebrook), а саме Л. Муді (L. F. Moody), Д. Вуда (D. J. Wood), Б. Екка (B. Eck), П. Свамі (P. K. Swamee), А. Джайна (A. K. Jain), С. Черчілля (S. W. Churchill), Н. Х. Чена (N. H. Chen), Г. Раунда (G. F. Round), Д. Барр (D. I. H. Barr), Д. Зігранг (D. J. Zigrang) Н. Сілвестер (N. D. Sylvester), С. Халанд (S. E. Haaland), Т. Сергидес (T. K. Serghides), Г. Манаділлі (G. Manadilli), Е. Ромео (E. Romeo), Д. Соннад (J. R. Sonnad) і К. Гудар (C. T. Goudar), Д. Бузеллі (D. Buzzelli), А. Ватанхах (A. R. Vatankhah) і С. Кучакзаде (S. K. Kouchakzadeh), А. Авчі (A. Avci) і І. Карагоз (I. Karagoz), Г. Папаевангелу (G. Papaevangelou) та ін. [6–7].

Ці наближення різняться за ступенем точності, залежно від складності їх функціональних форм. Більш складні з них, як правило, оцінюють коефіцієнти гідравлічного опору з більшою точністю. Тільки наближення, запропоновані Л. Муді (L. F. Moody), Д. Вуда (D. J. Wood), Б. Екка (B. Eck) та Г. Раунда (G. F. Round), мають максимальні похибки більше 5%. Точність наближень до рівняння К. Колбрука досліджують Д. Зігранг (D. J. Zigrang) та Н. Сілвестер (N. D. Sylvester), Г. Григорій (G. A. Gregory) та М. Фогарасі (M. Fogarasi) та Г. Йілдірім (G. Yildirim) [6–7].

У 1947 році Л. Муді (L. F. Moody) запропонував рівняння на основі експериментальних даних, яке відрізнялось від рівняння К. Колбрука (C. F. Colebrook) у значеннях до 21,49%.

$$\lambda = 0,0055 \left(1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{\varepsilon}{d} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right). \quad (5)$$

Застосування рівняння (4) рекомендоване Л. Муді у діапазоні чисел Рейнольдса $Re = 4000 \div 5 \cdot 10^6$, й відносної еквівалентної шорсткості $\frac{\varepsilon}{d} = 0 \div 0,01$.

У 1966 році Д. Вуд (D. J. Wood) запропонував рівняння, яке є аналогічне рівнянню Муді

$$\lambda = 0,094 \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{0,225} + 0,53 \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 88 \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{0,44} Re^{-\psi}, \quad (6)$$

де ψ – показник степені $\psi = 1,62 \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{0,134}$.

Застосування рівняння (5) рекомендоване Д. Вудом у діапазоні

$$Re = 4000 \div 5 \cdot 10^7, \frac{\varepsilon}{d} = 0,00001 \div 0,04.$$

У 1973 році Б. Екк (В. Еск) запропонував апроксимацію даних К. Коулбрука у такому вигляді

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,715d} + \frac{15}{Re} \right). \quad (7)$$

Емпіричне рівняння (7) запропоноване С. Черчіллем (S. W. Churchill) у 1973 році є майже однаковим з рівняннями П. Свамі (P. K. Swamee) і А. Джейна (A. K. Jain) у 1976 р.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,71d} + \left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} \right), \quad (8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right). \quad (9)$$

Застосування рівняння (8, 9) рекомендоване П. Свамі і А. Джайном у діапазоні $Re = 5000 \div 10^8$, $\frac{\varepsilon}{d} = 0,000001 \div 0,05$.

У 1976 році А. Джайн (A. K. Jain) запропонував апроксимацію у вигляді рівняння

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,715d} + \left(\frac{6,943}{Re} \right)^{0,9} \right). \quad (10)$$

А. Джайн рекомендував застосування формули (10) для діапазону $5000 \leq Re \leq 10^7$, $4 \cdot 10^{-5} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Апроксимація запропонована С. Черчіллем (S. W. Churchill) 1977 року рекомендована для ламінарного і турбулентного режиму включаючи перехідну область

$$\lambda = 8 \left(\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(C_1 + C_2)^{1,5}} \right)^{\frac{1}{12}}, \quad (11)$$

де

$$C_1 = \left(2,457 \ln \frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \frac{\varepsilon}{d}} \right)^{16}, \quad C_2 = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}.$$



Також була запропонована формула Н. Х. Ченом (N. H. Chen) у 1979 році для труб від області гідравлічно гладкого опору до області квадратичного опору

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7065d} - \frac{5,0452}{Re} \lg \left(\frac{1}{2,8257} \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right]. \quad (12)$$

Застосування рівняння (12) рекомендоване Н. Х. Ченом у діапазоні $Re = 4000 \div 4 \cdot 10^8$.

Апроксимація Г. Раунда (G. F. Round) у 1980 році мала наступний вигляд

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg \left(\frac{Re}{0,135 Re \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 6,5} \right). \quad (13)$$

Г. Раунд рекомендував застосування формули (13) для діапазону $4000 \leq Re \leq 10^7$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 10^{-2}$.

У 1981 році Д. Барр (D. I. H. Barr) запропонував рівняння для визначення коефіцієнта гідравлічного опору, на основі даних К. Колбрука, виду

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{4,518 \lg \left(\frac{Re}{7} \right)}{Re \left(1 + \frac{Re^{0,52}}{29} \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{0,7} \right)} \right). \quad (14)$$

Д. Барр рекомендував застосування формули (14) для діапазону $2300 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

У 1982 році Д. Зігранг (D.J. Zigrang) та Н. Сілвестер (N. D. Sylvester) на основі методу ітерації підібрали рівняння

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} - \frac{5,02}{Re} \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{13}{Re} \right) \right). \quad (15)$$

Д. Зігранг рекомендував застосування формули (15) для діапазону $4000 \leq Re \leq 10^8$, $10^{-5} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Апроксимація С. Халанда (S. E. Haaland) у 1983 році мала вид

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -\frac{1,8}{n} \lg \left(\left(\frac{\varepsilon}{3,7d} \right)^{1,11n} + \left(\frac{6,9}{Re} \right)^n \right). \quad (16)$$

За рекомендацією С. Халанда рівняння (16) справедливе при $n = 1$ для руху рідин в трубопроводах, а при $n = 3$ – для газопроводів.

Діапазон застосування залежності (15) рекомендовано С. Халандом $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$, $10^{-6} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Т. Сергідес (Т. К. Serghides) у 1984 році за методом ітерації отримав рівняння

$$\lambda = \left(S_1 - \frac{(S_2 - S_1)^2}{S_3 - 2S_2 + S_1} \right)^{-2}. \quad (17)$$

невідомі параметри S_1 , S_2 та S_3 визначаються за рівняннями

$$S_1 = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{12}{Re} \right), S_2 = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51S_1}{Re} \right),$$

$$S_3 = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51S_2}{Re} \right)$$

Діапазон застосування залежності (17) за рекомендацією Т. Сергідеса $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$, $10^{-6} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Г. Манаділлі (G. Manadilli) у 1997 році запропонував наступне рівняння

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{95}{Re^{0,983}} - \frac{96,82}{Re} \right]. \quad (18)$$

Г. Манаділлі рекомендував застосування формули (18) для діапазону $5,235 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Е. Ромео (E. Romeo), К. Ройо (C. Royo) та А. Монзон (A. Monzon) у 2002 році у своїй спільній роботі опублікували емпіричне рівняння для визначення коефіцієнта гідравлічного опору

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,706d} - \frac{5,0272}{Re} \lg \left(\frac{\varepsilon}{3,82d} - \frac{4,567}{Re} \lg \left(\left(\frac{\varepsilon}{7,791d} \right)^{0,9924} + \left(\frac{5,3326}{208815 + Re} \right)^{0,9345} \right) \right) \right). \quad (19)$$

Діапазон застосування залежності (19) рекомендовано С. Халандом $3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 1,5 \cdot 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.



Д. Соннад (J. R. Sonnad) і К. Гудар (С. Т. Goudar) у 2006 році змінивши підхід до рівняння і застосувавши W-функція Ламберта, здійснили апроксимацію та отримали рівняння

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,8686 \ln \left(\frac{0,4587 Re}{G^{G/(G+1)}} \right), \quad (20)$$

де $G = 0,124 Re \frac{\varepsilon}{d} + \ln(0,4587 Re)$.

Рекомендований діапазон застосування рівняння (20)

Д. Соннад і К. Гудар у межах $4000 \leq Re \leq 10^8$, $10^{-6} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Також аналогічний підхід здійснили іранські вчені А. Р. Ватанхах (A. R. Vatankhah, 2008) і М. Кучакзаде (M. Kouchakzadeh, 2009) та отримали аналогічну залежність.

Е. Д. Бузеллі (D. Buzzelli) у 2008 році запропонував залежність

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = B_1 - \frac{B_1 + 2 \lg \left(\frac{B_2}{Re} \right)}{1 + \frac{2,18}{B_2}}, \quad (21)$$

де $B_1 = \frac{0,774 \ln Re - 1,41}{1 + 1,32 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}}$, $B_2 = \frac{\varepsilon}{3,7d} Re + 2,51 B_1$.

Е. Д. Бузеллі рекомендував застосування формули (21) для діапазону $2300 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

У 2009 році А. Авчі (A. Avci) і І. Карагоз (I. Karagoz) розробили залежність на основі отриманих експериментальних даних

$$\lambda = \frac{6,4}{\left(\ln Re - \ln \left(1 + 0,01 Re \frac{\varepsilon}{d} \left(1 + 10 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} \right) \right) \right)^{2,4}}. \quad (22)$$

У 2010 році Г. Папаевангелу (G. Papaevangelou), С. Евангелідес (С. Evangelides) та С. Цимопулос (С. Tzimopoulos) опублікували залежність

$$\lambda = \frac{0,2479 - 0,0000947(7 - \lg Re)^4}{\left(\lg \left(\frac{\varepsilon}{3,615d} + \frac{7,366}{Re^{0,9142}} \right) \right)^2}. \quad (23)$$

Рекомендований діапазон застосування рівняння (23) Г. Папаевангелу, С. Евангелідес та С. Цимопулос у межах $4000 \leq Re \leq 10^8$, $10^{-6} \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

Д. Бркіч (D. Brkić) у 2011 році запропонував рівняння шляхом апроксимації даних

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2,18\beta}{Re} + \frac{\varepsilon}{3,71d} \right), \quad (24)$$

$$\text{де } \beta = \ln \frac{Re}{1,816 \ln \left(\frac{1,1 Re}{\ln(1 + 1,1 Re)} \right)}.$$

Д. Бркіч рекомендував застосування формули (24) для діапазону $4000 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 5 \cdot 10^{-2}$.

У 2012 році С. Самадіанфард (S. Samadianfard) використовуючи програмування отримав залежність

$$\lambda = \left(\frac{Re^{\varepsilon/d} - 0,6315093}{Re^{1/3} + Re \frac{\varepsilon}{d}} \right) + 0,0275308 \left(\frac{6,929841}{Re} + \frac{\varepsilon}{d} \right)^{1/9} + \left(\frac{10^{\varepsilon/d}}{\frac{\varepsilon}{d} + 4,781616} \right) \left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} + \frac{9,997001}{Re} \right). \quad (25)$$

Рекомендований діапазон застосування $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 0,05$.

Б. Ачур (B. Achour) у 2012 році опублікував залежність

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{10,04}{A} \right), \quad (26)$$

$$\text{де } A = 2 Re \left[-\lg \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{5,5}{Re^{0,9}} \right) \right]^{-1}.$$

Для рівняння (26) рекомендований діапазон застосування $2300 \leq Re \leq 10^8$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 0,05$.



В. Беллос (V. Bellos), І. Налбантіс (I. Nalbantis) та Д. Тсакіріс (G. Tsakiris) у 2018 році опублікували роботу з рекомендацією використовувати для визначення коефіцієнта гідравлічного опору

$$\lambda = \left(\frac{64}{Re} \right)^a \left[0,75 \ln \frac{Re}{5,37} \right]^{2(a-1)b} \left[0,88 \ln 6,82 \frac{d}{\varepsilon} \right]^{2(a-1)(1-b)}, \quad (27)$$

$$\text{де } a = \frac{1}{1 + \left(\frac{Re}{2,712} \right)^{8,4}}; \quad b = \frac{1}{1 + \left(\frac{Re}{150 \frac{d}{\varepsilon}} \right)^{1,8}}.$$

М. Ніазкар (M. Niazkar) у 2019 році опублікував роботу з рекомендацією використовувати для визначення коефіцієнта гідравлічного опору [8]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A - \frac{(B - A)^2}{C - 2B + A}, \quad (28)$$

$$\text{де } A = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{4,5547}{Re^{0,8784}} \right); \quad B = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{2,51A}{Re} \right);$$

$$C = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{2,51B}{Re} \right).$$

В. Мілейковський та Т. Ткаченко у 2020 році запропонували залежність [9]

$$\lambda = \frac{1}{\left(0,8284 \ln \left(\frac{\varepsilon/d}{4,913} + \frac{10,31}{Re} \right) \right)^2}. \quad (29)$$

Для рівняння (29) рекомендований діапазон застосування $2300 \leq Re \leq 10^9$, $0 \leq \frac{\varepsilon}{d} \leq 0,65$.

Висновки. У статті представлено систематизований огляд підходів до визначення коефіцієнта гідравлічного опору в трубопроводах. Показано, що значна кількість залежностей була отримана як на основі експериментальних досліджень, так і через ітераційні методи та емпіричні апроксимації. Залежності відрізняються за точністю, складністю математичного опису та діапазонами застосування.

Усі запропоновані формули ефективні лише за дотримання конкретних умов: певного діапазону числа Рейнольдса, типу шорсткості, геометричних параметрів трубопроводу. Деякі з формул

мають обмеження щодо турбулентного або ламінарного режиму, інші охоплюють перехідну область.

Всі запропоновані вище залежності для визначення коефіцієнта гідравлічного опору в трубопроводах рекомендовані строго визначених умов потоку, зокрема матеріалу трубопроводу, виду шорсткості поверхні та висоти виступів шорсткості. Водночас побудова узагальненої та адекватної залежності зміни коефіцієнта гідравлічного опору від основних впливових факторів потребує врахування не лише висоти виступів, але й їхніх об'ємних характеристик та планового розташування. Встановити такі залежності можливо лише експериментальним шляхом, результати якого буде представлено в наступних публікаціях.

1. Хлапук М. М., Безусяк О. В., Волк Л. Р. та ін. Теоретичні дослідження коефіцієнта гідравлічного опору в гідравлічно гладких трубопроводах. *Вісник НУВГП. Технічні науки* : зб. наук. праць. Рівне : НУВГП, 2020. Вип. 4(92). С. 23–36.
2. Волк Л. Р., Безусяк О. В. та ін. Удосконалення розрахунку закритої колекторно-дренажної мережі дренажних систем. *Меліорація і водне господарство*. 2021. Вип. 1. С. 98–106.
3. J. Nikuradse. Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.* 1932. Vol. 356. Pp. 1–36.
4. J. Nikuradse. Strömungsgesetze in rauchen Röhren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. Vol. 361. Pp. 1–63.
5. M. Khlapuk, O. Bezusyak, L. Volk, and Z. Zhang. Theoretical research of friction factor in hydraulically smooth pipes. *Second International Conference on Sustainable Futures: Environmental, Technological, Social and Economic Matters* (Kryvyi Rih, ICSF 2021). 2021. Vol. 280. Pp. 1–6.
6. Volk L., & Безусяк О. Коефіцієнт гідравлічного опору в трубах з однорідною зернистою шорсткістю. *Modeling, Control and Information Technologies: Proceedings of International Scientific and Practical Conference*. 2023. № 6. Pp. 210–211. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.064>
7. Волк Л., Довбенко І., Безусяк О. Аналіз існуючих досліджень коефіцієнта гідравлічного опору в трубах. *Modeling, Control and Information Technologies: Proceedings of International Scientific and Practical Conference*. 2024. № 7. Pp. 25–27. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.004>
8. Revisiting the Estimation of Colebrook Friction Factor: A Comparison between Artificial Intelligence Models and C-W based Explicit Equations. Majid Niazkar. *KSCE Journal of Civil Engineering*. October 2019. Vol. 23. Issue 10. Pp. 4311–4326. <https://doi.org/10.1007/s12205-019-2217-1>
9. Mileikovskiy V., Tkachenko T. Precise Explicit Approximations of the Colebrook-White Equation for Engineering Systems. In: Blikharsky, Z. (eds) *Proceedings of EcoComfort 2020. EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. 2021. Springer, Cham. Vol 100. https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_37

REFERENCES:

1. Khlapuk M. M., Bezusiak O. V., Volk L. R. та ін. Teoretychni doslidzhennia koefitsiienta hidravlichnoho oporu v hidravlichno hladkykh truboprovodakh. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky* : zb. nauk. prats. Rivne : NUVHP, 2020. Vyp. 4(92). S. 23–36.
2. Volk L. R., Bezusiak O. V. та ін. Udoskonalennia rozrakhunku zakrytoi kolektorno-



drenaznoi merezhi drenaznykh system. *Melioratsiia i vodne hospodarstvo*. 2021. Vyp. 1. S. 98–106. **3.** J. Nikuradse. Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.* 1932. Vol. 356. Pp. 1–36. **4.** J. Nikuradse. Strömungsgesetze in rauhen Röhren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. Vol. 361. Pp. 1–63. **5.** M. Khlapuk, O. Bezusyak, L. Volk, and Z. Zhang. Theoretical research of friction factor in hydraulically smooth pipes. *Second International Conference on Sustainable Futures: Environmental, Technological, Social and Economic Matters* (Kryvyi Rih, ICSF 2021). 2021. Vol. 280. Pp. 1–6. **6.** Volk L., & Bezusiak O. Koefitsient hidravlichnoho oporu v trubakh z odnorodnoiu zernystoiu shorstkistiu. *Modeling, Control and Information Technologies: Proceedings of International Scientific and Practical Conference*. 2023. № 6. Pp. 210–211. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.064> **7.** Volk L., Dovbenko I., Bezusiak O. Analiz isnuichykh doslidzhen koefitsiienta hidravlichnoho oporu v trubakh. *Modeling, Control and Information Technologies: Proceedings of International Scientific and Practical Conference*. 2024. № 7. Pp. 25–27. <https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.004> **8.** Revisiting the Estimation of Colebrook Friction Factor: A Comparison between Artificial Intelligence Models and C-W based Explicit Equations. Majid Niazkar. *KSCE Journal of Civil Engineering*. October 2019. Vol. 23. Issue 10. Pp. 4311–4326. <https://doi.org/10.1007/s12205-019-2217-1> **9.** Mileikovskiy V., Tkachenko T. Precise Explicit Approximations of the Colebrook-White Equation for Engineering Systems. In: Blikharskyy, Z. (eds) *Proceedings of EcoComfort 2020. EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. 2021. Springer, Cham. Vol. 100. https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_37

Volk L. R. [1; ORCID ID: 0000-0003-1033-6715],

Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,

Dovbenko I. E. [1; ORCID ID: 0000-0001-8393-1887],

Post-graduate Student

¹National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

ANALYSIS OF APPROACHES TO DETERMINING THE FRICTION FACTOR

The article presents a systematic review of modern approaches to determining the hydraulic resistance coefficient in pressurized pipelines, which represents a key parameter for assessing energy losses during fluid flow. Hydraulic resistance defines the magnitude of head losses caused by friction between the moving fluid and the pipe wall; therefore, its accurate estimation is crucial for the rational design, operation, and optimization of pipeline systems. It is emphasized that the value of the resistance coefficient is significantly influenced by the internal surface roughness, flow velocity and pattern, as well as the hydraulic flow regime. The conducted analysis demonstrates that numerous relationships for evaluating the hydraulic resistance coefficient have been developed based on experimental studies, analytical derivations, iterative techniques, and empirical approximations. These correlations differ in terms of accuracy, mathematical complexity, and

applicability range. Each formula is valid only within certain limits—specifically, for defined Reynolds number intervals, roughness types, geometric parameters of the pipeline, and flow regimes (laminar, transitional, or turbulent). All relationships presented in the article are recommended for use under specific flow and surface conditions, considering the pipe material, the shape and height of roughness protrusions, and the nature of surface irregularities. However, the development of a generalized and physically consistent dependence describing the variation of the hydraulic resistance coefficient requires accounting not only for the average height of roughness elements but also for their volumetric characteristics and spatial distribution. Such a comprehensive approach allows for a more accurate representation of real fluid flow conditions and contributes to improving the precision of hydraulic calculations and the overall energy efficiency of pipeline systems.

Keywords: analysis; approach; friction factor.

Отримано: 03 травня 2025 року
Прорецензовано: 29 травня 2025 року
Прийнято до друку: 16 червня 2025 року