

**Хлапук М. М., д.т.н., професор, Безусяк О. В., к.т.н., доцент,
Волк Л. Р., к.т.н., доцент** (Національний університет водного
господарства та природокористування, м. Рівне)

ДО ТЕОРІЇ ТУРБУЛЕНТНОСТІ ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДАХ

В статті приведено результати теоретичних досліджень та отримано математичні моделі, які розкривають гідродинамічну структуру потоку при турбулентному режимі руху в трубопроводах.

Ключові слова: теорія руху потоку; турбулентний режим; гідродинамічна структура; трубопроводи.

Метою даних теоретичних досліджень є визначення впливу основних діючих факторів на гідродинамічні параметри потоку в трубопроводах.

При вивченні законів руху рідини важливо встановити відмінність двох понять: точка простору і часточка рідини. Точка простору – це геометричний образ, який не має розмірів; а її положення визначається координатами x, y, z . Часточка рідини – це фізичний образ, який представляється як нескінченно мала маса рідини, що займає нескінченно малий об'єм [1; 2].

Швидкість руху часточки рідини, а також тиск в ній в кожен момент часу будуть визначатися положенням її в потоці, тобто координатами x, y, z і часом t .

Розглянемо усталений рух часточки рідини. Нехай початок координат системи x, y, z лежить всередині цієї часточки і збігається з її центром ваги O . Компоненти швидкості центра ваги позначимо $\vec{u}_{0x}, \vec{u}_{0y}$ і $\vec{u}_{0z}$, а компоненти швидкості будь-якої точки часточки – через $\vec{u}_x, \vec{u}_y$ і $\vec{u}_z$.

Припустимо, що швидкості $\vec{u}_x, \vec{u}_y$ і $\vec{u}_z$ є безперервними функціями. Тоді для точки, досить близької до початку координат O , компоненти швидкості руху точки часточки рідини, згідно теореми Коші–Гельмгольца, виражаються в наступному відомому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_{0x} + \left[x \frac{\partial u_x}{\partial x} + y \theta_z + z \theta_y \right] + (z \omega_y - y \omega_z) \\ u_y &= u_{0y} + \left[y \frac{\partial u_y}{\partial y} + x \theta_z + z \theta_x \right] + (x \omega_z - z \omega_x) \\ u_z &= u_{0z} + \left[z \frac{\partial u_z}{\partial z} + x \theta_y + y \theta_x \right] + (y \omega_x - x \omega_y) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ – швидкості кутових деформацій, що характеризують швидкості відносного зсуву пари паралельних граней часточки в площині, нормальній до позначеної індексом осі

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \theta_y &= \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \theta_z &= \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

а $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – компоненти кутової швидкості, що характеризують обертний рух часточки рідини відносно миттєвої осі, що проходить через її центр ваги

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

М. Є. Жуковський показав, що вираз у квадратних дужках системи рівняння (1) для всіх координатних осей можна отримати як часткову похідну від потенціальної функція F

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} x^2 + \frac{\partial u_y}{\partial y} y^2 + \frac{\partial u_z}{\partial z} z^2 + 2\theta_x yz + 2\theta_y xz + 2\theta_z xy \right). \quad (4)$$

Система рівнянь (1) включає можливі види руху елементарної часточки рідини, а саме: поступальний рух центра її ваги $\vec{u}_0$, деформаційний рух, який обумовлює зміну тільки її форми зі швидкістю ку-

тової деформації $\vec{\theta}$ і, нарешті, обертовий рух, з кутовою швидкості $\vec{\omega}$.

При цьому необхідно відмітити, що поступальний і деформаційний рухи відбуваються в наслідок діючого потенціалу швидкості, а обертовий – за рахунок діючого градієнта швидкості.

Відповідно до цього, як було виявлено О. Рейнольдсом, розрізняють два режими руху рідини: ламінарний – в якому поступальний рух центра маси часточки рідини і її деформація відбуваються в наслідок діючого потенціалу швидкості, і турбулентний – в якому поступальний рух центра маси часточки рідини відбувається в наслідок діючого потенціалу швидкості і її обертовий рух навколо вихрової лінії за рахунок діючого градієнту швидкості [5; 6].

У роботі розглядається рух потоку в трубопроводі при турбулентному режимі. Передбачається, що при значних градієнтах швидкості між суміжними круглоциліндричними поверхнями потоку кожна часточка рідини приймає навколо миттєвої осі, яка проходить через центр її ваги, обертовий рух з певною кутовою швидкістю. Сукупність часточок рідини, які обертаються навколо спільної осі, утворюють окремий вихровий шнур. Вісь його має замкнуту форму у вигляді кільця з радіусом r , а бічні поверхні часточок рідини створюють вихрову трубку з радіусом r_g . Він розміщується між суміжними круглоциліндричними поверхнями в площині живого перерізу потоку. Поступальна швидкість переміщення вихрової лінії в напрямку трубопроводу $\vec{u}_{rx}$ визначається діючим потенціалом швидкості а кутова швидкість обертання його часток $\vec{\omega}_r$ визначається діючим на неї градієнтом швидкості. Форму окремого вихрового шнуру показано на рис. 1. Сукупність окремих вихрових шнурів живого перерізу потоку визначають його турбулентну структуру.

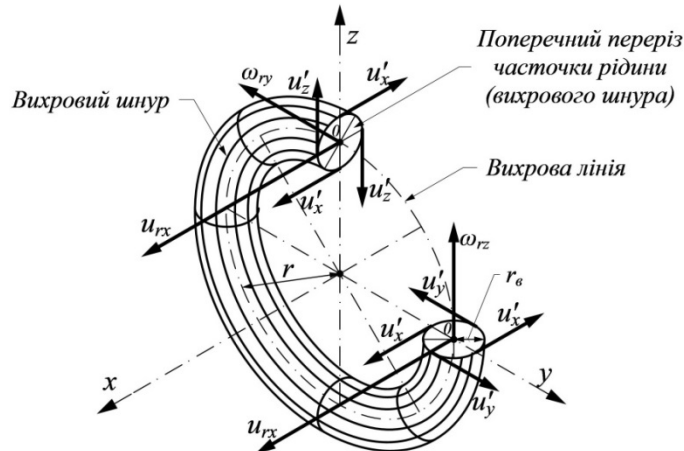


Рис. 1. Схема вихрового шнура в трубопроводі

Швидкість точки з координатами y, z відносно вихрової лінії радіусом r визначиться математичною моделлю

$$u_x = u_{rx} + (z\omega_{ry} - y\omega_{rz}). \quad (5)$$

Обертаючись навколо вихрової лінії, поверхня часточки рідини має кутову швидкість $\vec{u}'_r$, яку прийнято називати пульсаційною. Наявність пульсаційних швидкостей між суміжними вихорами призводить до збурення потоку й, на відміну від ламінарного режиму, до порушення шаруватої структури руху потоку й переходу його в турбулентний режим.

На основі вивчення існуючої на даний час теорії турбулентності встановлено, що основними діючими факторами, які визначають гідродинамічні параметри руху потоку в трубопроводах, є:

- геометричні розміри трубопроводу;
- шорсткість внутрішньої поверхні трубопроводу;
- діючий на потік гідродинамічний уклон.

Внутрішня поверхня трубопроводів залежить від технології їх виготовлення й змінюється від часу та умов експлуатації. Вона характеризується видом матеріалу, висотою виступів шорсткості, їх формою та розташуванням на внутрішній поверхні. Необхідно відмітити, що визначення цих геометричних параметрів потребує великих зусиль та затрат. Але, як виявилось, зв'язок між геометричними параметрами внутрішньої поверхні та структурою потоку в трубопроводі на даний час є складним і невідомим.

Вплив внутрішньої шорсткості трубопроводу пропонуємо враховувати розрахунковим діючим фактором, який створює ця поверхня, а саме, коефіцієнтом гідравлічного опору.

Коефіцієнт гідравлічного опору трубопроводу визначається за залежністю

$$\lambda = 8 \frac{\tau_0}{\rho \bar{u}^2}, \quad (6)$$

де $\bar{u}$ – середня швидкість потоку, м/с; τ_0 – дотичні напруження на внутрішній поверхні стінки трубопроводу, Н/м².

Дотичні напруження на стінці трубопроводу, які входять в рівняння (6), визначаються за основним рівнянням рівномірного руху

$$\tau_0 = \rho g R i = \rho g \frac{r_0}{2} \frac{h_w}{l}, \quad (7)$$

де ρ – густина рідини, г/см³; g – прискорення сили земного тяжіння, м/с²; R – гідравлічний радіус, м; i – гідродинамічний уклон; h_w – питомі втрати напору на виділеній ділянці, м; l – виділена ділянка трубопроводу, м; r_0 – внутрішній радіус трубопроводу, м.

На основі сказаного нами прийнято три основних діючих фактори, які визначають гідродинамічні параметри руху потоку в трубопроводах:

- геометричні розміри трубопроводу;
- гідродинамічний уклон;
- коефіцієнт гідравлічного опору трубопроводу.

При ламінарному режимі, згідно закону Й. Ньютона, дотичні напруження між суміжними круглоциліндричними поверхнями потоку в трубопроводі виражаються диференціальним рівнянням Н. П. Петрова

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} = -\mu \frac{du}{dr} = -\rho \nu \frac{du}{dr}, \quad (8)$$

де ν – кінематична в'язкість рідини, яка характеризує роботу вектору швидкості, що затрачується на виконання деформації зсуву між суміжними шарами рідини, м²/с; $\frac{du}{dr}$ – градієнт швидкості, 1/с.

При турбулентному режимі відбувається вихровий рух. Тому круглоциліндричні поверхні розподілу потоку в трубопроводі можна розглядати як систему вихрових шнурів, розташованих один за од-

ним в напрямку руху. Важливим параметром вихрового шнуру є циркуляція швидкості по замкнутому нескінченно малому контуру, яка характеризує роботу вектору швидкості, що затрачується на виконання обертowego руху елементарних часточок рідини навколо його вихрової лінії

$$\Gamma = 2\pi r_e^2 \omega = \pi r_e^2 \frac{du}{dr}. \quad (9)$$

де r_e - радіус поперечного перерізу часточки рідини (вихрової трубки), м; $\bar{\omega}$ - її кутова швидкість $\omega = (du/dr)/2$, 1/с.

Прийнята гіпотеза, що для визначення дотичних напружень при турбулентному режимі руху потоку кінематичну в'язкість ν , яка враховує роботу вектору швидкості що затрачується між суміжними шарами на деформацію зсуву в рівнянні (8) доцільно замінити на циркуляцію швидкості Γ , яка враховує роботу вектора швидкості, що затрачується на обертовий рух вихрового шнуру

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} = -\rho \Gamma \frac{du}{dr} = -\rho \pi r_e^2 \left(\frac{du}{dr} \right)^2. \quad (10)$$

Отримане рівняння (10) за формою нагадує рівняння Л. Прандтля

$$\tau = -\rho l^2 \left(\frac{du}{dr} \right)^2. \quad (11)$$

Суттєва відмінність у цих формулах полягає в тому, що Л. Прандтль в залежності (11) замість радіусу вихрової трубки r_e , який змінюється по живому перерізу потоку, прийняв, постійний за величиною, шлях перемішування l .

На основі рівняння (10) знаходимо рівняння швидкості в диференціальній формі

$$-du = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho \pi}} \left(\frac{r}{r_0 r_e^2} \right)^{0.5} dr. \quad (12)$$

Радіус вихрової трубки, зрозуміло залежить від радіусу вихрової лінії $r_e = f(r)$ і є невідомою величиною.

На основі експериментальних та теоретичних досліджень прийнята й підтверджена гіпотеза у вигляді наступної рівності [4–6]

$$\left(\frac{r}{r_0 r_0^2}\right)^{0,5} = -\frac{k(r_0 - r)^{m-1}}{r_0^m}. \quad (13)$$

Тоді рівняння (12) прийме вид

$$du = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho\pi}} \frac{k(r_0 - r)^{m-1}}{r_0^m} dr. \quad (14)$$

Рівняння розподілу швидкості поступального руху вихрових ліній отримаємо шляхом інтегруванням залежності (14)

$$u_{rx} = \frac{k}{n} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho\pi}} \frac{(r_0 - r)^m}{r_0^m} = \frac{k}{n} \sqrt{\frac{gr_0 i}{2\pi}} \frac{(r_0 - r)^m}{r_0^m}. \quad (15)$$

В цьому рівнянні коефіцієнт k і показник степеню m невідомі, а постійна C дорівнює нулю. Невідомі параметри визначаються на основі експериментальних даних.

На основі дослідних даних, проведених Й. Нікурадзе [3,4] на трубопроводах в області гладкого опору, встановлено, що коефіцієнт k і показник степеню m для всіх діаметрів залежить лише від одного діючого фактору, а саме від коефіцієнта гідравлічного опору

$$k = 2150\lambda^2 - 130\lambda + 7,3, \quad (16)$$

$$m = 2,2\lambda + 0,085. \quad (17)$$

Далі приводяться, для прикладу й наочного зображення, на відповідних рисунках графіки, які ілюструють характер зміни гідродинамічних параметрів залежно від основних діючих факторів: гідродинамічного уклону i і коефіцієнта гідравлічного опору λ при відповідних числах Рейнольдса в трубопроводі діаметром 10 см.

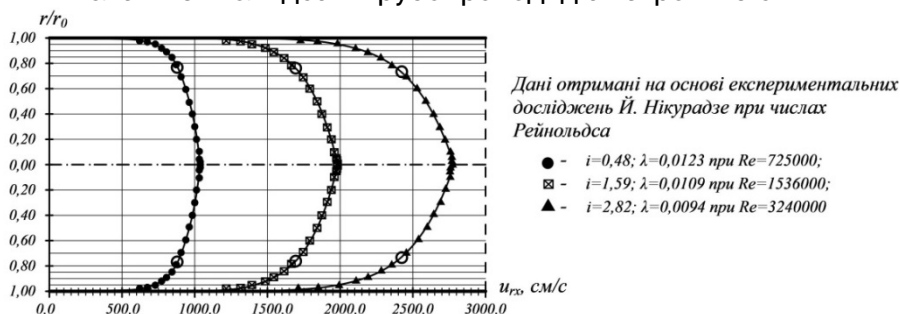


Рис. 2. Профілі швидкості поступального руху вихрових ліній за формулою автора (15) для трубопроводу діаметром 10 см: ○ – положення вихрової лінії, яка переміщується з середньою швидкістю потоку за формулою (18)

Рис. 2 та дослідження рівняння (15) показують, що на величину

швидкості поступального руху вихрових ліній при даному діаметрі трубопроводу суттєвий вплив здійснює гідродинамічний уклон та відношення коефіцієнту k до показника степеню m , які визначаються коефіцієнтом гідравлічного опору λ . При збільшенні гідродинамічного уклону й зменшенні коефіцієнта гідравлічного опору, що видно з легенди даного рисунка, швидкість поступального руху вихрових ліній зростає.

З рисунка 2 також видно, що при зменшенні коефіцієнту гідравлічного опору λ профіль швидкості стає більш витягнутим, що в залежності (15) враховується показником степені m .

Для визначення радіусу вихрової лінії з середньою швидкістю напишемо

$$\bar{u} = \frac{k}{m} \sqrt{\frac{gr_0 i}{2\pi}} \frac{(r_0 - \bar{r})^m}{r_0^m}. \quad (18)$$

Звідки маємо, що відносний радіус вихрової лінії з середньою швидкістю становить

$$\frac{\bar{r}}{r_0} = 1 - \left(\frac{m\bar{u}}{k} \sqrt{\frac{2\pi}{gr_0 i}} \right)^{1/m}. \quad (19)$$

Необхідно зауважити, що відносний радіус $\bar{r}/r_0$ не є сталим, а залежать від діючого гідродинамічного уклону й внутрішньої поверхні трубопроводу, дія якої враховується коефіцієнтом гідравлічного опору. Як видно з рис. 2, при збільшенні діючого гідродинамічного уклону і зменшенні коефіцієнта гідравлічного опору, відносний радіус вихрової лінії з середньою швидкістю зменшується.

Радіус вихрової трубки визначено із залежності (13)

$$r_s = \frac{r_0^m}{k(r_0 - r)^{m-1}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{0,5}. \quad (20)$$

Для прикладу на рисунку 3 приведено графік розподілу радіусу вихрової трубки при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см.

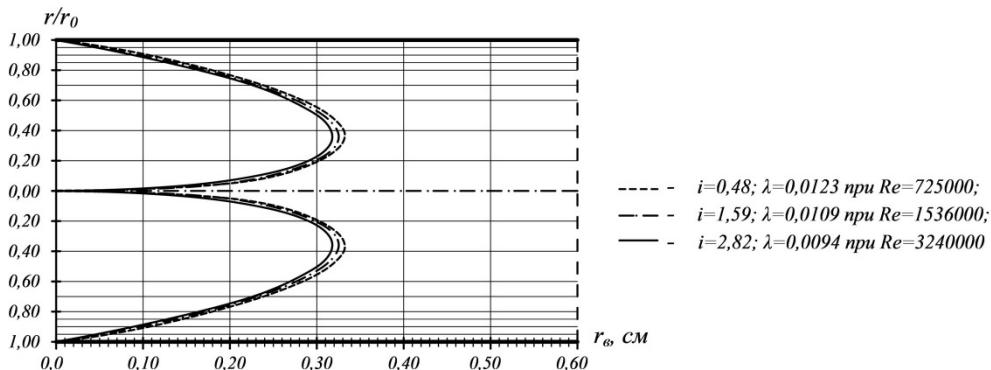


Рис. 3. Графік розподілу радіусу вихрової трубки за формулою автора (20) при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

Як видно з рис. 3, радіус вихрової трубки в межах живого перерізу потоку змінний. При віддаленні від стінки трубопроводу, внаслідок зменшення градієнту швидкості, радіуси вихрових трубок спочатку збільшуються, а потім, при зовсім незначних градієнтах швидкості, зменшуються.

Радіус вихрової лінії, при якій вихрова трубка приймає максимальний поперечний переріз, визначається з рівняння

$$\frac{dr_{\text{в}}}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{r_0^m}{k(r_0 - r)^{m-1}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{0,5} \right) = 0. \quad (21)$$

Звідки маємо

$$r_{\text{в max}} = \frac{0,5r_0}{1,5 - m}. \quad (22)$$

Кутова швидкість часточок рідини навколо вихрової лінії з радіусом r становить

$$\omega_r = \frac{1}{2} \frac{du}{dr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gr_0 i}{2\pi}} \frac{k(r_0 - r)^{m-1}}{r_0^m}. \quad (23)$$

Необхідно відмітити, що на внутрішній стінці трубопроводу рухаються вихрові трубки з радіусом $r_{\text{в cm}}$ (рис. 4). Сукупність вихрових трубок утворюють граничний шар. Миттєвий центр обертання вихрової трубки знаходиться в точці її дотику до внутрішньої поверхні трубопроводу – точка М. Часточки рідини трубки не деформуються і поводять себе як тверде тіло. Кутова швидкість кожної точки часточки рідини визначається як для твердого тіла, яке обертається навколо

миттєвого центра. Швидкість точок часточки рідини в напрямку осі Ox визначається за залежністю

$$u_{rx} = (r_0 - r)\omega_r. \quad (24)$$

Профіль швидкості $\vec{u}_{rx}$ в граничному шарі товщиною $2r_{\text{всм}} = \delta_{\text{з.ш}}$ наведено на рисунку 4. З рівняння (24) і рисунка 4 видно, що швидкість $\vec{u}_{rx}$ змінюється за лінійним законом.

Експериментальними дослідженнями доказано наявність такого граничного шару, в якому швидкість змінюється за лінійним законом. Товщина такого граничного шару $\delta_{\text{з.ш}}$, згідно [6], визначається за залежністю

$$\delta_{\text{з.ш}} = \frac{N}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = \frac{N\sqrt{8}}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}, \quad (25)$$

де N – число Нікурадзе, приймається в межах $N = 10,5 \div 11$.

Цей граничний шар помилково називають ламінарним [1; 6], але це не є коректно, тому що при ламінарному русі розподіл швидкості відбувається не за лінійним законом, а за параболічним.

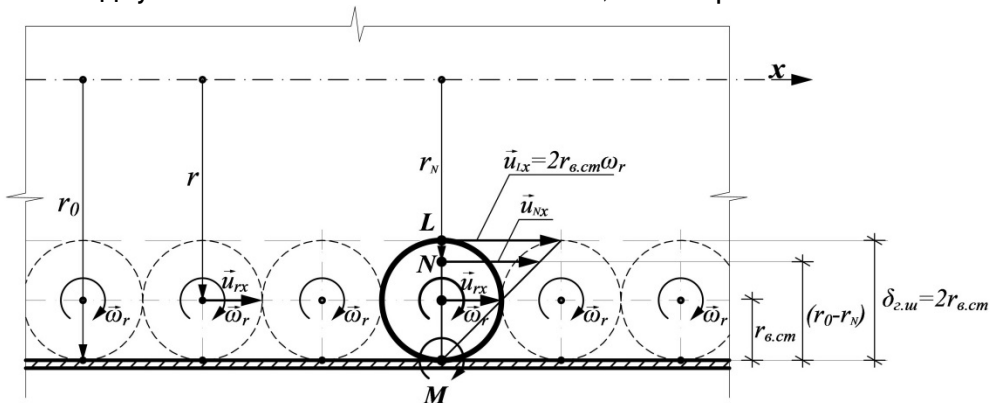


Рис. 4. Схема руху вихрових трубок по внутрішній стінці трубопроводу

Враховуючи наявність в трубопроводі граничного шару приймаємо двошарову модель руху води в трубопроводі – турбулентне ядро й граничний шар.

В турбулентному ядрі розподіл швидкості поступального руху вихрових ліній в межах $0 \leq r \leq (r_0 - r_{\text{всм}})$ визначається за рівнянням (15), а в межах граничного шару $(r_0 - 2r_{\text{всм}}) \leq r \leq r_0$ за рівнянням (24).

Далі в статті приведено розподіл параметрів гідродинамічної структури потоку в межах турбулентного ядра.

Для прикладу на рис. 5 приведено графіки розподілу кутової швидкості часточок рідини навколо вихрової лінії з радіусом r в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см.

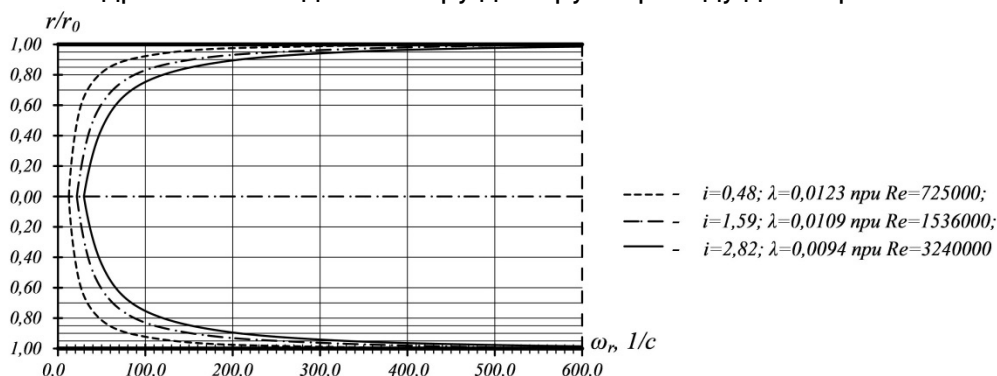


Рис. 5. Графік розподілу кутової швидкості вихрової трубки за формулою автора (19) при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

З рис. 5 видно, що кутова швидкість часточок рідини навколо вихрової лінії з радіусом r в межах живого перерізу потоку змінна. На осі трубопроводу вона приймає мінімальне значення. При віддаленні від осі трубопроводу, внаслідок зростання градієнту швидкості, кутова швидкість поступово зростає, досягаючи максимального значення біля стінки трубопроводу. Зі зростанням гідродинамічного уклону та зі зменшенням коефіцієнта гідравлічного опору – кутова швидкість зростає.

Для визначення циркуляції потоку враховуючи рівняння (20) та (23) отримаємо наступну залежність

$$\Gamma = \pi \sqrt{\frac{gr_0 i}{2\pi}} \frac{r}{r_0}. \quad (26)$$

Для прикладу на рис. 6 приведено графіки розподілу циркуляції потоку в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см.

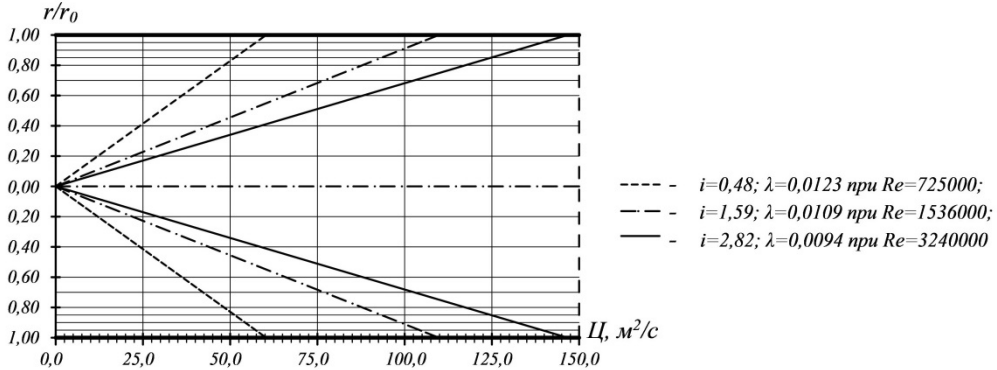


Рис. 6. Графік розподілу циркуляції потоку за формулою автора (26) при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

Як видно з рис. 6, циркуляція потоку в межах живого перерізу потоку змінна. На осі трубопроводу циркуляція приймає нульове значення. При віддаленні від осі трубопроводу циркуляція зростає лінійно, досягаючи максимального значення на стінці трубопроводу. Зі зростанням гідродинамічного уклону та зі зменшенням коефіцієнта гідравлічного опору – циркуляція зростає.

Рівняння для визначення пульсаційної швидкості має вид

$$u'_x = u'_r = r_\theta \omega, \quad (27)$$

$$u'_x = u'_r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gr_0 i}{2\pi} \frac{r}{r_0}}. \quad (28)$$

Для прикладу на рис. 7 приведено графіки розподілу пульсаційної швидкості потоку в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см.

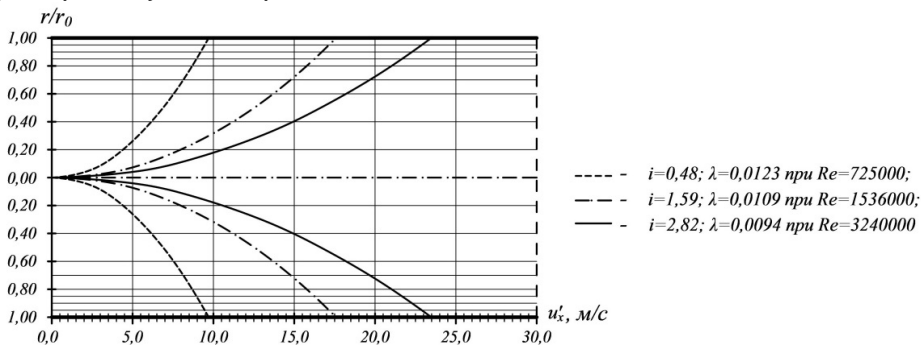


Рис. 7. Графік розподілу пульсаційної швидкості потоку за формулою автора (28) при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

З рис. 7 видно, пульсаційна швидкість потоку в межах живого перерізу потоку змінна. На осі трубопроводу пульсаційна швидкість має мінімальне нульове значення. При віддаленні від осі трубопроводу пульсаційна швидкість зростає плавно, досягаючи максимального значення на стінці трубопроводу. Зі зростанням гідродинамічного уклону та зі зменшенням коефіцієнта гідравлічного опору – пульсаційна швидкість зростає.

Пульсаційна складова сил тертя за Л. Прандтлем становить

$$\tau_{\text{пуль}} = -\rho u'_x u'_r. \quad (29)$$

З врахування залежності (27) отримаємо

$$\tau_{\text{пуль}} = -\frac{\rho g i r}{4\pi 2}. \quad (30)$$

Для прикладу на рис. 8 приведено графіки розподілу пульсаційної складової сил тертя за Л. Прандтлем в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см.

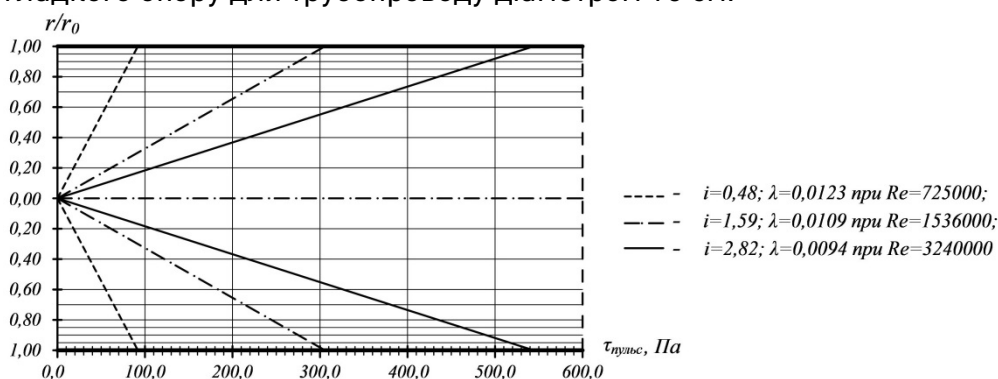


Рис. 8. Графік розподілу пульсаційної складової сил тертя за Л. Прандтлем за формулою автора (30) при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

Як видно з рис. 8, пульсаційна складова сил тертя за Л. Прандтлем в межах живого перерізу потоку змінна. На осі трубопроводу пульсаційна складова сил тертя приймає нульове значення. При віддаленні від осі трубопроводу пульсаційна складова сил тертя лінійно зростає, досягаючи максимального значення на стінці трубопроводу. Зі зростанням гідродинамічного уклону та зі зменшенням коефіцієнта гідравлічного опору – пульсаційна складова сил тертя за Л. Прандтлем зростає.

Висновки

1. На основі виконаних теоретичних досліджень виявлено і

прийнято двохшарову модель, яка включає турбулентне ядро з степеним розподілом поступальної швидкості вихрових ліній та граничний шар з лінійним розподілом швидкостей у напрямку осі Ox .

2. Для турбулентного ядра отримано наступне:

- на основі прийнятої гіпотези, що в рівнянні для визначення дотичних напружень при турбулентному режимі руху потоку кінематичну в'язкість між суміжними шарами доцільно замінити на циркуляцію;
- диференційне рівняння розподілу швидкості в трубопроводах;
- рівняння профілю поступальної швидкості вихрових ліній, яке відповідає граничним умовам;
- виконана перевірка адекватності рівняння профілю швидкості на основі експериментальних даних, які отримані багатьма відомими авторами на гідравлічних та аеродинамічних установках з різними умовами проведення експериментів;
- рівняння для визначення відносного положення середньої швидкості і доведено, що воно не є постійним, а залежать від діючого гідродинамічного уклону й внутрішньої поверхні трубопроводу, дія якої в рівнянні враховується показником степені m ;
- залежність розподілу радіусу вихрової трубки від радіусу її вихрової лінії;
- значення радіусу вихрової лінії, при якій вихрова трубка має максимальний діаметр;
- рівняння розподіл кутової швидкості вихрової трубки;
- рівняння циркуляції вектора швидкості та пульсаційних швидкостей $\vec{u}'_x$ і $\vec{u}'_r$;
- пульсаційна складова сил тертя за Л. Прандтлем.

3. Для граничного шару отримано:

- радіус вихрової трубки на внутрішній поверхні трубопроводу;
- кутову швидкість вихрової трубки на внутрішній поверхні трубопроводу;
- рівняння розподілу швидкості точок часточки рідини вихрової трубки граничного шару.

4. Отримані гідродинамічні параметри представляють науковий інтерес та є основою для подальшого розвитку теорії турбулентності. Необхідно зауважити, що приведені в статті математичні моделі дають

можливість визначити лише осереднені гідродинамічні параметри турбулентної структури потоку, реальна картина турбулентності є значно складнішою. Проте, запропоновані математичні моделі отримані вперше й розкривають закономірності турбулентного руху в трубопроводах.

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1978. 736 с.
2. Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М. : Энергия, 1972. 316 с.
3. Nikuradse J. Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.*, 1932. № 356.
4. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. № 361.
5. Шевелев Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М. : Госстройиздат, 1953. 208 с.
6. Богомолов А. И., Михайлов К. А. Гидравлика : учебник для вузов. 2-е изд. М. : Стройиздат, 1965. 632 с.

REFERENCES:

1. Loitsianskyi L. H. Mekhanyka zhydkosty y haza. M. : Nauka, 1978. 736 s.
2. Kiselev P. G. Spravochnik po gidravlicheskim raschetam. M. : Energiya, 1972. 316 s.
3. Nikuradse J. Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.*, 1932. № 356.
4. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. № 361.
5. Shevelev F. A. Issledovanie osnovnyih gidravlicheskih zakonomernostey turbulentnogo dvijeniya v trubah. M. : Gosstroyizdat, 1953. 208 s.
6. Bogomolov A. I., Mihaylov K. A. Gidravlika : uchebnik dlya vuzov. 2-e izd. M. : Sroyizdat, 1965. 632 s.

**Khlapuk M. M., Doctor of Engineering, Professor, Bezusiak O. V.,
Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Volk L. R.,
Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor**
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

TO THE THEORY OF TURBULENCE OF FLOW IN PIPES

The article presents the results of theoretical research and obtained mathematical models. These models describe the hydrodynamic structure of turbulent flow in pipes. A two-layer model is adopted, which includes a turbulent layer with a power distribution of the

translational velocity of vortex lines and a boundary layer with a linear velocity distribution in the direction of the Ox axis.

We hypothesized that in the equation of tangential stresses of turbulent flow, the kinematic viscosity between the layers is replaced by circulation. For the turbulent layer, the differential equation of velocity distribution in pipes is obtained. The equation of the profile of the translational velocity of vortex lines, which corresponds to the boundary conditions, is also obtained. The adequacy of the velocity profile equation was also checked on the basis of experimental data obtained by many well-known authors on hydraulic and aerodynamic installations with different experimental conditions. The equation of the relative position of the average velocity for the turbulent layer is obtained. It is proved that this position is not constant. It depends on the hydrodynamic slope and the inner surface of the pipes, the action of which in the equation is taken into account by the exponent m . The equation of distribution of the radius of the vortex tube from the radius of its vortex line is obtained. The value of the radius of the vortex line at which the vortex tube has the maximum diameter is determined. The equation of distribution of the angular velocity of the vortex tube and the equation of circulation of the velocity vector and pulsation velocities $\vec{u}'_x$ and $\vec{u}'_r$ are obtained. The pulsation component of L. Prandtl's friction forces is also determined.

For the boundary layer, the equation of the radius of the vortex tube on the inner surface of the pipe is obtained. The equation of the angular velocity of the vortex tube on the inner surface of the pipe is also obtained. The equation of velocity distribution of the fluid particle velocity points of the boundary layer is determined.

The obtained hydrodynamic parameters are the basis for the development of the turbulence theory. It should be noted that the mathematical models presented in the article make it possible to determine only the averaged hydrodynamic parameters of the turbulent flow structure, and the real picture of turbulence is much more complex. However, the proposed mathematical models are obtained for the first time and describe the regularities of turbulent flow in pipes.

Keywords: flow theory; turbulent flow; hydrodynamic structure; pipes.

**Хлапук Н. Н., д.т.н., професор, Безусяк А. В., к.т.н., доцент,
Волк Л. Р., к.т.н., доцент** (Национальный университет водного
хозяйства и природопользования, г. Ровно)

К ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПОТОКА В ТРУБОПРОВОДАХ

В статье приведены результаты теоретических исследований и получены математические модели, которые раскрывают гидродинамическую структуру потока при турбулентном режиме движения в трубопроводах.

***Ключевые слова:* теория движения потока; турбулентный режим; гидродинамическая структура; трубопроводы.**
