УДК 532.5 https://doi.org/10.31713/vt220204

Хлапук М. М., д.т.н., професор, Мошинський В. С., д.с.-г.н., професор, Безусяк О. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ СИЛ ТЕРТЯ В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ РУХУ РІДИНИ В ГЛАДКІЙ ОБЛАСТІ

В статті приведено результати теоретичних досліджень та отримані математичні моделі, які дають можливість визначити розподіл дотичних напружень в трубопроводах при турбулентному режимі руху рідини в гладкій області.
Ключові слова: **теорія руху потоку; турбулентний режим; гідродинамічна структура; дотичні напруження; трубопроводи.**

В сучасних умовах спостерігається тенденція розвитку в галузі гідроенергетики, теплоенергетики, гідротехнічного будівництва як у світі, так і в Україні в цілому. Для успішного проєктування великого ряду об'єктів необхідне проведення нових наукових досліджень та впровадження їх у виробництво.

Розподіл дотичних напружень сил тертя відомий з основного рівняння рівномірного руху рідини (рис. 1) і виражається лінійною залежністю

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} = \rho\lambda \frac{\mathrm{Re}^2 \nu^2}{32 r_0^2} \frac{r}{r_0}, \qquad (1)$$

де ρ – густина рідини, г/см^3; ν – кінематична в'язкість рідини, м^2/с; d – діаметр трубопроводу, м; r_0 – внутрішній радіус трубопроводу, м; r – відстань від осі трубопроводу до координати циліндричної поверхні з напруженням $\vec{\tau}$, м; $\vec{\tau}_0$ – дотичні напруження на внутрішній поверхні трубопроводу, Н/м^2.

Дотичні напруження на боковій поверхні круглоциліндричних поверхонь, радіуси яких розташовані на осі трубопроводу, згідно з законом І. Ньютона про силу тертя в рідині, виражаються рівнянням Н. П. Петрова

$$\tau_{rxl} = -\rho\nu \frac{du_{xl}}{dr}. \qquad (2)$$

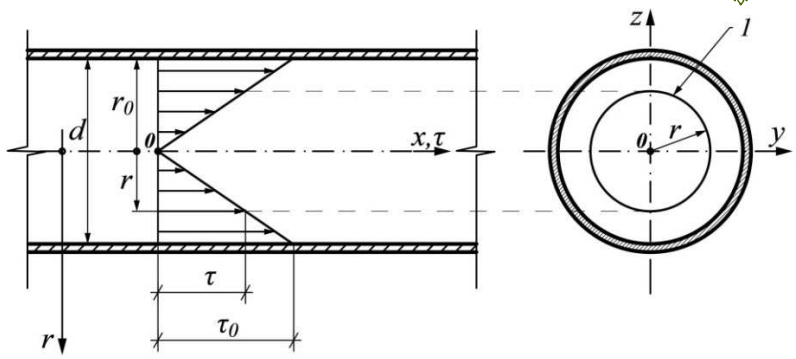

Рис. 1. Розподіл дотичних напружень сил тертя по живому перерізу в циліндричному трубопроводі при ламінарному режимі: 1 – круглоциліндрична поверхня з однаковими дотичними напруженнями

Прирівнявши між собою ліві частини рівнянь (1) та (2) отримаємо диференціальне рівняння розподілу швидкості вздовж радіусу

$$-du_{xl} = \lambda \frac{\mathrm{Re}^2 \nu}{32 r_0^3} r dr\,, \tag{3}$$

після інтегрування якого отримано рівняння профілю осередненої швидкості руху рідини вдовж радіусу трубопроводу

$$u_{xl} = \lambda\, Re^2 \frac{\nu}{8d^3}\left(r_0^2 - r^2\right). \tag{4}$$

Необхідно відмітити, що при турбулентному режимі руху (великих діаметрах трубопроводів й великих витратах, тобто при числах Рейнольдса $Re > 2320$) виявлено значне відхилення теоретично визначених вихідних параметрів за рівнянням (4) від результатів експериментальних досліджень.

Тобто дане рівняння придатне для розрахунку розподілу швидкості вздовж радіусу лише при ламінарному режимі. Тоді можна стверджувати, що і основне рівняння рівномірного руху рідини (1), яке покладено в основу виводу рівняння (4), теж придатне лише для ламінарного режиму.

Загальновідомо, що турбулентні течії є найпоширенішою формою руху рідини і газів, які повсякденно зустрічаються в природі та в усіх областях техніки. Найбільш прості з них – це рух в трубах, лотках, каналах тощо [1–2].

Дослідженням профілю осередненої швидкості при турбулентному режимі руху рідини в гладкій області (гладкі труби) займався І. Нікурадзе (Німеччина, 1932) [3–4]. На рис. 2 наведено точки, для яких ним визначені епюри осереднених швидкостей в трубопроводах діаметром 1, 2 3, 5, 10 см в залежності від основних діючих фак-

торів: діаметра трубопроводу, кінематичної в'язкості, числа Рейнольдса і коефіцієнта гідравлічного опору. І. Нікурадзе запропонував для апроксимування експериментальних точок формули, на основі логарифмічного закону. Необхідно відмітити, що ці залежності включають ряд змінних коефіцієнтів і не відповідають граничним умовам на осі та внутрішній поверхні трубопроводу.

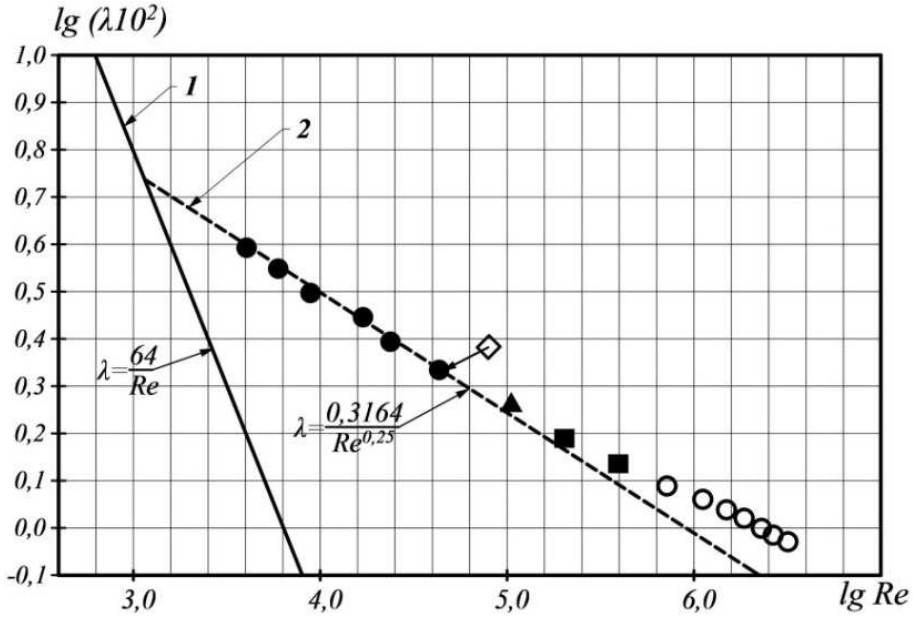

Рис. 2. Експериментальні точки на графіку Нікурадзе в трубах при турбулентному режимі руху рідини в гладкій області, для яких І. Нікурадзе побудував епюри осереднених швидкостей у трубопроводах: ● – діаметром 1 см; ◇ – діаметром 2 см; ▲ – діаметром 3 см; ■ – діаметром 5 см; ○ – діаметром 10 см; 1 – ламінарний режим руху потоку (профіль Пуазейля); 2 – турбулентний режим руху рідини в гладкій області (графік Г. Блазіуса)

Була прийнята гіпотеза, що профіль осереднених швидкостей можна описати рівнянням, отриманим на основі рішення диференціального рівняння для ламінарного режиму (4), шляхом заміни постійної кінематичної в'язкості запропонованим рівнянням загальної турбулентної кінематичної в'язкості.

Згідно з виконаними теоретичними й експериментальними дослідженнями [5] отримано рівняння загальної кінематичної турбулентної в'язкості

$$\nu_{tot} = \frac{1}{r_0^{nm}} \left(\nu_{t\,max}^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + \nu_s^{1/m} r_0^n \right)^m, \qquad (5)$$

де невідомі параметри визначаються за системою рівнянь

$$\left.\begin{aligned} &\nu_{t\,max} = k\nu\lambda\, Re \\ &k = a\, lg\, Re\, lg(100\lambda) + b \\ &m = c\, lg\, Re\, lg(100\lambda) + d \\ &n = 2/m \\ &\nu_s = \lambda\nu \end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

де $\nu_{t\,max}$ – максимальне значення кінематичної турбулентної в'язкості, яке виникає на осі трубопроводу; k, m і n – постійні параметри для певного режиму руху потоку; $(lg\, Re;\, lg(100\lambda))$ – координати на графіку Нікурадзе, які враховують області гідравлічного опору.

Вихідні розрахункові параметри k і m, які визначаються рівнянням (6), включають невідомі коефіцієнти. Вони отримані на основі експериментальних точок методом найменших квадратів з довірчою ймовірності 95% і, відповідно, дорівнюють $a = -0{,}000675$; $b = 0{,}0273$; $c = -0{,}0195$; $d = 0{,}915$. Експериментальні точки включають дослідження труб різного діаметру, різної шорсткості, матеріалу трубопроводу, виду рідини та її температури, вимірювальної апаратури, а також гідравлічні (ГУ) та аеродинамічні (АДУ) установки [6].

З рівняння (5) випливає, що на осі трубопроводу при $r = 0$ маємо максимальне значення загальної турбулентної кінематичної в'язкості у трубопроводі

$$\nu_{tot\ \ max} = \nu\lambda\left((k\, Re)^{1/m} + 1\right)^m, \qquad (7)$$

а при $r = r_0$ маємо мінімальне значення загальної турбулентної кінематичної в'язкості у трубопроводі

$$\nu_{tot\,min} = \nu_s = \lambda\nu, \qquad (8)$$

яке виникає за рахунок сил тертя на внутрішній поверхні трубопроводу, що відповідає графікам, які отримані на основі експериментальних даних [6].

Тоді рівняння (4), з урахуванням рівняння (5), для побудови профілю швидкості при турбулентному режимі руху рідини в гладкій області приводиться до виду [6]

$$u_{xt} = \frac{\nu\, \mathrm{Re}^2\left(r_0^2 - r^2\right)}{64\left((k\, \mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)^m\, r_0}. \qquad (9)$$

При характеристиці структури потоку, крім досліджень загальної кінематичної турбулентної в'язкості та профіля осереднених швидкостей, важливим параметром є дотичні напруження.

Вивченням питання розподілу дотичних напружень в трубопроводах при турбулентному режимі займалися ряд вчених: М. А. Великанов, Дж. Тейлор, В. М. Макавєєв, А. М. Колмогоров, О. М. Обухов, Т. Карман, Л. Г. Лойцянський, Г. В. Железняков, П. Г. Кисельов, Л. Прандтль, Г. Шліхтінг, І. К. Нікітін, Н. Т. Джумагулова, Л. І. Висоцький, І. С. Висоцький, І. А. Давлетшин, Ю. Г. Володин [1–4] та ін. Але незважаючи на велику кількість наукових досліджень, ряд питань залишається невивченим.

Аналіз результатів досліджень різних вчених показав, що досі не отримано рівняння розподілу дотичних напружень в трубопроводах при турбулентному режимі руху рідини в гладкій області.

Враховуючи залежність (2), яку запропонував Буссінеск для ламінарного режиму, можна записати

$$\tau_{rxt} = \rho \nu_{tot} \frac{du_{xt}}{dr}, \tag{10}$$

де $\vec{\tau}_{rxt}$ – напруження на круговій циліндричній поверхні радіусом r незалежно від азимутної складової і паралельне осі $0X$.

Підставляючи в рівняння (10) рівняння (5) і (7), отримаємо напруження на круговій циліндричній поверхні радіусом r незалежно від азимутної складової і паралельне осі $0X$

$$\tau_{rxt} = \rho \frac{\lambda}{r_0^{nm}} \frac{\nu^2 \mathrm{Re}^2}{32 r_0} \frac{(k\,\mathrm{Re})^{1/m}\left(\left(r_0^2 - r^2\right)\left(r^{n-1}\right) - r\left(r_0^n - r^n\right)\right) - r r_0^n}{\left((k\,\mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)}. \tag{11}$$

Необхідно відмітити, що рівняння (1) є основним рівнянням рівномірного руху для ламінарного режиму, а рівняння (11) є основним рівнянням рівномірного руху при турбулентному русі.

Максимальне значення дотичних напружень при турбулентному режимі отримаємо з рівняння (11) при $r = r_0$

$$\tau_0 = \rho \lambda \frac{\mathrm{Re}^2 \nu^2}{32 r_0^2}, \tag{12}$$

і отримаємо аналогічний вираз, як і для ламінарного режиму

$$\tau_0 = \rho \lambda \frac{\mathrm{Re}^2 \nu^2}{32 r_0^2}.$$

Дотичні напруження на осі трубопроводу (*r=0*) при турбулентному і ламінарному режимах дорівнюють нулю (рис. 3).

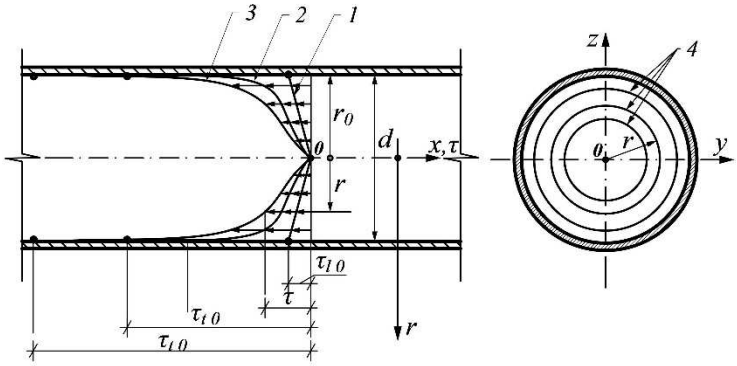

Рис. 3. Розподіл дотичних напружень: 1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – турбулентний режим руху рідини в гладкій області; 3 – область доквадратичного та квадратичного опору при турбулентному режимі; 4 – круглоциліндричні поверхні з однаковими дотичними напруженнями

Висновки

В статті приведено залежності розподілу вздовж радіусу дотичних напружень при ламінарному та турбулентному режимі руху рідини в гладкій області. Дотичні напруження при ламінарному режимі вздовж радіусу змінюються за лінійним законом й виражають основний закон рівномірного рух для ламінарного режиму.

Вперше отримано рівняння розподілу дотичних напружень вздовж радіусу при турбулентному режимі руху рідини. Вони змінюються за криволінійним законом й виражають основний закон рівномірного руху для турбулентного режиму. Вперше отримано рівняння для визначення максимальних дотичних напружень при турбулентному режимі на стінці трубопроводу й доведено, що вони по формі співпадають з рівнянням для визначення максимальних напружень при ламінарному режимі, але, зрозуміло, за абсолютною величиною вони будуть значно більшими.

Теоретичні дослідження кутової швидкості, швидкості лінійної та кутової деформацій рідких частинок потоку будуть приведені в наступних статтях.

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1978. 736 с. **2**. Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М. : Энергия, 1972. 316 с. **3**. Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes*. 1932. № 356. **4**. Шевелев Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М. : Госстройиздат, 1953. 208 с. **5**. Хлапук М. М., Мошинський В. С., Безусяк О. В., Волк Л. Р. До розвитку теорії руху потоку в трубопроводах при турбулентному режимі. *Вісник НУВГП. Технічні науки* : зб. наук.

праць. Рівне : НУВГП, 2019. Вип. 3(87). С. 3–18.

REFERENCES:

1. Loytsyanskiy L. G. Mehanika jidkosti i gaza. M. : Nauka, 1978. 736 s. **2.** Kiselev P. G. Spravochnik po gidravlicheskim raschetam. M. : Enerhiia, 1972. 316 s. **3.** Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes*. 1932. № 356. **4.** Shevelev F. A. Issledovanie osnovnyih hidravlicheskikh zakonomernostei turbulentnoho dvijeniya v trubah. M. : Gosstroyizdat, 1953. 208 s. **5.** Khlapuk M. M., Moshynskyi V. S., Bezusiak O. V., Volk L. R. Do rozvytku teorii rukhu potoku v truboprovodakh pry turbulentnomu rezhymi. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky* : zb. nauk. prats. Rivne : NUVHP, 2019. Vyp. 3(87). S. 3–18.

Khlapuk M. M., Doctor of Engineering, Professor, Moshynskyi V. S., Doctor of Agricultural Science, Professor, Bezusiak O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Volk L. R., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

RESEARCH OF THE SHEAR STRESS DISTRIBUTION IN PIPES IN THE REGION OF HYDRAULICALLY SMOOTH TURBULENCE

The paper presents the analysis of the literature about the development of the water turbulent flow theory in pipes. According to the results of analysis and theoretical studies, we obtained mathematical models. These models describe the profiles of the averaged velocity of turbulent flow in smooth pipes.

We have hypothesized that the averaged velocity profile is described by the Navier-Stokes differential equation for the laminar flow regime. We have included kinematic turbulent viscosity in the equation besides molecular kinematic viscosity. This kinematic turbulent viscosity results from the movement of masses from one layer to another, which was recommended by J.V. Boussinesq.

On the basis of experimental data I. Nikuradze and F.O. Shevelev, we obtained a distribution of the total kinematic viscosity in the pipes, including the kinematic viscosity on the pipe inner surface and the kinematic turbulent viscosity.

We have used the kinematic viscosity distribution equation in the pipes and obtained the averaged velocity profile equation. This

equation takes into account the boundary conditions on the inner surface of the pipe and on the axis of the pipe. Its adequacy is proven.
The paper presents the equations of the shear stresses distribution along the radius of in pipes in the region of hydraulically smooth turbulence. The shear stresses of the laminar flow along the radius vary linearly and describe the basic law of uniform laminar flow.
For the first time, the equation of shear stress distribution along the radius of turbulent flow is obtained. The shear stresses vary according to the curvilinear law and describe the basic law of uniform turbulent flow.
The equation for calculating the maximum shear stresses of turbulent flow near the inner surface of the pipe is obtained. It is proved that they coincide in shape with the equation for calculating the maximum stresses of the laminar flow, but the values will be much larger.
The main flow parameters (angular velocity, velocity of linear and angular deformation of fluid particles and diffusion) describe the hydrodynamic structure of the turbulent flow. Their theoretical research will be presented in future articles.
Keywords: **flow theory; turbulent flow; hydrodynamic structure; shear stresses distribution; pipes.**

Хлапук Н. Н., д.т.н., профессор, Мошинский В. С., д.с.-х.н., профессор, Безусяк А. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ СИЛ ТРЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ГЛАДКОЙ ОБЛАСТИ

В статье приведены результаты теоретических исследований и полученны математические модели, позволяющие определить распределение касательных напряжений в трубопроводах при турбулентном режиме движения жидкости в гладкой области.
Ключевые слова: **теория движения потока; турбулентный режим; гидродинамическая структура; касательные напряжения; трубопроводы.**