ГІДРОТЕХНІКА

УДК 532.5 https://doi.org/10.31713/vt120201

Хлапук М. М., д.т.н., професор, Мошинський В. С., д.с.-г.н., професор, Безусяк О. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОФІЛЮ ОСЕРЕДНЕНОЇ ШВИДКОСТІ ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМУ РЕЖИМІ В ОБЛАСТІ ГІДРАВЛІЧНО ГЛАДКОГО ОПОРУ

В статті приведено результати теоретичних досліджень та отримані математичні моделі, які дають можливість побудувати профілі осередненої швидкості потоку в трубопроводах при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору.
Ключові слова: **теорія руху потоку; турбулентний режим; профіль осередненої швидкості; трубопроводи.**

В сучасних умовах спостерігається тенденція розвитку в галузі гідроенергетики, теплоенергетики, гідротехнічного будівництва як у світі, так і в Україні в цілому. Для успішного проєктування ряду об'єктів необхідне проведення нових наукових досліджень та впровадження їх у виробництво.

Загальновідомо, що турбулентні течії є найпоширенішою формою руху рідини і газів, які повсякденно зустрічаються в природі та в усіх областях техніки. При цьому вони відрізняються нескінченним різноманіттям. Найбільш прості з них – це рух в трубах, лотках, каналах тощо [1-2].

Дослідженням профілів осередненої швидкості при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору займався І. Нікурадзе (Німеччина, 1932). На рис. 1 приведено сукупність точок, для яких ним визначені експериментальні профілі осереднених швидкостей вздовж радіуса в трубопроводах діаметром 1, 2 3, 5, 10 см залежно від основних діючих факторів: діаметра трубопроводу, числа Рейнольдса і коефіцієнта гідравлічного опору.

Прандтль запропонував логарифмічний закон розподілу осередненої швидкості, який в даний час є найбільш поширеним,

$$u_x = u_{x\max} - \frac{u_*}{\kappa}\ln\frac{r_0}{r_0 - r}, \qquad (1)$$

де $u_{x\max}$ – максимальне значення швидкості, см/с; u_* – швидкість дотичного напруження, см/с; κ – за Прандтлем універсальна постійна; r_0 – внутрішній радіус трубопроводу, см; r – відстань від осі трубопроводу до точки, в якій визначається осереднена швидкість часточки потоку.

Наявність у формулі (1) логарифмічної функції обмежує застосування її на внутрішній поверхні трубопроводу, тому що коли r прямує до r_0, то значення логарифмічної функції прямує до мінус нескінченності. Для уникнення цього недоліку вчені переходять до двошарової або інших моделей. Також недоліком цього рівняння є те, що в рівняння входить невідома максимальна швидкість $u_{x\max}$ й похідна на осі трубопроводу $du_x/dr \neq 0$. Тому прийнятий логарифмічний закон розподілу осередненої швидкості не є коректний.

Існують й інші рівняння профілю швидкості, які приведено в довідковій літературі [1-8], але вони теж не відповідають граничним умовам як на осі трубопроводу, так і на його внутрішній поверхні.

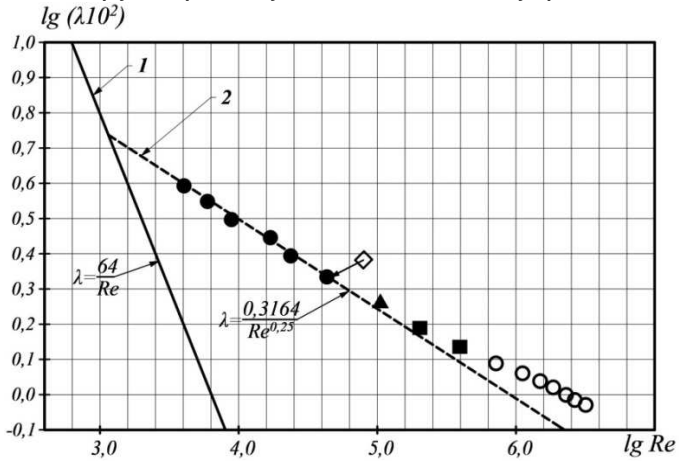

Рис. 1. Сукупність точок на графіку Нікурадзе в трубах при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору, для яких І. Нікурадзе побудував профілі осереднених швидкостей: ● – трубопроводи діаметром 1 см; ◇ – трубопроводи діаметром 2 см; ▲ – трубопроводи діаметром 3 см; ■ – трубопроводи діаметром 5 см; ○ – трубопроводи діаметром 10 см; 1 – ламінарний режим руху потоку (профіль Пуазейля); 2 – область гідравлічно гладкого опору при турбулентному режимі (графік Г. Блазіуса)

Було прийнято гіпотезу, що профіль осереднених швидкостей можна описати рівнянням, яке отримане на основі рішення диференціального рівняння Нав'є – Стокса для ламінарного режиму, шляхом заміни постійного коефіцієнта турбулентної кінематичної в'язкості

запропонованим рівнянням загальної турбулентної кінематичної в'язкості [8]

$$\nu_{tot} = \frac{1}{r_0^{nm}} \left(\nu_{t\,max}^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + \nu_s^{1/m} r_0^n \right)^m , \qquad (2)$$

де невідомі параметри визначаються за системою рівнянь

$$\left. \begin{aligned} & \nu_{t\,max} = k \nu \lambda \, Re \\ & k = 0{,}0273 - 0{,}000675 \, lg \, Re \, lg(100\lambda) \\ & m = 0{,}915 - 0{,}195 \, lg \, Re \, lg(100\lambda) \\ & n = 2/m \\ & \nu_s = \lambda \nu \end{aligned} \right\} , \qquad (3)$$

де $\nu_{t\,max}$ – максимальне значення турбулентної кінематичної в'язкості, яке виникає на осі трубопроводу; k, m і n – параметри, які визначаються координатами точки $(lg \, Re; \, lg(100\,\lambda))$ на графіку Нікурадзе, для якої будується профіль швидкості; ν_s – кінематична в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу.

Тоді рівняння для визначення профілю осередненої швидкості при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору має вигляд

$$u_{xt} = \frac{\nu \, Re^2 \left(r_0^2 - r^2 \right)}{64 \left((k \, Re)^{1/m} \left(r_0^n - r^n \right) + r_0^n \right)^m r_0} . \qquad (4)$$

Перевірку адекватності отриманого рівняння виконано на основі дослідів І. Нікурадзе.

Експериментальні дослідження І. Нікурадзе виконувалися протягом 1928–29 рр. у Кайзер-Вільгельмському інституті під керівництвом проф. д-ра Л. Прандтля. Експериментальна установка та апаратура були побудовані в цехах Інституту Кайзера Вільгельма. При виконанні експериментальних досліджень І. Нікурадзе розширив діапазон експериментів до великих значень чисел Рейнольдса та визначив профілі осереднених швидкостей. Ними було проведено велику серію експериментів щодо розподілу швидкості в трубах з високою точністю вимірювань та максимально можливим числом Рейнольдса [3; 4].

Для дослідження турбулентного потоку в круглих трубах були побудовані три різні експериментальні установки:

1) при малих числах Рейнольдса близько $3 \cdot 10^3$ до $60 \cdot 10^3$ був використаний резервуар з переливом, живлення якого відбувалося з

загальної системи водопостачання;

2) для більших чисел Рейнольдса до $1400 \cdot 10^3$ вода циркулювала за допомогою ротаційного насоса;

3) для досягнення ще більшого числа Рейнольдса до $2500 \cdot 10^3$ вода, що знаходилася в баку, виходила за допомогою стисненого повітря.

В останніх двох установках число Рейнольдса було додатково збільшено за рахунок підвищення температури води. Максимально можливе значення числа Рейнольдса у дослідженнях становило $Re = 3300 \cdot 10^3$.

Експериментальні дослідження І. Нікурадзе виконував у гідравлічно гладких трубах та трубах з однорідною шорсткістю. Вимірювання швидкостей виконувалось за допомогою трубки Піто. І. Нікурадзе ввів рекомендацію, відповідно до якої відношення діаметра насадки трубки Піто до діаметра трубопроводу повинно бути не більше 0,01, тоді за його дослідженнями похибка вимірювань не буде перевищувати 1%. Для вимірювання безпосередньо біля стінки застосовувались трубки повного тиску спеціальної конструкції з розміром насадки 0,3-0,5 мм.

Для прикладу на рис. 2 приведено профілі осереднених швидкостей для трубопроводу діаметром 10 см.

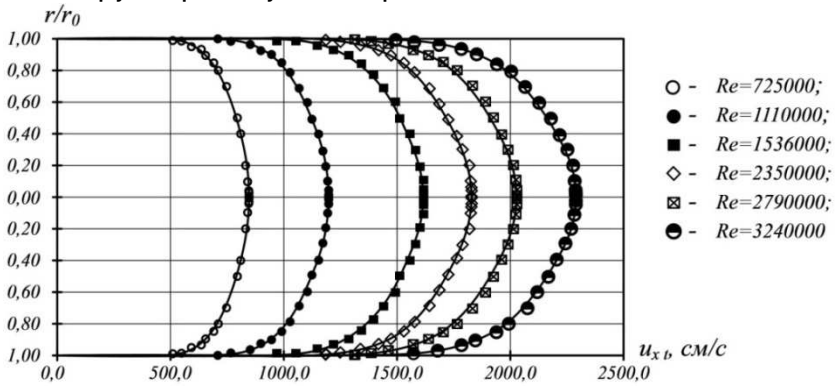

Рис. 2. Профілі осереднених швидкостей при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору для трубопроводу діаметром 10 см

Рівняння (4), яке включає отримані на основі статистичної обробки експериментальних даних залежності для визначення параметрів k і m, при прийнятих параметрах $n = 2/m$, $\nu_s = \lambda\nu$ адекватно описує експериментальні точки осереднених профілів швидкості з довірчою ймовірністю 95 при степенях вільності $f = 13$, отриманих

І. Нікурадзе на гідравлічних установках з діаметрами труб 1, 2 3, 5, 10 см, для всіх чисел Рейнольдса.

На осі трубопроводу ($r = 0$) осереднена швидкість приймає максимальне значення і становить

$$u_{xt\,max} = \frac{\nu\, Re^2}{64\left((k\, Re)^{1/m} + 1\right)^m r_0}. \qquad (5)$$

На осі трубопроводу ($r = 0$) виконується гранична умова, тому що похідна швидкості вздовж радіуса рівна нулю

$$\frac{du_{xt}}{dr} = \frac{\nu\, Re^2}{64\, r_0} \frac{(k\, Re)^{1/m}\left(\left(r_0^2 - r^2\right)mn\left(r^{n-1}\right) - 2r\left(r_0^n - r^n\right)\right) - 2rr_0^n}{\left((k\, Re)^{1/m}\left(r_0^n - r^n\right) + r_0^n\right)^{m+1}}$$

$$\frac{du_{xt}}{dr} = 0.$$

На внутрішній поверхні трубопроводу ($r = r_0$) теж виконується гранична умова

$$u_{xt} = \frac{\nu\, Re^2\left(r_0^2 - r_0^2\right)}{64\left((k\, Re)^{1/m}\left(r_0^n - r_0^n\right) + r_0^n\right)^m r_0} = 0.$$

Таким чином, на відміну від існуючих рішень, вперше отримано залежність для визначення профілю осереднених швидкостей при турбулентному режимі для області гідравлічно гладкого опору, яка відповідає граничним умовам на осі трубопроводу й на його внутрішній поверхні.

Залежність для визначення відстані від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість, виражається в неявній формі рівнянням

$$\frac{\mathrm{Re}\left(r_0^2 - \bar{r}^2\right)}{32\left((k\,\mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - \bar{r}^n\right) + r_0^n\right)^m} = 1. \qquad (6)$$

Графік залежності відношення відстані від осі до точок, що мають середню швидкість, до радіуса трубопроводу від добутку координат $(lg\ Re;\ lg(100\,\lambda))$ приведено на рис. 3.

З рівняння (6) слідує, що відношення $\bar{r}/r_0$ не є постійним, так як при ламінарному режимі, а залежить від числа Рейнольдса й коефіцієнта гідравлічного опору і змінюється, хоч на незначну величину.

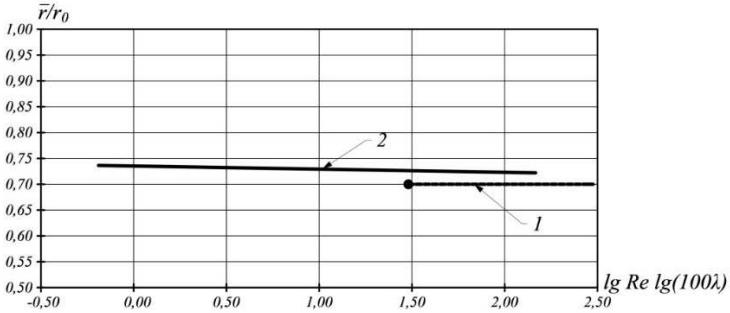

Рис. 3. Графік залежності $\bar{r}/r_0$ від добутку координат $(lg\ Re;\ lg(100\,\lambda))$: 1 – при ламінарному режимі $\bar{r}/r_0 = 1/\sqrt{2}$; 2 – при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору за рівнянням (6)

Рівняння відношення максимальної швидкості до середньої має вигляд

$$\frac{u_{xt\max}}{\bar{u}_x} = \frac{\left((k\,\mathrm{Re})^{1/m}\left(r_0^n - \bar{r}^n\right) + r_0^n\right)^m}{\left((k\,\mathrm{Re})^{1/m} + 1\right)^m\left(r_0^2 - \bar{r}^2\right)}. \qquad (7)$$

На рис. 4 приведено графік залежності відношення максимальної швидкості до середньої від добутку координат $(lg\ Re;\ lg(100\,\lambda))$.

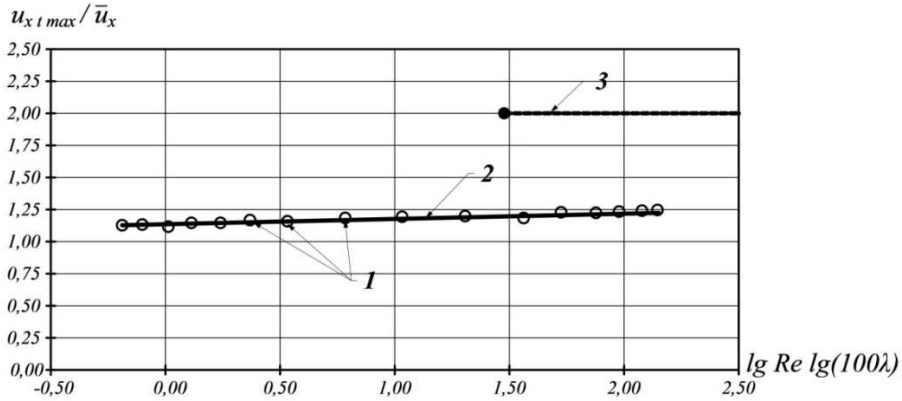

Рис. 4. Графік залежності відношення максимальної швидкості до середньої від добутку координат $(lg\ Re;\ lg(100\,\lambda))$: 1 – значення параметра $u_{x\,t\,max}/\bar{u}_x$ на основі дослідів; 2 – при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору за рівнянням (7);
3 – при ламінарному режимі $u_{x\,l\,max}/\bar{u}_{x\,l} = 2$

З графіка видно, що при збільшенні добутку координат $(lg\ Re;\ lg(100\,\lambda))$ відношення $u_{x\,t\,max}/\bar{u}_x$ зростає, а не постійне, як це відбувається при ламінарному режимі.

Висновки. Підтверджено гіпотезу, що профіль осереднених швидкостей можна описати рівнянням, отриманим на основі рішення диференціального рівняння Нав'є – Стокса для ламінарного режиму, шляхом заміни постійного коефіцієнта турбулентної кінематичної в'язкості запропонованим рівнянням загальної турбулентної кінематичної в'язкості.

Вперше отримано залежність для визначення профілю осереднених швидкостей при турбулентному режимі для області гідравлічно гладкого опору, яка відповідає граничним умовам на осі трубопроводу й на його внутрішній поверхні. Доведено її адекватність.

Вперше доведено, що відношення $\bar{r}/r_0$ не є постійним, так як при ламінарному режимі, а залежить від числа Рейнольдса й коефіцієнта гідравлічного опору і змінюється, хоч і на незначну величину.

Показано, що відношення $u_{x\,t\,max}/\bar{u}_x$ не постійне, як це відбувається при ламінарному режимі, а залежить від числа Рейнольдса й коефіцієнта гідравлічного опору.

Згідно теореми Коші – Гельмгольца отримане рівняння профілю осередненої швидкості характеризує поступальний рух рідких частинок потоку вздовж трубопроводу.

Вихідні параметри потоку, а саме: кутова швидкість, швидкість лінійної й кутової деформацій рідких частинок потоку, розподіл дотичних напружень та дифузії, розкривають кінематичну структуру потоку при турбулентному режимі. Теоретичні їх дослідження будуть приведені в наступних статтях.

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1978. 736 с. **2.** Киселев П. Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М. : Энергия, 1972. 316 с. **3.** Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes*. 1932. N. 356. **4.** Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. N. 361. **5.** Халатов А. А. Мочалін Є. В., Димитрієва Н. Ф. Основи теорії примежового шару : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 191 с. **6.** Шевелев Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М. : Госстройиздат, 1953. 208 с. **7.** Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow / M. Hultmark, M. Vallikivi, S. C. C. Bailey, A. J. Smits. *J. Fluid Mech*. Vol. 728. Cambridge University Press, 2013. P. 376–395. **8.** До розвитку теорії руху потоку в трубопроводах при турбулентному режимі / М. М. Хлапук, В. С. Мошинський, О. В. Безусяк, Л. Р. Волк. *Вісник НУВГП. Сер. Технічні науки* : зб. наук. праць. Рівне : НУВГП, 2019. Вип. 3(87). С. 3–18.

REFERENCES:

1. Loytsyanskiy L. G. Mehanika zhydkosti i gaza. M. : Nauka, 1978. 736 s. **2.** Kiselev P. G. Spravochnik po hidravlicheskim raschetam. M. : Enerhiya, 1972. 316 s. **3.** Nikuradse J. Gesetzmassigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. Forsch. *Arb. Ing. Wes.* 1932. N. 356. **4.** Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Rohren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. N. 361. **5.** Khalatov A. A. Mochalin Ye. V., Dimitriieva N. F. Osnovy teorii prymezhovoho sharu : navch. posib. Kyiv : KPI im. Ihoria Sikorskoho, 2019. 191 s. **6.** Shevelev F. A. Issledovanie osnovnyih gidravlicheskih zakonomernostey turbulentnogo dvijeniya v trubah. M. : Gosstroyizdat, 1953. 208 s. **7.** Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow / M. Hultmark, M. Vallikivi, S. C. C. Bailey, A. J. Smits. *J. Fluid Mech*. Vol. 728. Cambridge University Press, 2013. P. 376–395. **8.** Do rozvytku teorii rukhu potoku v truboprovodakh pry turbulentnomu rezhymi / M. M. Khlapuk, V. S. Moshynskyi, O. V. Bezusiak, L. R. Volk. *Visnyk NUVHP. Ser. Tekhnichni nauky* : zb. nauk. prats. Rivne : NUVHP, 2019. Vyp. 3(87). S. 3–18.

Khlapuk M. M., Doctor of Engineering, Professor, Moshynskyi V. S., Doctor of Agricultural Science, Professor, Bezusiak O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Volk L. R., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

RESEARCH OF THE AVERAGED VELOCITY PROFILE IN PIPES IN THE REGION OF HYDRAULICALLY SMOOTH TURBULENCE

The paper presents the analysis of the literature about the development of the water turbulent flow theory in pipes. According to the results of analysis and theoretical studies, we obtained mathematical models. These models describe the profiles of the averaged velocity of turbulent flow in smooth pipes.

We have hypothesized that the averaged velocity profile is described by the Navier-Stokes differential equation for the laminar flow regime. We have included kinematic turbulent viscosity in the equation besides molecular kinematic viscosity. This kinematic turbulent viscosity results from the movement of masses from one layer to another, which was recommended by J. V. Boussinesq.

On the basis of experimental data I. Nikuradze and F. O. Shevelev, we obtained a distribution of the total kinematic viscosity in the pipes, including the kinematic viscosity on the pipe inner surface and the kinematic turbulent viscosity.

We have used the kinematic viscosity distribution equation in the

pipes and obtained the averaged velocity profile equation. This equation takes into account the boundary conditions on the inner surface of the pipe and on the axis of the pipe. Its adequacy is proven.
The equation of maximum average velocity, the equation of distance from the axis of the pipe to the points having average velocity, the equation of the ratio of maximum velocity to average velocity was obtained.
It is proved that the ratio of the distance from the pipe axis to the points having average velocity to the pipe radius $\bar{r}/r_0$ is not constant, as for laminar flow. It depends on the Reynolds number and the pipe friction number and changes to a small value.
It is shown that the ratio $u_{x\,t\,max}/\bar{u}_x$ is not constant, as for the laminar flow, and it depends on the Reynolds number and the pipe friction number.
According to the Cauchy-Helmholtz theorem, the obtained equation of the averaged velocity profile characterizes the translational motion of fluid particles in the pipe.
The main flow parameters (angular velocity, velocity of linear and angular deformation of fluid particles, distribution of tangent stresses and diffusion) describe the kinematic structure of the turbulent flow. Their theoretical research will be presented in future articles.
Keywords: **flow theory; turbulent flow; kinematic structure; averaged velocity profile; pipes.**

Хлапук Н. Н., д.т.н., профессор, Мошинський В. С., д.с.-х.н., профессор, Безусяк А. В., к.т.н., доцент, Волк Л. Р., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ОСРЕДНЕННОЙ СКОРОСТИ ПОТОКА В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ В ОБЛАСТИ ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В статье приведены результаты теоретических исследований и получены математические модели, позволяющие построить профили осредненной скорости потока в трубопроводах при турбулентном режиме в области гидравлически гладкого сопротивления.
***Ключевые слова*: теория движения потока; турбулентный режим; профиль осредненной скорости; трубопроводы.**