

УДК 519.21 612.172.2 004.93

<https://doi.org/10.31713/vt2202611>

Паляниця Ю. Б., (1:ORCID: 0000-0002-8710-953X)

к.т.н., доцент

Дунець В. Л., (1:ORCID: 0000-0003-2513-9191)

к.т.н., доцент

Дедів І. Ю., (1:ORCID: 0000-0002-4913-139X)

к.т.н., доцент

Ніколайчук Р. О., (1)

аспірант

Сверстюк А. С., (2:ORCID: 0000-0002-4913-139X)

д.т.н., професор

¹Тернопільський національний технічний університет імені І. Пулюя,
м. Тернопіль

²Тернопільський національний медичний університет імені І.Я.
Горбачевського, м. Тернопіль

АДАПТИВНИЙ ВІКОННИЙ СИНФАЗНИЙ АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОКАРДІОСИГНАЛІВ ЯК ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З ЕНТРОПІЙНИМ ОЦІНЮВАННЯМ КОВАРІАЦІЙНИХ ФЛУКТУАЦІЙ

Запропоновано адаптивний віконний синфазний метод опрацювання електрокардіосигналу як періодично корельованого випадкового процесу в межах енергетичної теорії стохастичних сигналів. Локальний період корельованості визначено за максимумом нормованої автокореляційної функції, а синфазне оцінювання виконано лише на фрагментах із коефіцієнтом варіації періоду меншим за 5 відсотків. У кожному 15-цикловому вікні побудовано середній цикл, коваріаційне ядро та енергію флуктуацій. Для структурного опису коваріації введено ентропію Шеннона нормованого спектра власних значень, нормовану ентропію, ефективний ранг і частку домінантної моди. Обчислювальний експеримент на відкритому записі PhysioNet підтвердив локальну стійкість ритму, відтворюваність синфазного ансамблю та чутливість коваріаційної структури до контрольованої зміни ST-T-морфології.

Ключові слова: ЕКГ-сигнал, математична модель, періодично корельований випадковий процес, циклостационарність, кореляція,

коваріація, статистична обробка сигналу, синфазний метод, локальна ритмічна стабільність, адаптивний метод обробки, ковзне вікно, сегментація, алгоритм, інформативність, система автоматизованої діагностики.

Вступ. Електрокардіосигнал є спостережуваним наслідком функціонування складної фізіологічної системи, в якій ритмічна організація поєднується з випадковими міжцикловими змінами. Серцевий ритм зберігає приблизну повторюваність лише локально. Його тривалість модулюють автономна регуляція, дихання, зміни гемодинаміки та адаптаційні реакції, тоді як морфологію окремих комплексів змінюють фізіологічні флуктуації, артефакти реєстрації та патологічні чинники. Через це глобальна модель стаціонарного випадкового процесу є надто жорсткою, а суто детермінована модель періодичного сигналу втрачає міжциклову мінливість, яка сама може бути діагностично значущою.

Природну основу для опису такої подвійної природи сигналу становить енергетична теорія стохастичних сигналів, розроблена Ярославом Петровичем Драганом. Її поняття енергетичності означає оперування характеристиками другого порядку, які мають фізично змістовне тлумачення як дисперсія, коваріація, миттєва потужність, середня потужність і енергія флуктуацій. Для ритмічних сигналів скінченної середньої потужності одним із центральних модельних класів є періодично корельований випадковий процес, у якого математичне сподівання та коваріаційна функція періодичні щодо спільного зсуву часу. Сам процес при цьому не стає детермінованим, оскільки періодичною є його статистична структура, а не кожна реалізація.

Класичним засобом статистичного опрацювання реалізацій такого процесу в школі Драгана є синфазний метод. Після визначення періоду корельованості сигнал розділяють на окремі цикли, а рівнофазні відліки різних циклів трактують як елементи стаціонарної векторної ергодичної послідовності на короткому фрагменті. Усереднення реалізацій дає локальну оцінку математичного сподівання, яку надалі названо середнім циклом. Центрування відносно цієї оцінки формує коваріаційне ядро, що описує енергію та фазову організацію міжциклових флуктуацій. Такий підхід принципово відрізняється від наперед заданого

шаблону, оскільки еталонна форма оцінюється з даних як характеристика стохастичної моделі.

Практичне обмеження класичної схеми полягає в припущенні про незмінний період корельованості на всьому фрагменті. Для реального електрокардіосигналу це припущення часто не виконується. Якщо цикли різної тривалості безпосередньо об'єднати в ансамбль, фазове розузгодження штучно збільшує коваріацію та змішує зміну ритму зі зміною морфології. Тому в цій роботі синфазний підхід розвинено в адаптивному віконному напрямі. Період корельованості подано як функцію ритму, локально стійкі фрагменти визначено за коефіцієнтом варіації, кожний цикл нормовано у фазі за його власною тривалістю, а 15-циклове вікно зміщено на один цикл.

Другим напрямом розвитку є ентропійне оцінювання коваріаційних флуктуацій. Тут необхідно чітко розрізняти ентропію амплітуд, спектральну ентропію та ентропію коваріаційного спектра. Енергетична теорія другого порядку не визначає повного ймовірнісного закону негауссового процесу, тому вона не дає підстав без додаткових припущень називати будь-який функціонал коваріації повною ентропією електрокардіосигналу. У роботі вводиться строго окреслена величина, а саме ентропія Шеннона нормованого спектра власних значень локального коваріаційного оператора. Вона вимірює не загальну невизначеність сигналу, а розподіл флуктуаційної енергії між ортогональними фазовими модами. Така постановка зберігає зв'язок з ЕТСС і водночас надає структурну ознаку, комплементарну до сліду коваріації.

Метою роботи Метою роботи є математичне обґрунтування та обчислювальна перевірка адаптивного віконного синфазного методу аналізу електрокардіосигналу як локально періодично корельованого випадкового процесу, а також введення узгодженої з ЕТСС ентропійної характеристики локальної коваріаційної структури. Досягнення цієї мети передбачає побудову функції ритму за локальною нормованою автокореляцією, виділення фрагментів із варіацією періоду корельованості меншою за 5 відсотків, фазове нормування окремих серцевих циклів, оцінювання середнього циклу та коваріаційного ядра у вікні з 15 реалізацій, визначення енергії флуктуацій через слід коваріаційного оператора та формування ентропійних показників із його невід'ємного спектра.

Окремою метою є усунення поширеної методологічної помилки, за якої до високорозмірної вибіркової коваріаційної матриці з малою

кількістю реалізацій безпосередньо застосовують формулу гауссової диференціальної ентропії через визначник. Для вікна з 15 циклів та фазової сітки з 256 точок така матриця неминуче вироджена. Тому основну ентропійну ознаку визначено на нормованих ненульових власних значеннях, а не на визначнику повної матриці. Обчислювальна частина має встановити відтворюваність етапів методу на відкритому електрокардіографічному записі та перевірити реакцію другого порядку на контрольовану локальну зміну морфології ST-T без зміни тривалості циклу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теорія періодично корельованих процесів сформувалася як узагальнення кореляційно-спектрального аналізу стаціонарних випадкових процесів на сигнали з періодичною статистичною структурою. У працях Є. Г. Гладишева було сформульовано означення періодично та майже періодично корельованих процесів і показано їхню гармонізованість. Ці результати утворили одну з математичних основ сучасної циклостаціонарної теорії [1]. У міжнародній інженерній літературі термін *cyclostationarity* закріпився для процесів, статистичні характеристики яких періодично змінюються в часі. Спектрально-кореляційна теорія В.А.Гарднера пов'язала часову періодичність кореляції з кореляцією спектральних компонентів, розділених циклічною частотою, та забезпечила системний апарат для виявлення прихованих періодичностей у випадкових сигналах. Узагальнювальний огляд півстолітнього розвитку цього напрямку охоплює стохастичний і функціональний підходи, теорію оцінювання, зв'язок із часово-частотними поданнями та широке коло застосувань [2].

Монографія Г.Л. Герда та А. Міамі систематизувала спектральну теорію періодично корельованих послідовностей, їхні гільбертові подання, оцінювання математичного сподівання, коваріації та спектра, а також непараметричне виявлення періодичної кореляції [3]. Сучасний виклад А. Наполітано розглядає циклостаціонарні процеси й часові ряди в межах другого і вищих порядків, містить методи оцінювання циклічних характеристик та окремо наголошує на біологічних сигналах як природній сфері застосування [4]. Прикладний огляд Ж. Антоні показав, що циклостаціонарність дає змогу відокремлювати ритмічно повторювану енергетичну структуру від випадкової мінливості та що вибір між часовою, частотною і

циклічно-частотною областями має відповідати фізичній постановці задачі [5].

У вітчизняній школі визначальну роль відіграють праці Я.П. Драгана. Ранні роботи охоплювали системи з періодично змінними параметрами, спектральні властивості періодично корельованих процесів та їх подання через стаціонарні компоненти [6]. Праця про гармонізованість процесів скінченної середньої потужності заклала зв'язок між енергетичним класом сигналу та його спектральним розкладом [7]. Цілісне формулювання енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів подано в монографії 1997 року, де систематизовано моделі сигналів скінченної енергії й скінченної середньої потужності, їхні перетворення, кореляційні властивості та статистичні оцінки [8]. Пізніша монографія розвинула системний аналіз засад сучасної теорії стохастичних сигналів, зберігаючи енергетичну концепцію, математичний субстрат і фізичне тлумачення [9].

Для ритмічних процесів важливою є проблема апостеріорного визначення темпу. У роботі Я.П. Драгана, Н.Р. Кривої та Б.І. Яворського темп розглянуто як характеристику, яку слід оцінювати з реалізації, а не задавати апіорно [10]. Це положення безпосередньо підтримує перехід від сталого періоду до функції ритму. Поняття статистичної індикативності моделі та кондиційності даних було розвинене як умова коректного оцінювання станів стохастичної системи за доступною сигнальною реалізацією [11]. У застосуванні до електрокардіосигналів обґрунтовувалася адекватність періодично корельованої моделі та розроблялося синфазне опрацювання для виявлення морфологічних відхилень [12]. У праці Я.П. Драгана та співавторів 2015 року синфазний метод пов'язано з ергодичністю рівнофазних послідовностей і показано його придатність для статистичного опрацювання електрокардіосигналу як реалізації періодично корельованого випадкового процесу [13].

Наявні праці переконливо обґрунтовують використання середнього циклу, коваріації та енергетичних характеристик, однак для реального електрокардіосигналу залишаються дві взаємопов'язані проблеми. Перша полягає в локальній зміні періоду корельованості, через яку глобальна синфазна оцінка може бути зміщеною. Друга стосується стислого структурного опису високорозмірного коваріаційного ядра. Ентропія Шеннона є природним функціоналом розподілу ймовірностей [14], але її

застосування до коваріації потребує точного визначення об'єкта нормування. Ефективний ранг, запропонований О. Руа та М. Веттерлі, ґрунтується на ентропії нормованого спектра невід'ємної матриці та має безпосередню інтерпретацію як ефективна розмірність [15]. Це створює теоретичну можливість перетворити спектр локального коваріаційного оператора на компактну ознаку організації флуктуаційної енергії.

Наукова прогалина полягає не у відсутності окремо циклостационарного аналізу чи ентропійних показників, а у відсутності їх послідовного поєднання в межах ЕТСС. Необхідний підхід, у якому локальний період спочатку оцінюється з самого сигналу, синфазна статистика формується лише за контрольованої стабільності ритму, а ентропія визначається саме для спектрального розподілу коваріаційної енергії. Саме таке поєднання розроблено далі.

Теоретичні засади енергетичної теорії стохастичних сигналів.

Нехай $\xi(t, \omega)$ є дійсним випадковим процесом другого порядку, визначеним на ймовірнісному просторі. Його математичне сподівання та коваріаційну функцію задають співвідношення:

$$m\xi(t) = E\{\xi(t)\} \quad B\xi(t, u) = E\{[\xi(t) - m\xi(t)][\xi(u) - m\xi(u)]\} \quad (1)$$

де E позначає оператор математичного сподівання. Діагональ $B\xi(t, t)$ є миттєвою потужністю центрованої складової. Для ритмічного сигналу, який не має скінченної повної енергії на нескінченній часовій осі, природним є клас процесів скінченної середньої потужності:

$$P\xi = M_t B\xi(t, t) < \infty \quad (2)$$

де M_t є оператором усереднення в часі. У термінах ЕТСС ця величина задає квадрат норми у відповідному енергетичному просторі. Тому коваріаційні характеристики не є лише формальними статистиками, а становлять метричну основу порівняння станів стохастичної коливної системи [16].

Процес називають періодично корельованим із періодом T_0 , якщо його математичне сподівання та коваріація задовольняють умови:

$$m\xi(t + T_0) = m\xi(t) \quad B\xi(t + T_0, u + T_0) = B\xi(t, u) \quad (3)$$

В координатах центрального часу t і запізнення τ коваріацію подають як:

$$R\xi(t, \tau) = B\xi(t + \tau/2, t - \tau/2) \quad R\xi(t + T_0, \tau) = R\xi(t, \tau) \quad (4)$$

тоді періодична корельованість набуває форми $R_{\xi}(t+T_0, \tau) = R_{\xi}(t, \tau)$. Така форма особливо важлива для спектрально-кореляційного аналізу, оскільки періодична залежність від центрального часу породжує дискретний набір циклічних частот. У цій роботі основна увага зосереджена на часовому синфазному поданні, але воно не суперечить спектральному. Обидва подання описують ту саму періодичну організацію другого порядку [17, 18].

Для електрокардіосигналу рівність із фіксованим T_0 є локальною моделлю. Фізіологічно правильніше вважати, що на короткому інтервалі існує повільно змінний період $T(c)$, де c позначає центральний момент локального аналізу. Якщо зміна $T(c)$ в межах фрагмента мала, процес можна розглядати як локально періодично корельований. Це не тотожне стаціонарності. Йдеться лише про те, що після фазового приведення до спільного циклу рівнофазні значення утворюють вибірку, придатну для локального оцінювання математичного сподівання та коваріації [19, 20].

Важливо також розмежувати другий порядок і повний ймовірнісний закон. Періодичність математичного сподівання та коваріації не визначає ентропії Шеннона довільного негауссового процесу. Два процеси можуть мати однакові характеристики другого порядку та різні багатовимірні розподіли. Лише для гауссового класу математичне сподівання і коваріація повністю задають скінченновимірні розподіли. Тому запропонований далі ентропійний показник не трактується як абсолютна ентропія електрокардіосигналу. Він є ентропією нормованого розподілу енергії коваріаційних мод і цілком визначається в межах другого порядку.

Адаптивне визначення функції ритму. Нехай $x(t)$ є зареєстрованою реалізацією електрокардіосигналу. Для вікна, центрованого в моменті c , вводиться локально центрований фрагмент $\tilde{x}(c, t) = x(t) - m(c)$, де $m(c)$ є зваженою локальною оцінкою середнього рівня. За невід'ємної віконної функції w локальну автоковаріацію оцінюють як:

$$R_{\tilde{x}}(c, \tau) = \sum w(c, t) \tilde{x}(c, t) \tilde{x}(c, t + \tau) / \sum w(c, t) \quad (5)$$

Для чисельної стійкості та порівняльності між вікнами використовується нормована автокореляція:

$$\hat{\rho}_{\tilde{x}}(c, \tau) = R_{\tilde{x}}(c, \tau) / [R_{\tilde{x}}(c, 0) + \epsilon] \quad (6)$$

де ϵ є малою додатною сталою. Функцію ритму визначено як положення першого статистично значущого локального максимуму в фізіологічно допустимому інтервалі:

$$T(c) = \arg \max_{\tau} \hat{p}_x(c, \tau) \quad \tau \in [T_{\min}, T_{\max}] \quad (7)$$

Вибір першого значущого максимуму, а не глобального максимуму без обмежень, зменшує ризик переходу на кратний або дробовий лаг, зумовлений внутрішньою структурою P-QRS-T. У практичному алгоритмі максимум повинен перевищувати мінімальну висоту та виразність, а зміна між сусідніми оцінками контролюється умовою неперервності. Якщо сирий сигнал містить виражений дрейф ізолінії або високочастотні завади, оцінювання ритму доцільно виконувати в окремому каналі після нульового фільтрування або за обвідною аналітичного сигналу. Морфологічний канал при цьому зберігають окремо для побудови середнього циклу та коваріації [21].

Положення R-піків або центрів QRS-комплексів можуть використовуватися як допоміжні фазові орієнтири, але вони не повинні підміняти період корельованості. У розробленій схемі оцінка $T(c)$ походить із локальної автокореляції, тоді як послідовність QRS-орієнтирів задає фізіологічно однозначний початок циклу та виконує контроль узгодженості. Якщо відносна різниця між локальним RR-інтервалом і $T(c)$ перевищує задану межу, цикл вилучають із синфазного ансамблю як некондиційний для цієї моделі.

Для інтервалу I локальну стійкість ритму характеризує коефіцієнт варіації:

$$CV(I) = \sigma T(I) / [\mu T(I) + \epsilon] \quad (8)$$

де $\mu T(I)$ і $\sigma T(I)$ є середнім значенням та стандартним відхиленням функції ритму на інтервалі. Фрагмент допускається до синфазного опрацювання за умови $CV(I) < 0,05$. Поріг 5 відсотків має операційний характер і не є теоремою про стаціонарність. Його роль полягає в обмеженні фазового розсіювання до рівня, за якого рівнофазні значення можна наближено трактувати як стаціонарну векторну ергодичну послідовність на короткому фрагменті.

Віконний синфазний метод. Нехай t_k є фазовим початком k -го циклу, а $T_k = T(t_k)$ є оціненою тривалістю кореляційного циклу. Кожну реалізацію переводять у безрозмірну фазу $\phi \in [0, 1)$ за формулою:

$$X_k(\phi) = x(t_k + \phi T_k) \quad 0 \leq \phi < 1 \quad (9)$$

Завдяки цьому цикли різної тривалості подаються на спільній фазовій сітці $\phi_n = n/N\phi$. Часове розтягнення не повинно бути надмірним, тому фазове нормування застосовують лише після перевірки локальної стійкості T_k . Така послідовність є принциповою. Якщо спочатку безумовно нормувати всі цикли, великі зміни ритму

можуть бути приховані та помилково інтерпретовані як допустима морфологічна варіабельність.

На j -й ітерації формується вікно W_j з L послідовних циклів. У цій роботі $L=15$. Наступне вікно зміщується на один цикл, тому сусідні оцінки мають $L-1$ спільних реалізацій. Локальний середній цикл визначається як:

$$\hat{m}_j(\phi) = L^{-1} \sum_{k \in W_j} X_k(\phi) \quad (10)$$

Ця оцінка є вибіркоким аналогом математичного сподівання періодично корельованого процесу у фазових координатах. За наявності окремих артефактних або екзотичних реалізацій можна використовувати робастне зважене усереднення:

$$\hat{m}_j^w(\phi) = \sum a_{jk} X_k(\phi) / \sum a_{jk} \quad a_{jk} = \exp[-e_{jk}^2 / (2s_j^2)] \quad (11)$$

де ваги a_{jk} залежать від відстані реалізації до попередньої робастної оцінки. Робастна версія не змінює модельного змісту середнього циклу, але зменшує вплив некондиційних спостережень. Для основного ЕТСС оцінювання за чистого локального ансамблю використовується звичайне арифметичне середнє [22].

Після центрування $Y_{jk}(\phi) = X_k(\phi) - \hat{m}_j(\phi)$ коваріаційне ядро оцінюється співвідношенням:

$$\hat{C}_j(\phi, \psi) = (L-1)^{-1} \sum [X_k(\phi) - \hat{m}_j(\phi)][X_k(\psi) - \hat{m}_j(\psi)] \quad (12)$$

Його діагональ $\hat{C}_j(\phi, \phi)$ характеризує локальну фазову дисперсію, а позадіагональні значення відображають узгодженість флуктуацій у різних частинах серцевого циклу. Інтегральна енергія флуктуацій дорівнює сліду коваріаційного оператора:

$$E_j^{fl} = \int_0^1 \hat{C}_j(\phi, \phi) d\phi \quad (13)$$

Одноцикловий зсув перетворює послідовність $\hat{m}_j$, $\hat{C}_j$ та E_j^{fl} на траєкторію локальних станів. Через значне перекриття сусідніх вікон ця траєкторія є згладженою. Одна нетипова реалізація впливає на блок із приблизно L послідовних положень вікна, що слід тлумачити як імпульсну реакцію оцінювача, а не як L незалежних подій [23].

Ентропійне оцінювання коваріаційних флуктуацій. Після дискретизації фази кожне вікно задається матрицею X_j розміру L на $N\phi$. Нехай Y_j є матрицею центрованих реалізацій. Вибіркова коваріаційна матриця у фазовому просторі має вигляд:

$$\hat{C}_j = (L-1)^{-1} Y_j^T Y_j \quad (14)$$

Для узгодження з інтегральним оператором вводиться крок $\Delta\phi = 1/N\phi$. Якщо S_{jr} є ненульовими сингулярними числами Y_j , то власні значення дискретного коваріаційного оператора дорівнюють

$$\lambda_{jr} = \Delta\phi S_{jr}^2 / (L-1) \quad (15)$$

Використання сингулярного розкладу матриці реалізацій є чисельно стійкішим, ніж пряме розкладання великої коваріаційної матриці, і відразу враховує її низький ранг. Оскільки рядки Y_j після центрування лінійно залежні, виконується нерівність рангу $(\hat{C}_j) \leq L-1$. За $L=15$ та $N\phi=256$ число ненульових власних значень не перевищує 14. Отже $\det(\hat{C}_j)=0$ у точній арифметиці, а формула повної 256-вимірної гауссової диференціальної ентропії через логарифм визначника $\hat{C}_j$ не визначає скінченної величини. Додавання довільної регуляризації зробило б результат залежним від вибраного параметра і змішало б властивості даних із властивостями алгоритму.

Узгоджена з ETCC енергія флуктуацій виражається через ненульовий спектр

$$E_j^{\text{fl}} = \Delta\phi \operatorname{tr}(\hat{C}_j) = \sum_r \lambda_{jr} \quad (16)$$

Для опису не абсолютної величини, а організації цієї енергії вводяться нормовані ваги:

$$p_{jr} = \lambda_{jr} / \sum_i \lambda_{ji}, \quad p_{jr} \geq 0, \quad \sum_r p_{jr} = 1 \quad (17)$$

які утворюють дискретний розподіл на множині активних коваріаційних мод. Основна запропонована ознака визначається як ентропія Шеннона цього розподілу:

$$H_j^{\text{cov}} = -\sum_r p_{jr} \log_2 p_{jr} \quad (18)$$

Величина H_j^{cov} вимірюється в бітах. Вона дорівнює нулю, якщо вся флуктуаційна енергія зосереджена в одній моді, і набуває максимального значення $\log_2 r_j$ за рівномірного розподілу між r_j активними модами. Для порівняння вікон використовується нормована ентропія $H_j^{\text{norm}} = H_j^{\text{cov}} / \log_2(L-1)$. За $L=15$ верхня межа ненормованої ентропії становить $\log_2 14$, приблизно 3,807 біта.

Ефективну розмірність коваріаційної структури визначено як:

$$r_j^{\text{eff}} = 2^{H_j^{\text{cov}}} \quad (19)$$

Ця величина є неперервним аналогом рангу. Вона показує, скільки рівновагових мод мало б такий самий рівень ентропії. Додатково доцільно обчислювати ентропію Реньї другого порядку $H_2 = -\log_2 \sum_r p_{jr}^2$, коефіцієнт участі мод $r_2 = 2^{H_2}$ та частку домінантної моди p_{j1} . Разом ці показники розрізняють багатомодову дифузну мінливість і когерентну локалізовану деформацію.

Енергія та ентропія не є взаємозамінними. E_j^{fl} відповідає на питання про загальну величину відхилень від середнього циклу, тоді як H_j^{cov} характеризує розподіл цієї величини між ортогональними модами. Два вікна можуть мати однаковий слід коваріації, але різну

спектральну концентрацію. Тому природним локальним описом стану є вектор $S_j = (E_j^{fl}, H_j^{norm}, r_j^{eff}, p_{j1})$. Напрямок зміни ентропії не можна постулювати наперед. Дифузний неоднорідність може збільшувати ентропію, тоді як когерентна морфологічна деформація здатна збільшити енергію і водночас зменшити ентропію через концентрацію в провідній моді [24].

Реакцію коваріації на контрольовану зміну однієї реалізації можна описати точно. Нехай q -та реалізація змінюється на δ , а $y(q)$ є її початковим центрованим вектором. Після повторного оцінювання середнього циклу зміна коваріації дорівнює:

$$\Delta \hat{C} = (L-1)^{-1} [y(q)\delta^T + \delta y(q)^T + (1-L^{-1})\delta\delta^T] \quad (20)$$

її ранг не перевищує двох, оскільки образ міститься у лінійній оболонці $y(q)$ та δ . Зміна сліду має форму:

$$\text{tr}(\Delta \hat{C}) = (L-1)^{-1} [2 \langle y(q), \delta \rangle + (1-L^{-1})\|\delta\|^2] \quad (21)$$

За $L=15$ коефіцієнт квадратичного доданка дорівнює $14/15$. Ця формула пояснює, чому локальна ST-T деформація породжує не лише збільшення фазової дисперсії, а й структуровану зміну позадіагональних елементів коваріаційного ядра. Для анатомічно змістовної локалізації запропоновано обчислювати спектральну ентропію окремо для повного циклу, ділянки QRS та ділянки ST-T.

Матеріали та методи обчислювального експерименту. Відтворюваність методу перевірено на матеріалі відкритої PTB Diagnostic ECG Database, доступної через PhysioNet. База містить високороздільні 15-канальні електрокардіограми, оцифровані з частотою 1000 Гц (Bousseljot, Kreiseler, Schnabel, 1995; Goldberger та інші, 2000). Для демонстрації результатів запропонованого підходу використано запис конкретного суб'єкта patient104/s0306lre, який у заголовку позначено як здоровий контроль. Досліджуваний суб'єкт є чоловіком віком 58 років. Опрацьовано відведення II тривалістю 115,2 с.

Попереднє опрацювання виконано у двох каналах. Морфологічний канал отримано нульофазовою фільтрацією зі збереженням форми P-QRS-T та використано для синфазного ансамблю. Ритмічний канал сильніше очищено від дрейфу ізолінії й використано для допоміжного визначення QRS-орієнтирів і локальної автокореляції. Такий поділ запобігає ситуації, коли фільтр, оптимальний для виявлення ритму, одночасно деформує морфологічну ознаку.

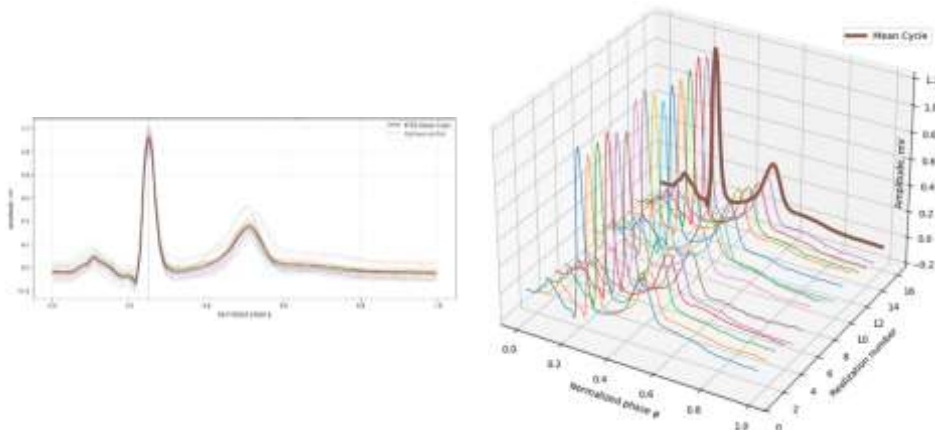


Рис. 1. Ансамбль реалізацій та локальний середній цикл у 2D (зліва) та 3D режимах (справа)

Функцію ритму оцінювали в локальному вікні тривалістю 8 с із кроком 0,5 с. Допустимий інтервал періоду становив від 0,40 до 1,50 с. Пошук автокореляційного максимуму доповнювався умовою неперервності між сусідніми положеннями вікна. QRS-орієнтири використовувалися лише для встановлення фазового нуля та контролю. До подальшого аналізу допускалися цикли, для яких відносна різниця між автокореляційним періодом і локальним RR-інтервалом не перевищувала 15 відсотків.

Кожний прийнятий цикл інтерполювали на $N_f=256$ рівномірних фазових відліків. Вікно містило $L=15$ послідовних реалізацій і зміщувалося на один цикл. Стабільним вважалося вікно з $CV(T)<0,05$. Для вибраного центрального вікна оцінено середній цикл, матрицю центрованих реалізацій та коваріаційне ядро. Ненульові власні значення обчислювали через сингулярний розклад матриці центрованих циклів із фазовим масштабуванням $\Delta\phi$.

Для перевірки чутливості до морфологічної зміни в третю реалізацію вибраного ансамблю внесено гладку контрольовану деформацію в ділянці ST-T. Амплітуду деформації визначено як чотири робастні фазові стандартні масштаби нормального ансамблю. Максимальна фізична величина зміни становила 0,1987 мВ. Тривалість циклу до і після втручання залишалася 1,053932 с, тому зміна коваріації не могла бути пояснена зміною ритму. Експеримент слугував перевіркою принципової чутливості та не моделював конкретний клінічний діагноз.

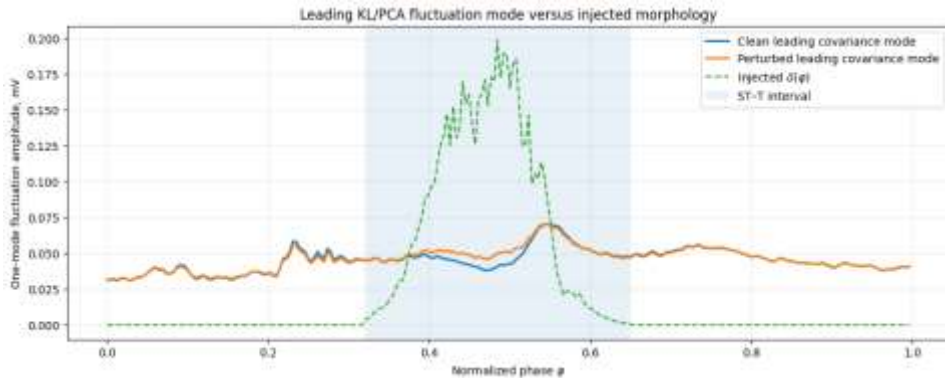


Рис. 2. Провідна мода флуктуацій коваріаційного оператора до та після контрольованої зміни морфології ST-T ділянки електрокардіосигналу. Показано амплітудне подання першої моди Карунена Лоева $\sqrt{\lambda_1} e_1(\phi)$, форму внесеного збурення $\delta(\phi)$ та фазовий інтервал ST-T.

Реалізацію алгоритму підготовлено мовою Python. Обчислення спиралися на NumPy, SciPy, pandas, scikit-learn, Matplotlib і WFDB. Програмна схема забезпечує відтворення функції ритму, стабільних вікон, синфазного ансамблю, середнього циклу, коваріаційних показників і контрольованого морфологічного експерименту.

Результати. У досліджуваному записі визначено 119 допоміжних QRS-орієнтирів. Медіанний RR-інтервал становив 0,9740 с, що відповідає частоті 61,60 скорочень за хвилину. Медіана функції ритму, оціненої незалежно за локальною автокореляцією, дорівнювала 0,985 с, а відповідна частота становила 60,91 скорочень за хвилину. Узгодження автокореляційної оцінки з допоміжним RR-критерієм виконувалося для 110 із 119 орієнтирів. Близькість двох незалежних оцінок підтримує інтерпретацію першого значущого автокореляційного максимуму як локального періоду корельованості.

Після контролю узгодженості сформовано 110 фазово нормованих реалізацій довжиною 256 відліків. За вікна з 15 циклів існувало 96 можливих положень, з яких 83 задовольняли умову $CV(T) < 5$ відсотків. Отже більша частина запису була локально придатною до синфазного оцінювання, але наприкінці спостерігалися ділянки з вираженішою зміною темпу, які алгоритм обґрунтовано вилучав. Цей результат підтверджує, що глобальне припущення про сталий період було б надмірним навіть для запису здорового контролю.

Центральне дослідне вікно охоплювало цикли 47-61 та мало $CV(T)=3,226$ відсотка. Після фазового нормування QRS-компоненти утворили компактний пучок реалізацій, тоді як більша природна міжциклова мінливість зберігалася у пізнішій частині циклу. Середній цикл відтворював локальну P-QRS-T-морфологію і виконував роль оцінки математичного сподівання, а не зовнішнього детермінованого шаблону.

Контрольована деформація третьої реалізації була локалізована в ST-T-ділянці та не змінювала ні фазового початку, ні тривалості циклу. Через внесок однієї реалізації в середнє на рівні $1/15$ середній цикл змінювався помірно. Натомість коваріаційне ядро реагувало квадратично через добутки центрованих залишків. Теоретична формула оновлення показує, що зміна коваріації є низькоранговою, але структурованою, а її слід містить додатний квадратичний внесок $14/15$ від норми деформації. Це обґрунтовує більшу чутливість другого порядку до локального морфологічного відхилення порівняно з самим середнім циклом.

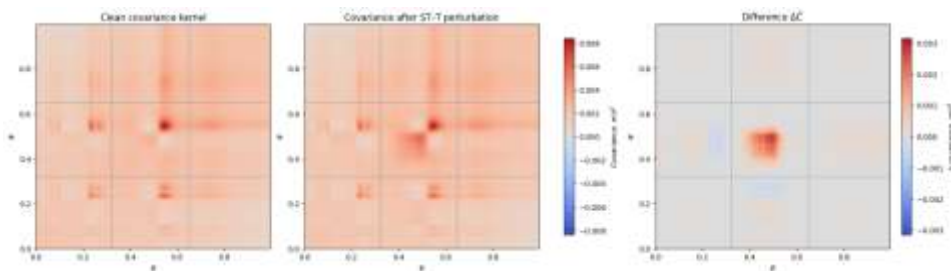


Рис. 3. Коваріаційна структура синфазного ансамблю ЕКГ до та після контрольованого морфологічного збурення ST-T ділянки

На рис. 3 наведено оцінки коваріаційного ядра локального синфазного ансамблю для вихідного стану та після внесення контрольованого морфологічного збурення в ST-T ділянку одного серцевого циклу. Координати ϕ та ψ відповідають нормованій фазі серцевого циклу. Різницева матриця ΔC демонструє виразну локалізацію змін коваріаційної структури переважно в області фаз, що відповідає модифікованому фрагменту ST-T. При цьому поза цією областю зміни залишаються істотно меншими. Отриманий результат підтверджує чутливість локального коваріаційного оператора до міжциклових морфологічних відхилень та обґрунтовує подальше

використання його спектральних і ентропійних характеристик як інформативних ознак.

Для кожного 15-циклового вікна коваріаційний ранг не перевищував 14. Через це максимальна можлива ентропія нормованого активного спектра дорівнює приблизно 3,807 біта. Цей результат має важливе методологічне значення. Високорозмірна матриця розміру 256 на 256 не створює 256 незалежних мод, оскільки інформаційна розмірність обмежена числом реалізацій. Тому обчислення проводиться в активному підпросторі, а ефективний ранг і нормована спектральна ентропія мають однозначну інтерпретацію.

На рис. Показано, що одноциклове зміщення синфазного вікна дає змогу простежити динаміку локального енергійно ентропійного стану вздовж запису. Контрольована зміна однієї реалізації в ділянці ST-T спричиняє узгоджене відхилення енергії флуктуацій, нормованої спектральної ентропії коваріації та робастної відстані стану в обмеженому часовому інтервалі. Відхилення спостерігається саме для послідовності вікон, до складу яких входить модифікований цикл, після чого траєкторія повертається до вихідного рівня. Така протяжність реакції є закономірним наслідком перекриття 15-циклових вікон і характеризує часову імпульсну реакцію віконного оцінювача, а не множину незалежних патологічних подій. Результат підтверджує можливість використання спільної динаміки енергії та спектральної ентропії коваріації як локальної інформативної характеристики морфологічних змін електрокардіосигналу.

Отримані результати підтверджують працездатність усіх необхідних етапів адаптивної схеми. Функція ритму виявляє локальну зміну темпу, критерій варіації запобігає некоректному синфазному усередненню, фазове нормування формує кондиційний ансамбль, а коваріаційний спектр забезпечує компактний опис флуктуацій. Водночас проведений експеримент доводить методологічну чутливість, але ще не встановлює клінічної чутливості та специфічності ентропійної ознаки.

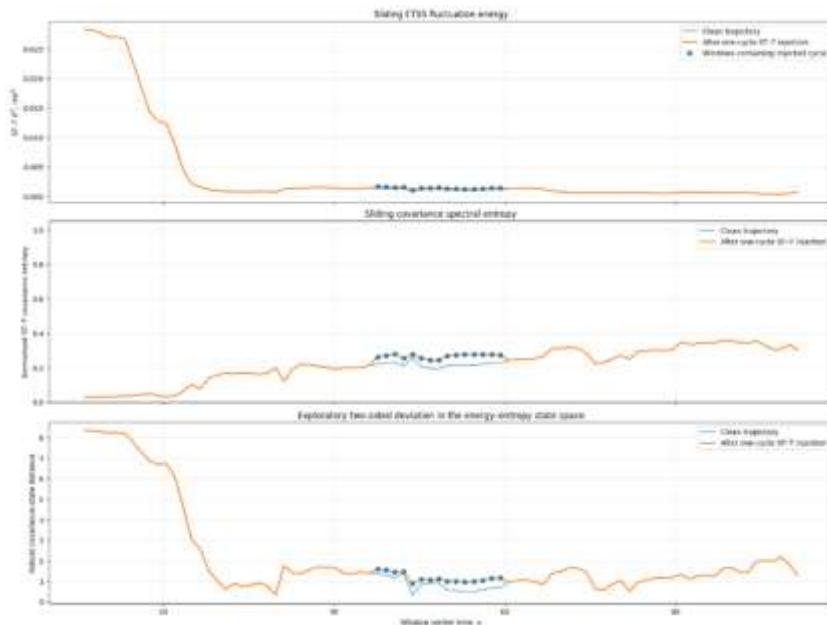


Рис. 4. Часові траєкторії енергії флуктуацій ЕТСС (зверху), нормованої спектральної ентропії коваріації (посередині) та робастної відстані (знизу) в енергійно ентропійному просторі до і після контрольованої зміни морфології одного серцевого циклу в ділянці ST T. Маркерами позначено положення 15-циклового вікна, до складу якого входить модифікована реалізація.

Наукова новизна. Наукова новизна полягає в послідовному об'єднанні трьох рівнів опису, які раніше переважно розглядалися окремо. Перший рівень становить адаптивне апостеріорне оцінювання періоду корельованості як функції ритму. Другий рівень утворює віконне синфазне оцінювання математичного сподівання та коваріації лише на фрагментах із явно контрольованою стабільністю періоду. Третій рівень становить ентропійна параметризація нормованого спектра локального коваріаційного оператора.

На відміну від ентропії гістограми амплітуд або спектральної ентропії звичайного спектра потужності, запропонована величина безпосередньо характеризує розподіл енергії між модами міжциклових флуктуацій. На відміну від повної гауссової диференціальної ентропії вона залишається коректною для виродженої вибіркової коваріації та не потребує довільного діагонального регуляризатора. Поєднання абсолютної енергії E^f з

нормованою ентропією H^{norm} та ефективним рангом дає багатовимірний опис локального стану, здатний розрізняти збільшення загальної мінливості та зміну її модальної організації.

Практичне значення. Запропонований підхід може бути використаний як модуль формування ознак у неінвазивних системах аналізу електрокардіосигналів. Його перевагою є відокремлення ритмічної нестійкості від морфологічної мінливості. Фрагменти з надмірною варіацією періоду не надходять до синфазного оцінювання, тому коваріаційна ознака менше забруднюється простим фазовим розузгодженням. Одноцикловий крок забезпечує часову локалізацію змін і може бути придатним для тривалого моніторингу, оскільки собливістю предметної області є те, що варіація серцевого ритму вже сама по собі є ознакою аритмії.

Вектор енергійно-ентропійного стану може доповнювати наявні класифікатори, але не повинен самотійно ототожнюватися з діагнозом. Практична реалізація потребує формування нормативних розподілів за віком, статтю, відведенням, частотою серцевих скорочень і умовами запису, а також зовнішньої перевірки на незалежних групах. Особливо перспективним є регіональне оцінювання QRS і ST-T, оскільки локальна зміна морфології може мати різний вплив на енергію і модальну складність.

Обговорення. Розроблена схема є прямим розвитком синфазного методу в межах енергетичної теорії стохастичних сигналів. Її адаптивність не скасовує модель періодично корельованого процесу, а уточнює область локальної застосовності. Функція ритму виконує роль внутрішнього параметра моделі, а критерій $CV(T)$ формалізує кондиційність даних для короткого синфазного ансамблю. Це узгоджується з підходом фундатора теорії ЕТСС проф. Ярослава Петровича Драґана, у якому спосіб збору й групування даних має відповідати статистичній індикативності математичної моделі.

Ентропійний компонент також слід тлумачити в межах другого порядку. Він не замінює спектрально-кореляційний аналіз і не претендує на повний опис негауссового процесу. Циклічний спектр показує, між якими частотними компонентами існує кореляція на певній циклічній частоті. Коваріаційна спектральна ентропія в синфазному фазовому просторі відповідає на інше питання, а саме наскільки локальна флуктуаційна енергія розподілена між ортогональними модами морфології. Обидва підходи є взаємодоповнювальними.

Поріг 5 відсотків є операційним і потребує аналізу чутливості. Сусідні вікна перекриваються на 14 із 15 циклів, тому їх не можна вважати незалежними спостереженнями. Розмір ансамблю обмежує ранг коваріації та вимагає обережності під час оцінювання малих мод. Фазове нормування також може частково перетворювати часову мінливість на амплітудну, якщо період оцінено з похибкою.

Подальша перевірка має використовувати поділ даних за суб'єктами, клінічно підтверджені групи, повторні записи та зовнішню базу. Статистичну значущість слід оцінювати блочними або ієрархічними методами, які враховують залежність перекривних вікон. Доцільно порівнювати ентропійні ознаки з традиційними інтервалами, параметрами ST-T, варіабельністю ритму, циклічним спектром та функціональними головними компонентами. Дослідження цих аспектів буде предметом наших подальших досліджень.

Висновки. Електрокардіосигнал доцільно розглядати як локально ритмічний стохастичний сигнал, статистична структура якого може бути наближено описана періодично корельованим випадковим процесом. Енергетична теорія стохастичних сигналів надає для цього фізично змістовні характеристики другого порядку, а синфазний метод перетворює послідовні цикли на локальний ансамбль реалізацій.

Запропонована адаптація замінює глобальний період функцією ритму, виділяє фрагменти з $CV(T) < 5$ відсотків, фазово нормує кожний цикл за власною тривалістю та оцінює середній цикл і коваріацію у вікні з 15 реалізацій, яке зміщується на один цикл. У відкритому записі здорового контролю 83 із 96 можливих вікон задовольнили умову локальної стійкості, тоді як нестійкі фрагменти були автоматично вилучені.

Для коваріаційного ядра введено ентропію Шеннона нормованого спектра ненульових власних значень. Вона характеризує організацію флуктуаційної енергії між ортогональними модами та має використовуватися разом зі слідом коваріації. За 15 циклів коваріаційний ранг не перевищує 14, тому повна гауссова ентропія через визначник матриці розміру 256 на 256 є виродженою. Сингулярний розклад центрованого ансамблю забезпечує коректне обчислення активного спектра без довільної регуляризації.

Контрольована зміна ST-T-морфології за незмінного періоду породжує структуроване низькорангове оновлення коваріації, що

обґрунтовує використання енергійно-ентропійного стану як інформативної ознаки.

1. Gladyshev E. G. Periodically and almost periodically correlated random processes with a continuous time parameter. *Theory of Probability and Its Applications*. 1963. Vol. 8. No. 2. P. 173-177. DOI 10.1137/1108016.
2. Gardner W. A., Napolitano A., Paura L. Cyclostationarity. Half a century of research. *Signal Processing*. 2006. Vol. 86. No. 4. P. 639-697. DOI 10.1016/j.sigpro.2005.06.016.
3. Hurd H. L., Miamee A. Periodically Correlated Random Sequences. *Spectral Theory and Practice*. Hoboken. Wiley. 2007. DOI 10.1002/9780470182833.
4. Napolitano A. Cyclostationary Processes and Time Series. *Theory, Applications, and Generalizations*. London. Academic Press. 2019. DOI 10.1016/C2017-0-04240-4
5. Antoni J. Cyclostationarity by examples. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2009. Vol. 23. No. 4. P. 987-1036. DOI 10.1016/j.ymssp.2008.10.010.
6. Драган Я. П. Про представлення періодично корельованого випадкового процесу через стаціонарні компоненти. Відбір і передавання інформації. 1975. Вип. 45. С. 7-20.
7. Драган Я. П. Гармонізованість і спектральний розклад випадкових процесів зі скінченною середньою потужністю. Доповіді Академії наук. Серія А. 1978. № 8. С. 679-684.
8. Драган Я. П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. Львів. Центр стратегічних екобіотехнічних систем. 1997. 362 с. ISBN 5-12-003724-0.
9. Драган Я. П., Сікора Л. С., Яворський Б. І. Системний аналіз стану та обґрунтування основ сучасної теорії стохастичних сигналів. Енергетична концепція, математичний субстрат, фізичне тлумачення. Львів. Українські технології. 2014. 240 с. ISBN 978-966-345-292-0.
10. Драган Я. П., Крива Н. Р., Яворський Б. І. Проблема апостеріорного визначення темпу ритміки. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 1997. Т. 2. № 1. С. 115-125.
11. Драган Я. П. Статистичне оцінювання станів стохастичної системи. Індикативність її сигнальної моделі та кондиційність статистичних даних. Вісник Національного університету Львівська політехніка. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. 2011. № 694. С. 418-424.
12. Дунець В. Л., Драган Я. П., Осухівська Г. М. Обґрунтування адекватності математичної моделі електрокардіосигналу для задачі виявлення патології. Вісник Хмельницького національного університету. 2007. № 2. С. 99-102.
13. Драган Я. П., Дозорський В. Г., Дедів І. Ю., Дедів Л. Є. Принципи і засоби обґрунтування методів статистичного опрацювання реалізацій періодично корельованого випадкового процесу. Вісник Національного університету Львівська політехніка. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. 2015. № 826. С. 212-218.
14. Cover T. M., Thomas J. A. *Elements of Information Theory*. Second edition. Hoboken. Wiley. 2006. DOI 10.1002/047174882X.
15. Roy O., Vetterli M. The effective rank. A measure of effective dimensionality. *Proceedings of the European Signal Processing Conference*. Poznań. 2007. P. 606-610. DOI 10.5281/zenodo.40328.
16. Драган

Я. П., Паляниця Ю. Б., Гевко О. В., Дедів І. Ю. Обґрунтування структури системи дистанційної діагностики адаптаційних резервів серця. Науковий вісник НЛТУ України. 2015. Вип. 25.10. С. 255–259. **17.** Драган Я. П., Євтух П., Сікора Л. С., Яворський Б. І. Періодично корельовані випадкові процеси як адекватні моделі сигналів кратної ритміки природних явищ і технологічних процесів. Комп'ютерні технології друкарства. 2000. № 4. С. 269–290. **18.** Паляниця Ю. Б. Сучасні підходи до опрацювання фонокардіосигналу та математична модель його у вигляді періодично корельованого випадкового процесу. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. 2016. № 2 (235). С. 90–93. **19.** Хвостівський М. О., Дедів Л. Є., Дунець В. Л., Шадріна Г. М. Імітаційна модель електрокардіосигналу на основі періодично корельованого випадкового процесу. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2008. Т. 13, № 3. С. 201–205. **20.** Лупенко С. А., Зозуля А. М., Сверстюк А. С., Стадник Н. Б. Математичне моделювання та методи опрацювання сигналів серця на базі циклічних випадкових процесів та векторів. Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. 2018. Vol. VI (20), Issue 172. P. 47–54. **21.** Hvostivska L. V., Osukhivska H. M., Hvostivskyi M. O., Shadrina H. M., Dediv I. Yu. Development of methods and algorithms for a stochastic biomedical signal period calculation in medical computer diagnostic systems. Visnyk NTUU KPI. Seriiia Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia. 2019. Iss. 79. P. 78–84. DOI 10.20535/RADAP.2019.79.78-84. **22.** Lupenko S., Lytvynenko I., Sverstiuk A., Horkunenko A., Shelestovskyi B. Software for Statistical Processing and Modeling of a Set of Synchronously Registered Cardio Signals of Different Physical Nature. CEUR Workshop Proceedings. 2021. Vol. 2864. P. 194–205. DOI 10.32782/cmis/2864-17. **23.** Mosiy L., Fryz M., Palianytsia Y., Mlynko B., Mosiy O. Mathematical modeling and statistical validation of the amplitude variability function of electrocardiographic signals. Proceedings of the 5th International Conference on Information Technologies Theoretical and Applied Problems, ITTAP 2025. CEUR Workshop Proceedings. 2025. Vol. 4146. P. 151–159. **24.** Martsenyuk V. P., Sverstiuk A. S., Klos Witkowska A., Horkunenko A. B., Rajba S. Vector of Diagnostic Features in the Form of Decomposition Coefficients of Statistical Estimates Using a Cyclic Random Process Model of Cardiosignal. Proceedings of the 2019 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems, Technology and Applications, IDAACS 2019. Metz, France, 2019. Vol. 1. P. 298–303. DOI 10.1109/IDAACS.2019.8924398.

REFERENCES:

1. Gladyshev E. G. Periodically and almost periodically correlated random processes with a continuous time parameter. Theory of Probability and Its

Applications. 1963. Vol. 8. No. 2. P. 173-177. DOI 10.1137/1108016. 2. Gardner W. A., Napolitano A., Paura L. Cyclostationarity. Half a century of research. Signal Processing. 2006. Vol. 86. No. 4. P. 639-697. DOI 10.1016/j.sigpro.2005.06.016. 3. Hurd H. L., Miamee A. Periodically Correlated Random Sequences. Spectral Theory and Practice. Hoboken. Wiley. 2007. DOI 10.1002/9780470182833. 4. Napolitano A. Cyclostationary Processes and Time Series. Theory, Applications, and Generalizations. London. Academic Press. 2019. DOI 10.1016/C2017-0-04240-4 5. Antoni J. Cyclostationarity by examples. Mechanical Systems and Signal Processing. 2009. Vol. 23. No. 4. P. 987-1036. DOI 10.1016/j.ymssp.2008.10.010. 6. Dragan YA. P. Pro predstavleniya periodychno korel'ovanoho vypadkovoho protsesu cherez statsionarni komponenty. Vidbir i peredavannya informatsiyi. 1975. Vyp. 45. S. 7-20. 7. Dragan YA. P. Harmonizovnist' i spektral'nyy rozklad vypadkovykh protsesiv zi skinchennoyu seredn'oyu potuzhnistyu. Dopovidi Akademiyi nauk. Seriya A. 1978. № 8. S. 679-684. 8. Dragan YA. P. Enerhetychna teoriya liniynykh modeley stokhastychnykh syhnaliv. L'viv. Tsentri stratehichnykh ekobiotekhnichnykh system. 1997. 362 s. ISBN 5-12-003724-0. 9. Dragan YA. P., Sikora L. S., Yavors'kyy B. I. Systemnyy analiz stanu ta obgruntuvannya osnov suchasnoyi teoriiy stokhastychnykh syhnaliv. Enerhetychna kontseptsiya, matematychnyy substrat, fizychne tlumachennya. L'viv. Ukrayins'ki tekhnolohiyi. 2014. 240 s. ISBN 978-966-345-292-0. 10. Dragan YA. P., Kryva N. R., Yavors'kyy B. I. Problema aposteriornoho vyznachennya tempu rytmyky. Visnyk Ternopil's'koho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu. 1997. T. 2. № 1. S. 115-125. 11. Dragan YA. P. Statystychne otsynyuvannya staniv stokhastychnoyi systemy. Indykativnist' yiyi syhnal'noyi modeli ta kondytsiynist' statystychnykh danykh. Visnyk Natsional'noho universytetu L'vivs'ka politekhnika. Komp'yuterni nauky ta informatsiyni tekhnolohiyi. 2011. № 694. S. 418-424. 12. Dunets' V. L., Dragan YA. P., Osukhivs'ka H. M. Obgruntuvannya adekvatnosti matematychnoyi modeli elektrokardiosyhnalu dlya zadachi vyavleniya patolohiyi. Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu. 2007. № 2. S. 99-102. 13. Dragan YA. P., Dozors'kyy V. H., Dediv I. YU., Dediv L. YE. Pryntsypy i zasoby obgruntuvannya metodiv statystychnoho opratsyuvannya realizatsiy periodychno korel'ovanoho vypadkovoho protsesu. Visnyk Natsional'noho universytetu L'vivs'ka politekhnika. Komp'yuterni nauky ta informatsiyni tekhnolohiyi. 2015. № 826. S. 212-218. 14. Cover T. M., Thomas J. A. Elements of Information Theory. Second edition. Hoboken. Wiley. 2006. DOI 10.1002/047174882X. 15. Roy O., Vetterli M. The effective rank. A measure of effective dimensionality. Proceedings of the European Signal Processing Conference. Poznań. 2007. P. 606-610. DOI 10.5281/zenodo.40328. 16. Dragan YA. P., Palyanytsya YU. B., Hevko O. V., Dediv I. YU. Obgruntuvannya struktury systemy dystantsiynoyi diahnostyky adaptatsiynykh rezerviv sertsya. Naukovyy visnyk NLTU Ukrayiny. 2015. Vyp. 25.10. S. 255-259. 17. Dragan YA. P., Yevtukh P., Sikora L. S., Yavors'kyy B. I. Periodychno korel'ovani vypadkovi protsesy yak adekvatni modeli syhnaliv kratnoyi rytmyky pryrodnykh yavlyshch

i tehnolohichnykh protsesiv. Komp'yuterni tehnolohiyi drukarstva. 2000. № 4. S. 269–290. 18. Palyanytsya YU. B. Suchasni pidkhody do opratsyuvannya fonokardiosyhnalu ta matematychna model' yoho u vyhlyadi periodychno korel'ovanoho vypadkovoho protsesu. Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu. Tekhnichni nauky. 2016. № 2 (235). S. 90–93. 19. Khvostivs'kyi M. O., Dediv L. YE., Dunets' V. L., Shadrina H. M. Imitatsiyina model' elektrokardiosyhnalu na osnovi periodychno korel'ovanoho vypadkovoho protsesu. Visnyk Ternopil's'koho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu. 2008. T. 13, № 3. S. 201–205. 20. Lupenko S. A., Zozulya A. M., Sverstyuk A. S., Stadnyk N. B. Matematychne modelyuvannya ta metody opratsyuvannya syhnaliv sertsya na bazi tsyklichnykh vypadkovykh protsesiv ta vektoriv. Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. 2018. Vol. VI (20), Issue 172. P. 47–54. 21. Hvostivska L. V., Osukhivska H. M., Hvostivskyi M. O., Shadrina H. M., Dediv I. Yu. Development of methods and algorithms for a stochastic biomedical signal period calculation in medical computer diagnostic systems. Visnyk NTUU KPI. Seriya Radiotekhnika Radioaparatabuduvannya. 2019. Iss. 79. P. 78–84. DOI 10.20535/RADAP.2019.79.78-84. 22. Lupenko S., Lytvynenko I., Sverstiuk A., Horkunenko A., Shelestovskyi B. Software for Statistical Processing and Modeling of a Set of Synchronously Registered Cardio Signals of Different Physical Nature. CEUR Workshop Proceedings. 2021. Vol. 2864. P. 194–205. DOI 10.32782/cmis/2864-17. 23. Mosiy L., Fryz M., Palianytsia Y., Mlynko B., Mosiy O. Mathematical modeling and statistical validation of the amplitude variability function of electrocardiographic signals. Proceedings of the 5th International Conference on Information Technologies Theoretical and Applied Problems, ITTAP 2025. CEUR Workshop Proceedings. 2025. Vol. 4146. P. 151–159. 24. Martsenyuk V. P., Sverstiuk A. S., Klos Witkowska A., Horkunenko A. B., Rajba S. Vector of Diagnostic Features in the Form of Decomposition Coefficients of Statistical Estimates Using a Cyclic Random Process Model of Cardiosignal. Proceedings of the 2019 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems, Technology and Applications, IDAACS 2019. Metz, France, 2019. Vol. 1. P. 298–303. DOI 10.1109/IDAACS.2019.8924398.

Palianytsia Yurii, ¹ (1:ORCID: 0000-0002-8710-953X)

PhD, Associate Professor

Dunets Vasyl, (1:ORCID: 0000-0003-2513-9191)

PhD, Associate Professor

Dediv Iryna, (1:ORCID: 0000-0002-4913-139X)

PhD, Associate Professor

Nikolaichuk Roman, ^(1:)
Postgraduate Student
Sverstiuk Andriy, ^(2:ORCID: 0000-0002-4913-139X)
DSc in Engineering, Professor

¹Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ternopil

²I. Horbachevsky Ternopil National Medical University

ADAPTIVE WINDOWED SYNPHASE ANALYSIS OF ELECTROCARDIOGRAPHIC SIGNALS AS PERIODICALLY CORRELATED RANDOM PROCESSES WITH ENTROPY-BASED ASSESSMENT OF COVARIANCE FLUCTUATIONS

An adaptive windowed synphase method for processing an ECG signal as a periodically correlated random process within the framework of the energy theory of stochastic signals is proposed. The local correlation period is determined from the maximum of the normalized autocorrelation function, while synphase estimation is performed only for segments with a coefficient of variation of the period below 5%. For each 15-cycle window, the mean cycle, covariance kernel, and fluctuation energy are estimated. To provide a structural description of the covariance, the Shannon entropy of the normalized eigenvalue spectrum, normalized entropy, effective rank, and the proportion of the dominant mode are introduced. A computational experiment using an open-access PhysioNet record confirmed local rhythm stability, reproducibility of the synphase ensemble, and the sensitivity of the covariance structure to a controlled change in ST-T morphology.

Keywords: ECG signal, mathematical model, periodically correlated random process, cyclostationarity, correlation, covariance, statistical signal processing, synphase method, local rhythmic stability, adaptive processing method, sliding window, segmentation, algorithm, informativeness, computer-aided diagnostic system.

Отримано: 30 березня 2026 року

Прорецензовано: 28 квітня 2026 року

Прийнято до друку: 29 травня 2026 року



© 2026 [Palianytsia Yurii, Dunets Vasyi, Dediv Iryna, Sverstiuk Andriy]. Licensee [NUWEE]. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial (CC BY-NC) license ([creativecommons.org](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)).