

УДК 550.348:521.31:519.6+004.94 <https://doi.org/10.31713/vt220269>

Сегін А. І. (¹:ORCID: 0000-0002-3556-248X)

к.т.н., доцент

¹Західноукраїнський національний університет, м. Тернопіль

ІНТЕРАКТИВНА 3D-МОДЕЛЬ СИСТЕМИ СОНЦЕ–МІСЯЦЬ–ЗЕМЛЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ГРАВІТАЦІЙНИХ ЗБУРЕНЬ ТА ЇХ КОРЕЛЯЦІЇ ІЗ СЕЙСМІЧНІСТЮ

У статті розглядається проблема прогнозування сейсмічної активності на основі математичної моделі взаємного руху небесних тіл — Сонця, Місяця та Землі. Метою дослідження є побудова аналітичного апарату для розрахунку положення підсонячної та підмісячної точок земної поверхні залежно від астрономічного часу, визначення моментів сизигій і оцінки кореляції цих явищ із зафіксованою сейсмічною активністю.

В основу математичної моделі покладено спрощені аналітичні вирази для екліптичних координат Сонця та Місяця, виведені через юліанську дату відносно епохи J2000.0. Положення Сонця визначається через середню екліптичну довготу L , середню аномалію g та головні члени рівняння центру; положення Місяця — через середню довготу L' , середню аномалію M' та аргумент широти F , що разом дають похибку не більше 0.3° для довготи і 0.2° для широти. Перехід від екліптичних до екваторіальних координат здійснюється через нахил екліптики $\varepsilon = 23.439^\circ$, а підсонячна і підмісячна точки обчислюються через гринвіцький середній зоряний час (GMST). Окремо враховано прецесію висхідного вузла місячної орбіти з циклом 18.61 року, що обумовлює коливання кута нахилу орбіти Місяця до екватора Землі в діапазоні від 18.3° до 28.6° .

Для виявлення моментів максимального гравітаційного навантаження на земну кору запропоновано геометричний критерій — мінімальна відстань d_0 від центру Землі до осі Сонце–Місяць. Показано, що умова $d_0 < 6371$ км відповідає сонячному або місячному затемненню, тобто найвищому ступеню тривимірного вирівнювання трьох тіл. Пошук таких моментів здійснюється

чисельним методом із бісекційним уточненням і методом золотого перетину для знаходження мінімуму d_0 .

Статистичний аналіз каталогу USGS для землетрусів з магнітудою від 5.0 балів і вище, проведено з метою перевірки гіпотези про приливний тригер. Базовим рівнем порівняння є теоретично очікувана частка подій у часовому вікні ± 3 доби від сизигії (~40.6%), яка відповідає рівномірному розподілу землетрусів у часі. Статистична значущість відхилення оцінюється через Z-показник. Результати підтверджують наявність слабого, але фізично обґрунтованого зв'язку між фазами Місяця і сейсмічністю, що узгоджується з сучасним публікаціям.

Ключові слова: передбачення землетрусів, математична та програмна моделі, небесна механіка, астрономічний калькулятор, статистичний аналіз.

Актуальність досліджень та аналіз джерел інформації. Землетруси залишаються одними з найбільш руйнівних природних явищ, які щороку призводять до значних людських жертв та економічних збитків у всьому світі. Незважаючи на стрімкий розвиток сейсмологічних спостережень, сучасна наука досі не має надійних методів короткострокового прогнозування землетрусів із точним визначенням часу, місця та магнітуди майбутньої події. Це зумовлює необхідність пошуку нових підходів, які б доповнювали традиційні методи аналізу сейсмічної активності.

Одним із перспективних напрямів є дослідження впливу гравітаційної взаємодії небесних тіл, зокрема Сонця та Місяця, на напружено-деформований стан земної кори [1]. Відомо, що приливні сили, які виникають внаслідок взаємного руху Сонця, Місяця та Землі, спричиняють періодичні деформації літосфери — так звані земні приливи. Хоча амплітуда цих деформацій є відносно невеликою, у регіонах із підвищеною тектонічною напругою додаткове гравітаційне навантаження здатне виступати тригерним фактором, що прискорює вивільнення накопиченої енергії у вигляді сейсмічного поштовху [2].

Актуальність побудови математичної моделі взаємного руху системи Сонце-Місяць-Земля для цілей передбачення землетрусів полягає в кількох аспектах:

Така модель дозволяє з високою точністю розраховувати моменти максимального гравітаційного впливу (сизигії, перигей,

апогей, періоди затемнень тощо), що дає можливість виокремити часові інтервали підвищеного ризику сейсмічної активності.

Поєднання астрономічних розрахунків із даними сейсмологічного моніторингу відкриває шлях до створення комплексних систем раннього попередження, здатних підвищити точність прогнозів порівняно з суто статистичними або суто геофізичними методами.

Дана тема має важливе прикладне значення для регіонів із високою сейсмічною небезпекою, де навіть незначне підвищення точності прогнозування часу ймовірного землетрусу може суттєво вплинути на ефективність заходів цивільного захисту, евакуації населення та мінімізації економічних втрат [3].

Незважаючи на наявність окремих публікацій із цієї проблематики, питання залишається дискусійним у науковому середовищі, що створює простір для подальших теоретичних і практичних досліджень, спрямованих на верифікацію гіпотези про кореляцію між положенням небесних тіл та сейсмічною активністю.

Відповідно, розробка математичної моделі, що описує взаємний рух Сонця, Місяця та Землі [4], з подальшим аналізом її кореляції з історичними даними про землетруси, є актуальним науковим завданням, вирішення якого може стати додатковим інструментом у системі прогнозування сейсмічної небезпеки [5].

Математична модель руху Сонця над поверхнею Землі. Сонце рухається навколо Землі по еліптичній орбіті (що є віддзеркаленням реального руху Землі навколо Сонця) [6].

Положення Сонця над земною поверхнею (так звана підсонячна точка — точка, в якій Сонце перебуває в зеніті) визначається двома координатами: широтою φ_S та довготою λ_S . Розрахунок базується на астрономічному (юліанському) часі. Спочатку обчислюється юліанська дата JD та похідна від неї величина — кількість діб від епохи $J2000.0$:

$$n = JD - 245145,0, \quad (1)$$

де JD — юліанська дата на момент розрахунку (включно з дробовою частиною доби, що відповідає UT).

Середня довгота та середня аномалія Сонця відповідно обчислюються за виразами:

$$\begin{aligned} L &= 280,460^\circ + 0,9856474^\circ \cdot n \pmod{360^\circ}, \\ g &= 357,528^\circ + 0,9856003^\circ \cdot n \pmod{360^\circ}, \end{aligned}$$

де L — середня еліптична довгота Сонця, g — середня аномалія.
Еліптична довгота Сонця з врахуванням еліптичності орбіти визначається як:

$$\lambda = L + 1,915^\circ \cdot \sin(g) + 0,020^\circ \cdot \sin(2g).$$

Нахил екліптики до екватора:

$$\varepsilon = 23,439^\circ - 0,0000004^\circ \cdot n. \quad (2)$$

Широта підсонячної точки (геліоцентричне схилення Сонця δ_S):

$$\varphi_S = \delta_S = \arcsin(\sin(\varepsilon) \cdot \sin(\lambda)).$$

Пряме піднесення Сонця:

$$\alpha_S = \arctg(\cos(\varepsilon) \cdot \tg(\lambda))$$

(з урахуванням квадранта — α_S має бути в тій же чверті, що й λ)

Довгота підсонячної точки визначається через рівняння часу та гринвіцький зоряний час:

$$\lambda_s = -15^\circ \cdot \left(GMST - \alpha_s \cdot \frac{12}{180^\circ} \right) \cdot \frac{180^\circ}{12}.$$

Через годинний кут Сонця цей вираз буде мати вигляд:

$$\lambda_S = -15^\circ \cdot (UT_{2000} - 12 + EoT_{x8} / 60),$$

де UT_{2000} — всесвітній час у годинах;

EoT_{x8} — рівняння часу в хвилинали.

В результаті отримаємо координати підсонячної точки:

$$\begin{aligned} \varphi_S &= \arcsin(\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda), \\ \lambda_S &= -15^\circ (UT - 12) - EoT_{град}, \end{aligned} \quad (3)$$

де знак "—" означає, що додатна довгота йде на захід від точки полудня, а UT виражений у годинах.

Математична модель руху Місяця над поверхнею Землі.

Підмісячна точка — це точка земної поверхні, в якій Місяць перебуває в зеніті. На відміну від Сонця, рух Місяця значно складніший (через еліптичність орбіти, збурення від Сонця тощо), тому використовується спрощений ряд, що враховує головні гармоніки.

Середня довгота та середня аномалія Місяця відповідно обчислюються за виразами:

$$\begin{aligned} L' &= 218,316^\circ + 13,176396^\circ \cdot n \pmod{360^\circ}, \\ M' &= 354,963^\circ + 13,064993^\circ \cdot n \pmod{360^\circ}, \end{aligned}$$

де n визначається за виразом (1)

Аргумент широти (кутова відстань від висхідного вузла орбіти) рівний:

$$F = 93,272^\circ + 13,229350^\circ \cdot n \pmod{360^\circ}.$$

Екліптична довгота Місяця, з врахуванням головного збурення, спричиненого еліптичністю орбіти та екліптична широта Місяця відповідно визначаються як:

$$\begin{aligned}\lambda_M &= L' + 6,289^\circ \cdot \sin(M'), \\ \beta_M &= 5,128^\circ \cdot \sin(F).\end{aligned}\quad (4)$$

Нахил екліптики є обчислюється так само, як і для Сонця за виразом (2).

Якщо перейти до екваторіальних координат, то схилення Місяця:

$$\delta_M = \arcsin[\sin \beta_M \cdot \cos \varepsilon + \operatorname{tg} \beta_M \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda_M],$$

а пряме піднесення Місяця:

$$\alpha_M = \arctg(2 \cdot [\sin \lambda_M \cdot \cos \varepsilon - \operatorname{tg} \beta_M \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \lambda_M]).$$

В результаті отримаємо координати підмісячної точки, широту та довготу відповідно:

$$\begin{aligned}\varphi_M &= \delta_M, \\ \lambda_M &= \alpha_M - \operatorname{GMST} \pmod{\pm 180^\circ}.\end{aligned}$$

Програмні моделі визначення та візуалізації координат положень Сонця та місяця над поверхнею Землі. На основі розробленої математичної моделі руху небесних тіл Сонця і Місяця по відношенню до поверхні Землі розроблено програма для наочності відображення, представлена на рисунку 1. Програмна реалізація дозволяє вказувати будь-яку дату та час і визначати координати підсонячної та підмісячної точок у вказаний момент.

Очевидно, що найбільший вплив гравітаційних сил Сонця і Місяця на земну кору буде в моменти, коли Сонце Місяць і Земля будуть розташовані в просторі практично на одній лінії. Тобто вісь, що проходить через центри Сонця і Місяця перетинає земну поверхню. А це відбувається, коли всі три тіла майже точно вишикувані в одну лінію — тобто під час сизигій (новий або повний місяць), і додатково коли екліптична широта Місяця β близька до нуля (Місяць поблизу вузла своєї орбіти), що є фізичною умовою сонячного/місячного затемнення. Таке розміщення цих небесних тіл продемонстровано на рисунку 2.

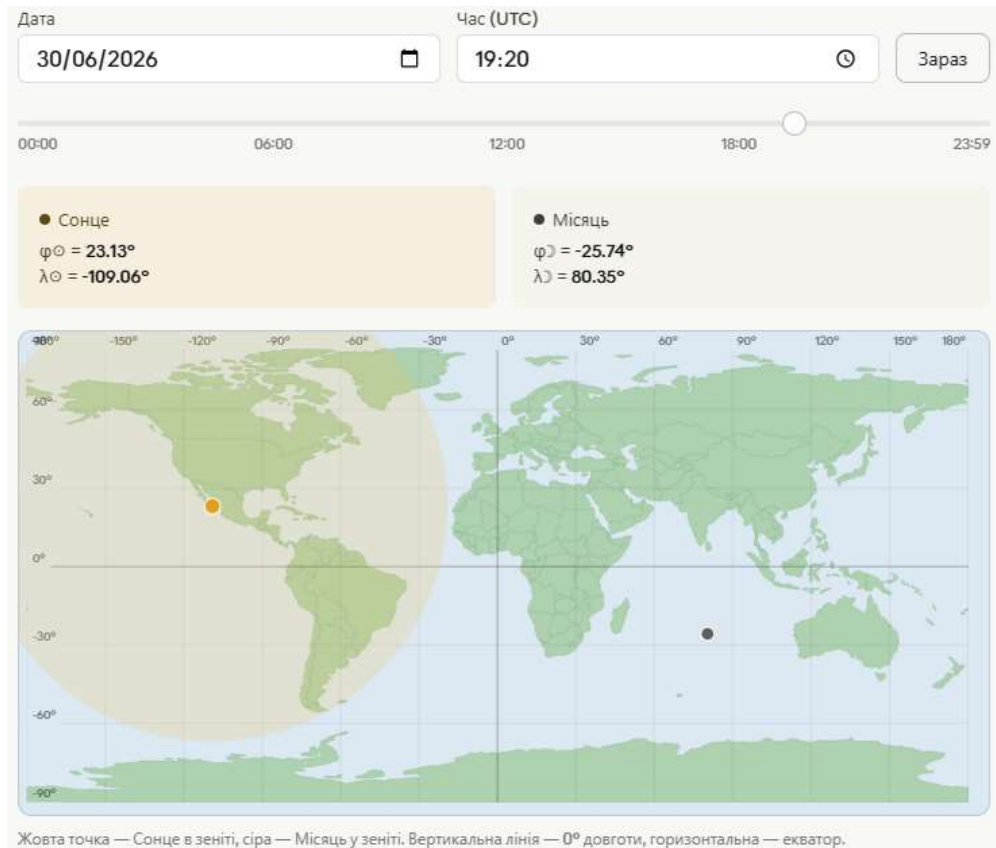


Рис.1 Програмна модель, що відображає положення (координати) Сонця і Місяця над поверхнею Землі

На рисунку 2 зображено взаємне розташування Сонця, Землі і Місяця у двох характерних положеннях, коли всі три тіла перебувають на одній прямій, яка представлена щтрихпунктирною лінією, — у так званій сизигії, — що зумовлює виникнення найбільших, сизигійних приливів на Землі, а також створює умови для сонячних або місячних затемнень [5].

На рис. 2, а Земля (З) розташована між Сонцем (С) і Місяцем (М). На поверхні Землі виділено дві точки, через які проходить умовна вісь — А, зі сторони Місяця, і В — зі сторони Сонця. У точці А на земну оболонку діє сила місячного тяжіння F_m , спрямована до Місяця, тоді як у точці В діє сила сонячного тяжіння F_s , спрямована до Сонця, і обидві ці сили доповнюються власною силою тяжіння Землі F_z .

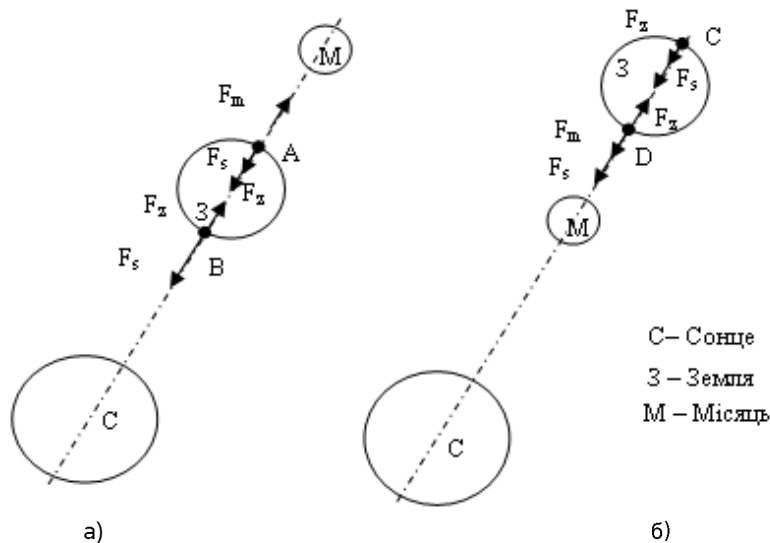


Рис. 2. Статична модель дії гравітаційних сил на точки земної поверхні на площині: а) – при фазах повного Місяця або його затемненні; б) – при фазі "нового" Місяця, або сонячному затемненні

Оскільки Земля перебуває точно між двома світилами, притягання Сонця і Місяця діють вздовж однієї прямої в протилежні від центра Землі боки, через що на протилежних сторонах Землі одночасно виникають два припливні горби. Саме таке розташування характеризується максимальним впливом результуючою гравітаційних сил Сонця і Місяця на земну поверхню в цих точках:

$$\vec{F}_A = \vec{F}_S'' - \vec{F}_Z - \vec{F}_M', \quad \vec{F}_B = \vec{F}_S' - \vec{F}_Z - \vec{F}_M'', \quad (5)$$

де $\vec{F}_S'$, $\vec{F}_S''$ – гравітаційні сили Сонця, що діють відповідно на точки В і А поверхні Землі

$\vec{F}_M'$, $\vec{F}_M''$ – гравітаційні сили Місяця, що діють відповідно на точки А і В поверхні Землі.

$\vec{F}_Z$ – гравітаційна сила Землі, що діє на точки поверхні.

На рисунку 2, б між Землею і Сонцем розташований Місяць. На поверхні Землі також відзначено дві точки, С і D, повернуті відповідно у бік Сонця та у протилежний бік, а сили F_s , F_m і F_z показують ту саму взаємодію тяжіння Сонця, Місяця і Землі, що й на

попередньому рисунку, тільки тепер прикладену до іншої геометрії розташування тіл.

Для цього випадку результуючий вплив гравітаційних сил на точки С і D буде визначатися за виразами:

$$\vec{F}_C = \vec{F}_S'' + \vec{F}_Z + \vec{F}_M'', \quad \vec{F}_D = \vec{F}_S' - \vec{F}_Z + \vec{F}_M', \quad (6)$$

В обох випадках спільним є те, що Сонце, Земля і Місяць вишиковуються вздовж однієї прямої, унаслідок чого припливні дії обох світил не послаблюють, а посилюють одна одну, спричиняючи максимальні приливи на земній поверхні, що можуть виступати як тригером виникнення землетрусів.

Для визначення взаємного положення Землі, Сонця і Місяця в просторі розроблено програмна модель для 3D візуалізації, представлена на рисунку 3. В програмі є можливість змінювати масштаб та ракурси візуалізації, а також задавати відповідні дату та час і визначати координати підмісячної та підсонячної точок на поверхні Землі на вказаний момент часу.

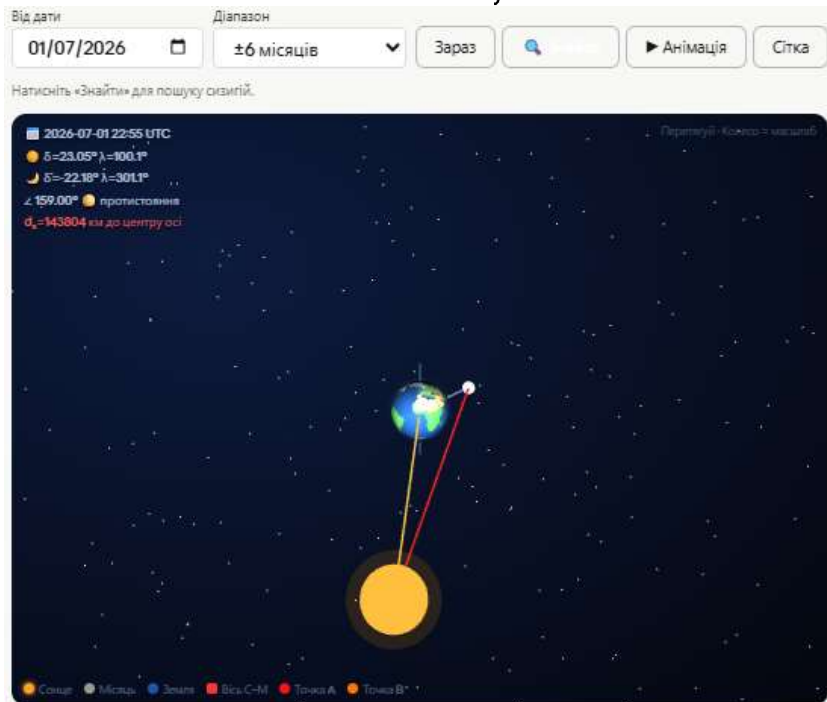


Рис. 3. Програма 3D візуалізації взаємного розміщення Сонця Землі та Місяця на вказаний момент часу з визначенням координат підмісячної та підсонячної точок на поверхні Землі

Для знаходження часу, коли всі три небесні тіла будуть знаходитись на одній лінії або визначення взаємного розташування цих тіл розроблено програмну модель, представлену на рисунку 4.



Рис. 4. Програмна для пошуку часу сизигії та координат підмісячної та підсонячної точок на поверхні Землі.

Висновок. Розроблені програми є хорошим інструментом для визначення кореляції між сизигіями та землетрусами [7-8]. Результати аналізу виправдовують включення фазових характеристик Місяця як одного з багатьох допоміжних параметрів у комплексні системи оцінки сейсмічного ризику — поряд із геологічними, геодезичними та геофізичними даними. Самостійним інструментом прогнозування сизигійний критерій слугувати не може, однак у поєднанні з іншими показниками — підвищеною сейсмічністю фону, деформаціями кори за даними ГНСС, змінами геомагнітного поля — він може незначно підвищити точність оцінки ймовірності події в конкретному тектонічно активному регіоні. Розроблений комплекс інтерактивних програмних інструментів, реалізованих засобами сучасних вебтехнологій — JavaScript, Three.js та WebGL, — що не потребують встановлення спеціалізованого програмного забезпечення і працюють безпосередньо у браузері. Розроблені програми мають широкий спектр практичного застосування поза межами сейсмології: тривимірна модель системи Сонце–Земля–Місяць із коректно відтвореним нахилом земної осі, прецесією вузлів місячної орбіти та реалістичною текстурою земної кулі може використовуватися як наочний демонстраційний засіб у курсах астрономії, фізики та географії. Інтерактивні калькулятори координат підсонячної і підмісячної точок, а також пошуковик сизигій із відображенням на карті придатні для практичних занять з геодезії, навігації та основ небесної механіки. Інструменти статистичного аналізу з підключенням до відкритого API USGS демонструють повний цикл роботи з реальними геофізичними даними — від запиту через мережевий інтерфейс до числової обробки та інтерпретації результатів — і можуть бути використані як навчальний приклад у курсах з аналізу даних, наукового програмування та геоінформаційних систем.

1. Varga P., Grafarend E. Influence of Tidal Forces on the Triggering of Seismic Events // *Geodynamics and Earth Tides: Observations from Global to Micro Scale* / ed. by C. Braitenberg, G. Rossi. — Birkhäuser, Cham, 2019. — DOI: 10.1007/978-3-319-96277-1_6.
2. The Association of the Moon and the Sun with Large Earthquakes [Електронний ресурс]. <https://arxiv.org/pdf/1210.2695>
3. Lunar and solar triggering of earthquakes // ScienceDirect [Електронний ресурс]. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S003192019090218M>.
4. Lunar–solar tide effects in the Earth's crust and atmosphere [Електронний

ресурс] // ResearchGate.
<https://www.researchgate.net/publication/318370365>. 5. Gravity-induced seismicity modulation on planetary bodies and their natural satellites // PMC [Електронний ресурс]. <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10821896/>. 6. Rising Rock: Earth's Crust Has Its Own Tides, Too // HowStuffWorks [Електронний ресурс]. — <https://science.howstuffworks.com/environmental/earth/geology/rising-rock-earths-crust-has-its-own-tides.htm>. 7. Сейсмічність // Велика українська енциклопедія [Електронний ресурс]. <https://vue.gov.ua/Сейсмічність>. 8. Оцінка впливу сейсмічності та неприпливних атмосферних навантажень на деформації Земної кори за даними ГНСС-вимірів [Електронний ресурс] // ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/371165906>

REFERENCES

1. Varga P., Grafarend E. Influence of Tidal Forces on the Triggering of Seismic Events // *Geodynamics and Earth Tides: Observations from Global to Micro Scale* / ed. by C. Braitenberg, G. Rossi. — Birkhäuser, Cham, 2019. — DOI: 10.1007/978-3-319-96277-1_6.
2. The Association of the Moon and the Sun with Large Earthquakes [Electronic resource]. <https://arxiv.org/pdf/1210.2695>
3. Lunar and Solar Triggering of Earthquakes // ScienceDirect [Electronic resource]. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S003192019090218M>
4. Lunar–Solar Tide Effects in the Earth's Crust and Atmosphere [Electronic resource] // ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/318370365>
5. Gravity-Induced Seismicity Modulation on Planetary Bodies and Their Natural Satellites // PMC [Electronic resource]. <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10821896/>
6. Rising Rock: Earth's Crust Has Its Own Tides, Too // HowStuffWorks [Electronic resource]. <https://science.howstuffworks.com/environmental/earth/geology/rising-rock-earths-crust-has-its-own-tides.htm>
7. Seismicity // *The Great Ukrainian Encyclopedia* [Electronic resource]. <https://vue.gov.ua/Сейсмічність>
8. Assessment of the Influence of Seismicity and Non-Tidal Atmospheric Loading on Crustal Deformations Based on GNSS Measurements [Electronic resource] // ResearchGate. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/371165906>

Andriy Segin (¹:ORCID: 0000-0002-3556-248X)
Ph.D., Associate Professor

¹ Western Ukrainian National University, Ternopil

INTERACTIVE 3D MODEL OF THE SUN–MOON–EARTH SYSTEM FOR THE ANALYSIS OF GRAVITATIONAL PERTURBATIONS AND THEIR CORRELATION WITH SEISMIC ACTIVITY

This paper addresses the problem of forecasting seismic activity based on a mathematical model of the relative motion of the Sun, the Moon, and the Earth. The aim of the study is to develop an analytical framework for calculating the positions of the subsolar and sublunar points on the Earth's surface as a function of astronomical time, determining the moments of syzygies, and evaluating the correlation between these events and recorded seismic activity.

The mathematical model is based on simplified analytical expressions for the ecliptic coordinates of the Sun and the Moon derived from the Julian date relative to the J2000.0 epoch. The position of the Sun is determined using the mean ecliptic longitude L , the mean anomaly g , and the principal terms of the equation of the center. The position of the Moon is calculated using the mean longitude L' , the mean anomaly M' , and the argument of latitude F , providing an accuracy better than 0.3° in longitude and 0.2° in latitude. The transformation from ecliptic to equatorial coordinates is performed using the obliquity of the ecliptic, $\epsilon = 23.439^\circ$, while the subsolar and sublunar points are computed using Greenwich Mean Sidereal Time (GMST). The model also accounts for the precession of the ascending node of the lunar orbit with a period of 18.61 years, resulting in variations of the Moon's orbital inclination relative to the Earth's equator within the range of 18.3° to 28.6° .

To identify the moments of maximum gravitational loading of the Earth's crust, a geometric criterion based on the minimum distance d_0 from the Earth's center to the Sun–Moon axis is proposed. It is shown that the condition $d_0 < 6371$ km corresponds to either a solar or a lunar eclipse, representing the highest degree of three-dimensional alignment of the three celestial bodies. The search for such moments is performed numerically using a bisection refinement algorithm combined with the golden-section search method to determine the minimum value of d_0 .

A statistical analysis of the USGS earthquake catalog for earthquakes with magnitudes of 5.0 and greater was conducted to test the tidal triggering hypothesis. The reference level is the theoretically expected proportion of events occurring within a ± 3 -day time window around a syzygy (approximately 40.6%), corresponding to a uniform temporal distribution of earthquakes. The statistical significance of deviations from this expectation is evaluated using the Z-score. The obtained results confirm the existence of a weak but physically justified relationship between the lunar phases and seismic activity, which is consistent with findings reported in recent scientific publications.

Keywords: earthquake forecasting, mathematical and software models, celestial mechanics, astronomical calculator, statistical analysis.

Отримано: 30 березня 2026 року
Прорецензовано: 30 квітня 2026 року
Прийнято до друку: 29 травня 2026 року



© 2026 [Andriy Segin]. Licensee [NUWEE]. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial (CC BY-NC) license (creativecommons.org).