

## БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ

УДК 628.221.2

<https://doi.org/10.31713/vt120238>

**Ткачук О. А., д.т.н., професор, Герасімов Є. Г., д.т.н., професор, Шевчук О. В., к.т.н.** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, o.a.tkachuk@nuwm.edu.ua, e.g.gerasimov@nuwm.edu.ua, o.v.shevchuk@nuwm.edu.ua)

### АСПЕКТИ ТЕОРІЇ ТУРБУЛЕНТНОГО РУХУ ПОТОКІВ У ТРУБОПРОВОДАХ

**Наведено результати теоретичних досліджень з розвитку теорії турбулентного руху води у трубопроводах, отриманих на основі аналізу експериментальних даних гідравлічних закономірностей турбулентних потоків. Запропоновано проводити оцінку їхніх параметрів за показниками молекулярної та турбулентної в'язкості із введенням у розрахунки умовної відносної товщини примежового шару на стінках трубопроводів. На цій основі уточнено напівемпіричні залежності для розподілу осереднених швидкостей у поперечних перетинах трубопроводів та отримано нові теоретичні залежності між основними параметрами турбулентних потоків у трубах. Їхню адекватність підтверджено відповідністю розрахункових величин осереднених швидкостей експериментальним даним, на основі яких було розроблено чинні нормативи для гідравлічних розрахунків водопровідних труб.**

**Ключові слова:** гідравлічні розрахунки; трубопроводи; турбулентні потоки.

**На сьогодні** теорія і практика гідравлічних розрахунків трубопроводів базується на постулатах напівемпіричної теорії турбулентності [1–3; 8], що оснований на теорії перенесення кількості руху і є відносно простою та наглядною. Її було започатковано у 20-х роках ХХ століття Л. Прандтлем, розвинуто Л. Карманом та експериментально підтверджено І. Нікурадзе. Отримана Л. Прандтлем логарифмічна залежність розподілу осереднених швидкостей для різних точок потоку у перетині труби, достатньо точно узгоджується із експериментальними даними, однак для крайніх точок епюри швидкостей теоретичні дані протирічать

реальним. Так, у центрі труби епіюра має точку перелому ( $du/dr \neq 0$ ), а на внутрішній поверхні стінки трубопроводу – функція прямує до мінус нескінченності.

Напівемпірична теорія турбулентного руху у трубопроводах отримала подальший розвиток у наукових працях провідних вчених (Ф. Кольбрук, Д. Тейлор, А. М. Колмогоров, Г. К. Філоненко, Ф. А. Шевельов, М. Д. Мілліонщиков, А. Д. Альтшуль, М. Ф. Федоров, Ю. М. Константинов, Л. Г. Лойцянский, М. М. Хлапук та багатьох інших) [1–10]. За результатами їхніх досліджень запропоновано уточнення до визначення окремих показників турбулентного руху у трубопроводах та ряд формул для їхніх гідравлічних розрахунків. Так, дослідження Ф. А. Шевельова показали, що опір у гідравлічно гладких трубах прямо не залежить від висоти виступів шорсткості, але на нього впливає хвилястість поверхні в'язкого підшарку та вид нерівностей стінок труби. А. М. Колмогоров, А. Д. Альтшуль почали розглядати вплив молекулярної та турбулентної в'язкості на дотичні напруження у турбулентному потоці. Отримані ними залежності мають теоретичне значення, але суттєво ускладнюють практичні розрахунки, а в окремих випадках, і подальший математичний аналіз змін показників турбулентності від зовнішніх впливових факторів. Дослідження, виконані під керівництвом професора М. М. Хлапука [5; 6], розкривають кінематичну структуру потоку при турбулентному режимі, отримано профіль розподілу загальної кінематичної в'язкості, що включає кінематичну в'язкість на внутрішній поверхні трубопроводу та кінематичну в'язкість між шарами потоку. На його основі отримано степеневу залежність профілю осередненої швидкості, яка відповідає граничним умовам на внутрішній поверхні та осі трубопроводу. Встановлено, що розподіл дотичних напружень у перетині труби змінюється не за лінійним, а криволінійним законом. Однак, для кожного виду шорсткості потрібно за експериментальними даними визначати щонайменше один коефіцієнт та один показник степеню, окремі залежності (відстань від осі до точок, що мають середню швидкість) задані у неявній формі. Потребують уточнення залежності місцезнаходження середньої швидкості та розподілу дотичних напружень як для гідравлічно гладких труб, так і з різними видами шорсткості.

**Метою** статті є аналіз впливу молекулярної та турбулентної в'язкості рідини на розподіл осереднених місцевих швидкостей у

перетинах трубопроводів та відповідності отриманих результатів експериментальним даним.

Дотичне напруження в будь-якій точці перерізу турбулентного потоку, перпендикулярного напрямку його руху, є сумою в'язкісної і турбулентної складових [1, п. 4.1; 3, С. 100] і визначається залежністю

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\bar{u}_x}{dy} + \varepsilon_T \cdot \frac{d\bar{u}_x}{dy}, \quad (1)$$

де  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини, кг/м·с, н·с/м<sup>2</sup>;

$\varepsilon_T$  – так звана «турбулентна в'язкість», яка залежить від пульсаційних складових осередненої швидкості в цій точці потоку  $\bar{u}_x$ ;

$y$  – відстань від стінки труби до точки потоку (рис. 1), м.

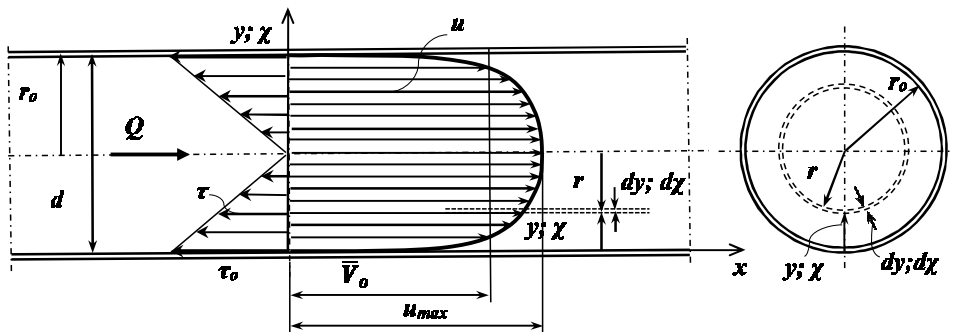


Рис. 1. Схема розподілу дотичних напружень  $\tau$  і швидкостей  $u$  при турбулентному русі рідини у трубопроводі

За напівемпіричною теорією турбулентності Прандтля – Кармана у межах турбулентного ядра нехтують в'язкісною складовою дотичних напружень [1–3], а залежність (1) набуває вигляду

$$\tau = \varepsilon_m \cdot \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \varepsilon_m \cdot \frac{u_*}{\kappa \cdot y}, \quad (2)$$

де  $\kappa$  – коефіцієнт пропорційності, який спочатку вважали за «універсальну постійну величину», однак, як показують досліді, він змінюється як у межах живого перерізу потоку, так і при зміні  $Re$  [1; 4; 7];

$u_*$  – динамічна швидкість, м/с,

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \bar{V}_o \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}}, \quad (3)$$

де  $\tau_o$  – дотичне напруження на стінці трубопроводу, н/м<sup>2</sup>;

$\rho$  – питома маса рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\bar{V}_o$  – середня швидкість руху рідини у перерізі труби, м/с;

$\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного тертя.

Із формули (2) турбулентна в'язкість  $\varepsilon_\tau$  становитиме

$$\varepsilon_m = \frac{\tau \cdot \varkappa \cdot y}{u_*} = \frac{\tau \cdot \varkappa \cdot \chi \cdot r_o}{u_*}, \quad (4)$$

де  $\chi$  – відносна відстань від стінки труби до заданого кільцевого перетину:  $\chi = y/r_o$ .

На підставі формул (1) і (4) отримано

$$\tau = (\mu + \varepsilon_m) \cdot \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \left( \mu + \frac{\tau \cdot \varkappa \cdot \chi \cdot r_o}{u_*} \right) \cdot \frac{d\bar{u}_x}{r_o \cdot d\chi}; \quad (5)$$

$$\tau \cdot r_o = \frac{\tau \cdot \varkappa \cdot r_o}{u_*} \cdot \left( \frac{\mu \cdot u_*}{\tau \cdot \varkappa \cdot r_o} + \chi \right) \cdot \frac{d\bar{u}_x}{d\chi}. \quad (6)$$

Звідки

$$\frac{u_*}{\varkappa} = (b_\chi + \chi) \cdot \frac{d\bar{u}_x}{d\chi}. \quad (7)$$

де  $b_\chi$  – параметр, що враховує вплив молекулярної в'язкості на розподіл осереднених швидкостей у перетині трубопроводу

$$b_\chi = \frac{\mu \cdot u_*}{\tau \cdot \varkappa \cdot r_o} = \frac{\rho \cdot \vartheta \cdot u_*}{\rho \cdot u_*^2 \cdot (1 - \chi) \cdot \varkappa \cdot r_o} = \frac{\vartheta}{\varkappa \cdot u_* \cdot (1 - \chi) \cdot r_o}, \quad (8)$$

де  $\rho$  – питома маса рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\vartheta$  – кінематична в'язкість рідини, м<sup>2</sup>/с.

Залежність (8) для параметра  $b_\chi$  отримано на підставі формул (3), (6) і (7) та враховуючи, що дотичні напруження у турбулентному потоці змінюються за лінійним законом (рис. 1)

$$\tau = \tau_o \cdot (1 - \chi). \quad (9)$$

На внутрішній поверхні трубопроводу (при  $\chi = 0$ ) залежність (8) для параметра  $b_\chi$  набуде вигляду

$$b_{\chi=0} = b = \frac{\vartheta}{\varkappa_p \cdot u_* \cdot r_o}, \quad (10)$$

де  $\kappa_p$  – коефіцієнт пропорційності, що враховує зміну дотичних напружень у примежовому шарі, у якому режими руху рідини близькі до ламінарного.

На відміну від примежового шару в основному потоці переважають турбулентні пульсації, тому для нього значення аналогічного коефіцієнта прийнято рівним  $\kappa = \kappa_o$ . Як показали багаточисельні розрахунки з аналізу експериментальних даних (рис. 2, 3 і 4), коефіцієнти  $\kappa_p \neq \kappa_o$  і залежать від виду і величини шорсткості, чисел Рейнольдса та діаметрів трубопроводів. Їхні значення встановлено за експериментальними даними.

Таким чином, для подальшого аналізу зміни осереднених місцевих швидкостей у перетині трубопроводу, приймаючи надалі  $u = \bar{u}_x$ , диференційне рівняння (7) має вигляд

$$\frac{du}{d\chi} = \frac{u_*}{\kappa_o \cdot (b + \chi)}. \quad (11)$$

Його розв'язок дозволяє отримати

$$du = \frac{u_* \cdot d\chi}{\kappa_o \cdot (b + \chi)}; \quad u = \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \int \frac{d\chi}{(b + \chi)} = \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln(b + \chi) + C, \quad (12)$$

де  $C$  – постійна, яку можна отримати двома шляхами:

1) при  $\chi = 1 - u = u_{max}$ :  $C = u_{max} - \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln(b + 1)$ , тоді

$$u = u_{max} - \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln\left(\frac{b + 1}{b + \chi}\right); \quad (13)$$

2) при  $\chi = 0 - u = 0$ :  $C = -\frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln(b)$  тоді

$$u = \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right). \quad (14)$$

Подальший аналіз підтвердив ідентичність формул (13) і (14) та їхню відповідність експериментальним даним. Ідентичність формул може бути підтверджена знаходженням максимальної швидкості  $u_{max}$  за кожною із них при  $\chi = 1$  та підстановкою із (14) у (13).

Вона становить

$$u_{max} = \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right). \quad (15)$$

Формула (13) за своєю структурою відповідає аналогічній формулі класичної напівемпіричної теорії турбулентного руху у трубопроводах [1–4]

$$u = u_{max} - \frac{u_*}{\chi_o} \cdot \ln\left(\frac{r_o}{y}\right). \quad (16)$$

Але більш простою і придатною для подальшого аналізу є формула (14). Її аналіз на крайові умови показує, що на стінці трубопроводу (при  $\chi = 0$ ) швидкість  $u = 0$ , а на осі труби (при  $\chi = 1$ ) перша похідна  $du/d\chi \neq 0$ . Тобто на осі труби, як і у класичній теорії, еюра швидкостей має точку перелому, а отже, крайова умова також не виконується. Однак, її більш проста форма, відповідність крайовій умові на внутрішній поверхні трубопроводу та експериментальним даним вказують на доцільність її застосування у розвиток теорії турбулентного руху в трубопроводах.

Новий параметр  $b$  у формулі (14) слід вважати умовною відносною товщиною примежового шару, яка із врахуванням формули (3) отримає залежність

$$b = \frac{\varrho}{\chi_p \cdot u_* \cdot r_o} = \frac{2 \cdot \varrho}{\chi_p \cdot \bar{V}_o \cdot 2 \cdot r_o \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{\chi_p \cdot Re \cdot \sqrt{\lambda}}, \quad (17)$$

де  $Re$  – число Рейнольдса:  $Re = \varrho / (\bar{V}_o \cdot d)$ ;  $d$  – діаметр трубопроводу:  $d = 2r_o$ .

Із формули (8) витікає, що на поверхні примежового шару зі сторони турбулентного ядра при  $\chi = 0$  відносна товщина примежового шару становитиме

$$b_o = \frac{\varrho}{\chi_o \cdot u_* \cdot r_o}. \quad (18)$$

З іншої сторони вона рівна

$$b_o = \frac{\delta_n}{r_o}, \quad (19)$$

де  $\delta_n$  – геометрична товщина примежового шару, мм, або, м, відповідно до одиниць вимірювання радіуса  $r_o$ .

На підставі формул (10), (17) і (18) отримано

$$\delta_n = b \cdot \frac{\chi_p}{\chi_o} \cdot r_o. \quad (20)$$

Для перевірки адекватності формул (13) і (14) було оброблено експериментальні дані [7], достовірність яких було підтверджено кількома поколіннями науковців та інженерів-гідравліків [1–4]. Для цього було оброблено отримані у лабораторних умовах масиви розподілу осереднених місцевих швидкостей у живих перетинах трубопроводів для сталевих ( $d = 16,0 - 302,0$  мм – 30 масивів  $u = f(\chi)$ ) і чавунних ( $d = 52,0 - 301,0$  мм – 18 масивів  $u = f(\chi)$ ) труб при різних значеннях середніх швидкостей  $\bar{V}_o$  та способах з'єднання [7]. За умови найкращого наближення аналітичних залежностей (13) і (14) до експериментальних точок визначено параметри  $\alpha_p$ ,  $\alpha_o$ ,  $b$  і  $\delta_{п.ш.}$ . Для цього, виходячи із формул (3), (15), (17) і (20), сформовано такі залежності

$$b = \frac{g}{\alpha_p \cdot \bar{V}_o \cdot r_o} \cdot \sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{\alpha_p \cdot Re \cdot \sqrt{\lambda}}; \quad (21)$$

$$\alpha_o = \frac{\bar{V}_o}{u_{max}} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}}; \quad (22)$$

$$\delta_n = b \cdot \frac{\alpha_p}{\alpha_o} \cdot r_o = \frac{1000 \cdot g}{\alpha_o \cdot \bar{V}_o} \cdot \sqrt{\frac{8}{\lambda}}. \quad (23)$$

Крім того, на основі формули (14) визначено:

- співвідношення між середньою  $\bar{V}_o$  і максимальною швидкостями  $u_{max}$

$$\frac{\bar{V}_o}{u_{max}} = \frac{\alpha_o \cdot \sqrt{\frac{8}{\lambda}}}{\ln\left(1 + \frac{1}{b}\right)}; \quad (24)$$

- відстань від стінки до точок із середньою швидкістю

$$\bar{\chi}_{cp} = b \cdot \left( e^{\alpha_o \cdot \sqrt{\frac{8}{\lambda}}} - 1 \right). \quad (25)$$

При визначенні зазначених параметрів величини середніх квадратичних відхилень між розрахунковими та експериментальними значеннями швидкостей  $u$  склали  $\Delta_{ср.кв} = 0,0005 \div 0,0042$ , і в основному не перевищували 0,3%. Абсолютні значення відхилень, в основному, становили  $0,02 \div 0,5\%$ . Найбільші відхилення, в окремих випадках, припадали на точки, розташовані біля стінок труб (до 10%), що можна пояснити великими

градієнтами швидкостей у пристінкових зонах та залежними від них вимогами до дуже точного розташування вимірjувальних напiрних трубок. До речi, аналогiчнi вiдхилення мали мiсце i при апроксимацiї залежностями  $u = f(y)$  класичної напiвемпiричної теорiї. Приклади вiдповiдностi залежностей (13) i (14) експериментальним даним та iхньому класичному аналогу (16) наведено на рис. 2 i 3.

Наведенi данi пiдтверджують практично цiлковите спiвпадiння результатiв розрахункiв за новими формулами (13) i (14) та вiдомою (16). Однак, вони дозволяють розширити дiапазон заходiв щодо оцiнки показникiв турбулентного руху рiдин у трубопроводах на основi додаткових залежностей (21)–(25), приклади яких, за проаналiзованими експериментальними даними, для сталевих i чавунних труб наведено на рис. 4–6.

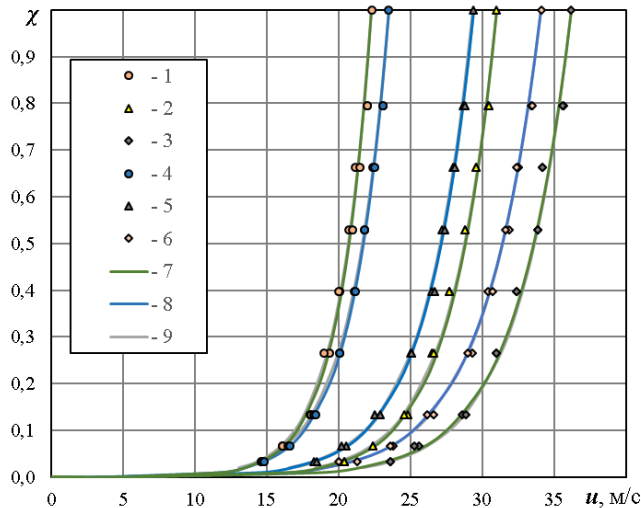


Рис. 2. Графіки розподілу осереднених місцевих швидкостей  $u$  у перетинах трубопроводів із сталевих труб ( $d = 302,0$  мм – випробування повітрям):

1 – 3 – експериментальні точки для труб без стиків із середніми швидкостями  $\bar{V}_0$ : 1 –  $\bar{V}_0 = 19,0$  м/с; 2 –  $\bar{V}_0 = 26,4$  м/с; 3 –  $\bar{V}_0 = 30,9$  м/с;

4 – 6 – те ж, зі стиками через 1,5 м: 4 –  $\bar{V}_0 = 19,7$  м/с; 5 –  $\bar{V}_0 = 24,7$  м/с;

6 –  $\bar{V}_0 = 28,6$  м/с; 7 і 8 – аналітичні залежності за формулою (14);

9 – те ж, за формулою (16)



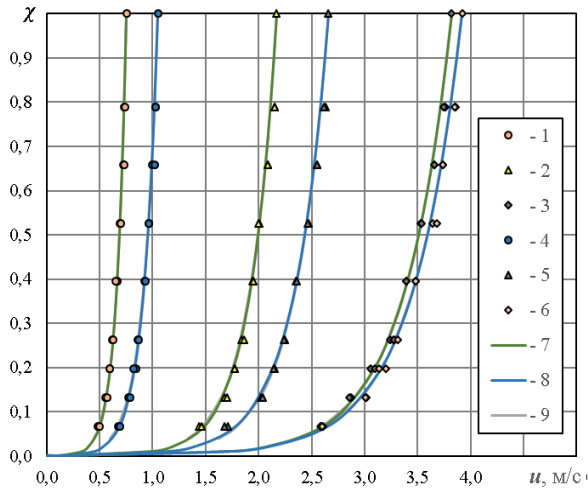


Рис. 3. Графіки розподілу осереднених місцевих швидкостей  $u$  у перетинах трубопроводів для чавунних труб ( $d = 152,0$  мм – випробування водою): 1 – 3 – експериментальні точки для труб зі стиками через 3,1 м із середніми швидкостями  $\bar{V}_o$ : 1 –  $\bar{V}_o = 0,616$ ; 2 –  $\bar{V}_o = 1,81$ ; 3 –  $\bar{V}_o = 3,17$ ; 4 – 6 – те ж, зі стиками через 0,775 м: 4 –  $\bar{V}_o = 0,855$ ; 5 –  $\bar{V}_o = 2,20$ ; 6 –  $\bar{V}_o = 3,25$  м/с; 7 і 8 – аналітичні залежності за формулою (14); 9 – те ж, за формулою (16)

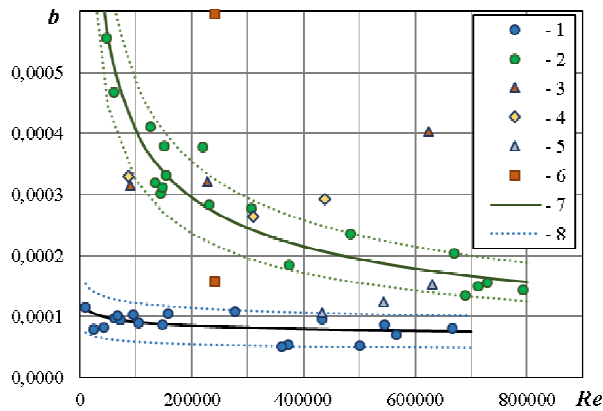


Рис. 4. Графіки залежностей  $b = f(Re)$ :

1 – експериментальні точки для нових сталевих труб без стиків  $d = 16 \div 302$  мм; 2 – те ж, для нових чавунних труб  $d = 52 \div 301$  мм довжиною  $l = 0,5 \div 3,1$  м; 3 – те ж, для нових сталевих труб  $d = 79$  мм зі стиками через 0,375 м; 4 – те ж, для  $d = 155,1$  мм зі стиками через 0,375 м; 5 – те ж, для  $d = 302,0$  мм зі стиками через 1,5 м; 6 – те ж, для труб  $d = 52,4$  мм із різними варіантами регулярної шорсткості; 7 – апроксимаційні лінії залежностей  $b = f(Re)$ , відповідно для нових чавунних та нових сталевих труб без стиків; 8 – границі діапазону граничних відхилень

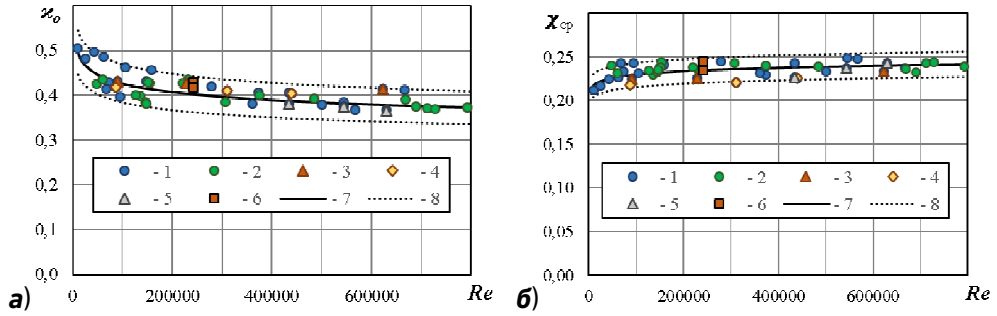


Рис. 5. Графіки залежностей: **а)  $\kappa_o = f(Re)$ ; б)  $\bar{\chi}_{cp} = f(Re)$**

1–8 – позначення такі ж, як і на рис. 4

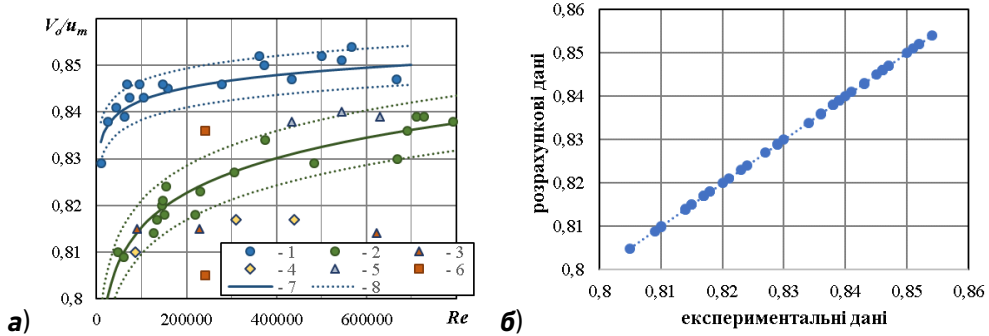


Рис. 6. Графіки залежностей: **а)  $\bar{V}_o / u_{max} = f(Re)$ ; б)  $\bar{V}_o / u_{max}$ ,**

розрахованих за формулою (24) і отриманих експериментальним шляхом:

1–8 – позначення такі ж, як і на рис. 4

Аналіз залежностей 21÷25 та рис. 4–6 показує, що визначальним параметром у них є умовна відносна товщина прилежового шару  $b$ , абсолютні величини якої суттєво залежать від величини і виду шорсткості. Так, дані рис. 4 засвідчують явну залежність  $b = f(Re)$  для нових чавунних та сталевих труб без стиків. Однак, для тих же сталевих труб, але зі стиками, значення  $b$  суттєво відрізняються від попередніх (позиції 3, 4 і 5). При цьому, чим менша відстань між стиками – тим більша різниця між  $b$  для труб без стиків і зі стиками. Для труб із різними варіантами регулярної шорсткості (розташування на внутрішній поверхні труби циліндриків діаметром 5 і висотою 2,4 мм у шаховому порядку) ця різниця є ще більшою – при зменшенні відстані між елементами шорсткості значення  $b$  (позиція 6) зростають від 0,00016 до 0,0038 (третья точка – за межами графіка). Відхилення від апроксимаційних ліній для труб з однаковим типом шорсткості вказує на суттєву залежність

параметрів  $b$  від величин окремих виступів та їхнього розташування на внутрішній поверхні труб.

Крім типу шорсткості, на зміну параметрів  $\kappa_p$ ,  $\kappa_o$ ,  $b$  і  $\delta_n$  впливають й інші фактори. Так, Ф. А. Шевельов експериментально встановив залежність коефіцієнта  $\kappa_o$  від діаметрів труб [7]. Така ж залежність існує і від інших факторів, зокрема, місцевих опорів у трубах [4; 8; 10]. Однак, більшість із них ще потребують додаткових як теоретичних, так і експериментальних досліджень. Наприклад, зміни залежностей  $\bar{V}_o / u_{max} = f(Re)$  (рис. 6, а) обумовлені не тільки типом шорсткості внутрішньої поверхні труб, що явно засвідчують дані для нових чавунних і сталевих труб без стиків. Наявність стиків (точки 3, 4 і 5) вносить суттєві зміни у ці величини. Крім того, суттєвий вплив мають і величини діаметрів, тобто відносна шорсткість труб  $\Delta/d$  [1; 2; 7; 8]. При цьому, слід відмітити, що наведені значення  $\bar{V}_o / u_{max}$ , отримані експериментальним шляхом у лабораторних умовах, і похибки їх визначення були зведені до мінімуму. Підтвердженням цього та доцільності застосування параметра  $b$  у формулах (13) і (14) є абсолютне співпадіння значень  $\bar{V}_o / u_{max}$ , отриманих в ході експериментів та розрахунками за формулами (24) (рис. 6, б).

Для знаходження залежності коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$  від параметрів  $b$  і  $\kappa_o$  на основі формули (14) визначено середню швидкість у перетині трубопроводу  $\bar{V}_o$ . Для цього, відповідно до схеми рис. 1, розраховано витрату води у живому перетині

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{r_o} u \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = 2\pi \cdot r_o^2 \cdot \int_1^0 u \cdot (\chi - 1) \cdot d\chi = \\ &= 2\pi \cdot r_o^2 \cdot \int_1^0 (\chi - 1) \cdot \frac{u_*}{\kappa_o} \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \cdot d\chi = \frac{2\pi \cdot u_* \cdot r_o^2}{\kappa_o} \cdot \int_1^0 (\chi - 1) \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \cdot d\chi = \\ &= \frac{2\pi \cdot u_* \cdot r_o^2}{\kappa_o} \cdot \left[ \int_1^0 \chi \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \cdot d\chi - \int_1^0 \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \cdot d\chi \right] = \\ &= \frac{2\pi \cdot u_* \cdot r_o^2}{\kappa_o} \cdot \left[ \frac{1}{4} \cdot \left( 2\chi^2 \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) - 2b^2 \cdot \ln(\chi + b) - (\chi + b)^2 \right) + b\chi - \right. \\ &\quad \left. - b \cdot \left( \left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{\chi}{b}\right) - \left(1 + \frac{\chi}{b}\right) \right) \right]_1^0 = \end{aligned}$$

$$= \frac{2\pi \cdot u_* \cdot r_o^2}{\varkappa_o} \cdot \left[ -\frac{b^2}{2} \cdot \ln(b) - \frac{b^2}{4} + b - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) + \frac{b^2}{2} \cdot \ln(1+b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \cdot (1+b)^2 - b + (1+b) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - (1+b) \right] = \\ = \frac{\pi \cdot u_* \cdot r_o^2}{\varkappa_o} \cdot \left[ (1+b)^2 \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - b - 1,5 \right]; \quad (26)$$

$$\bar{V}_o = \frac{Q}{\pi \cdot r_o^2} = \frac{u_*}{\varkappa_o} \cdot \left[ (1+b)^2 \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - b - 1,5 \right]. \quad (27)$$

Нехтуючи дуже малими значеннями величин  $b$  у порівнянні із їхніми сумами із 1,0 та 1,5 ( $b \ll 0,001$ , див. рис. 4) та приймаючи значення динамічної швидкості за формулою (3), отримаємо

$$\bar{V}_o = \frac{\bar{V}_o}{\varkappa_o} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \cdot \left[ \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - 1,5 \right], \quad (28)$$

звідки

$$\lambda = \frac{8 \cdot \varkappa_o^2}{\left[ \ln\left(1 + \frac{1}{b}\right) - 1,5 \right]^2}. \quad (29)$$

Похибка за рахунок нехтування параметрами  $b$  у формулах (27)÷(29) при розрахунках величин  $\bar{V}_o$  складає (0,002÷0,2)%, а  $\lambda$  – (0,004÷0,4)% при значеннях  $b = 0,00001 \div 0,001$ . Формула (29) може бути прийнятною для подальшого теоретичного аналізу залежностей між параметрами турбулентного руху рідин у трубопроводах та для обчислень коефіцієнтів гідравлічного тертя.

**Висновки.** Оцінку закономірностей між параметрами турбулентного руху потоків у трубопроводах проведено за показниками молекулярної та турбулентної в'язкості із введенням у розрахунки умовної відносної товщини примежового шару на стінках трубопроводів. Отримано уточнені формули (13) і (14) для розподілу осереднених швидкостей у поперечних перетинах трубопроводів та нові теоретичні залежності (21)÷(25) між основними параметрами турбулентних потоків у трубах. Їхня адекватність підтверджена відповідністю розрахункових величин осереднених швидкостей великому масиву експериментальних даних, які було закладено в основу чинних нормативів для гідравлічних розрахунків водопровідних труб.

**1.** Справочник по гидравлике. Большаков В. А., Константинов Ю. М., Попов В. Н. и др. / Киев : Вища школа, 1984. 343 с. **2.** Константинов Ю. М., Гіжа О. О. Технічна механіка рідин та газу : підручник. Київ : Вища школа, 2002. 277 с. **3.** Рогалевич Ю. П. Гідравліка : підручник. Київ : Вища школа, 2010. 431 с. **4.** Ткачук О. А. Гідравлічні розрахунки трубопровідних систем водопостачання та водовідведення : монографія. Рівне : НУВГП, 2022. 183 с. **5.** Хлапук М. М., Мошинський В. С., Безусяк О. В., Волк Л. Р. До розвитку теорії руху потоку в трубопроводах при турбулентному режимі. *Вісник НУВГП. Технічні науки.* 2019. Вип. 3(87). С. 3–18. **6.** Хлапук М. М., Мошинський В. С. Безусяк О. В. Волк Л. Р. Дослідження профілю осередненої швидкості потоку в трубопроводах при турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору. *Вісник НУВГП. Технічні науки.* 2020. Вип. 1(89). С. 3–11. **7.** Шевелев Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М. : Стройиздат, 1953. 208 с. **8.** Brkić D. A note on explicit approximations to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2016. Vol. 93. Pp. 513–515. URL: <https://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.109> (дата звернення: 10.02.2023). **9.** Fluid Flow Friction Loss – Hazen-Williams Coefficients. URL: [https://www.engineeringtoolbox.com/hazen-williams-coefficients-d\\_798.html](https://www.engineeringtoolbox.com/hazen-williams-coefficients-d_798.html) (дата звернення: 10.02.2023). **10.** Shaikh M. M., Massan S. R., Wagan A. I. A new explicit approximation to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2015. Vol. 88. Pp. 538–543.

## REFERENCES:

**1.** Spravochnik po gidravlike. Bolshakov V. A., Konstantinov Yu. M., Popov V. N. i dr. / Kiev : Vischa shkola, 1984. 343 s. **2.** Konstantynov Yu. M., Hizha O. O. Tekhnichna mekhanika ridyn ta hazu : pidruchnyk. Kyiv : Vyshcha shkola, 2002. 277 s. **3.** Rohalevych Yu. P. Hidravlika : pidruchnyk. Kyiv : Vyshcha shkola, 2010. 431 s. **4.** Tkachuk O. A. Hidravlichni rozrakhunky truboprovodnykh system vodopostachannia ta vodovidvedennia : monohrafiia. Rivne : NUVHP, 2022. 183 s. **5.** Khlapuk M. M., Moshynskiy V. S., Bezusiak O. V., Volk L. R. Do rozvytku teorii rukhu potoku v truboprovodakh pry turbulentnomu rezhymi. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky.* 2019. Vyp. 3(87). S. 3–18. **6.** Khlapuk M. M., Moshynskiy V. S. Bezusiak O. V. Volk L. R. Doslidzhennia profilii oseredненоi shvydkosti potoku v truboprovodakh pry turbulentnomu rezhymi v oblasti hidravlichno hladkoho oporu. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky.* 2020. Vyp. 1(89). S. 3–11. **7.** Shevelev F. A. Issledovanie osnovnyih gidravlicheskih zakonemernostey turbulentnogo dvijeniya v trubah. M. : Stroyizdat, 1953. 208 s. **8.** Brkić D. A note on explicit approximations to Colebrook's friction

factor in rough pipes under highly turbulent cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 93. Pp. 513–515. URL: <https://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.109> (data zvernennia: 10.02.2023). **9.** Fluid Flow Friction Loss – Hazen-Williams Coefficients. URL: [https://www.engineeringtoolbox.com/hazen-williams-coefficients-d\\_798.html](https://www.engineeringtoolbox.com/hazen-williams-coefficients-d_798.html) (data zvernennia: 10.02.2023). **10.** Shaikh M. M., Massan S. R., Wagan A. I. A new explicit approximation to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 88. Pp. 538–543.

---

**Tkachuk O. A., Doctor of Engineering, Professor, Gerasimov Ie. G., Doctor of Engineering, Professor, Shevchuk O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.)** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

### **ASPECTS OF THE THEORY OF TURBULENT FLOW MOVEMENT IN PIPELINES**

**The results of theoretical studies on the development of the theory of turbulent water movement in pipelines obtained on the basis of the analysis of experimental data of hydraulic regularities of turbulent flows. It is proposed to evaluate their parameters according to the indicators of molecular and turbulent viscosity with the introduction into the calculations of the conditional relative thickness of the adjacent layer on the walls of the pipelines. On this basis, semi – empirical dependencies for the distribution of focused velocities in the cross – section of pipelines are specified and new theoretical dependencies were obtained between the basic parameters of turbulent flows in the pipes. Their adequacy is confirmed by the compliance of the estimated values of the focused rates by experimental data, on the basis of which the current standards for hydraulic calculations of water pipes were developed.**

**Keywords:** hydraulic calculations; pipelines; turbulent flows.

---