УДК 517.956 https://doi.org/10.31713/vt3201910

Прохоренко М. В., к.ф.-м.н., доцент, Прохоренко С. В., д.т.н., професор (Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів), **Мороз М. В., к.ф.-м.н., доцент, Соляк Л. В., ст. викладач** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ЗАДАЧА З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ ДЛЯ ОДНОГО РІВНЯННЯ КОЛИВАНЬ СТРУНИ

Досліджено процес коливання струни з імпульсною дією при досягненні енергії коливання струни заданого критичного рівня. Визначено умови існування розв'язків, для яких імпульсна дія відбувається нескінчену кількість разів та записано вигляд розв'язків.
Ключові слова: **диференціальні рівняння, імпульсна дія, коливання зі зворотною дією.**

Вступ. Для певної низки задач виникає необхідність дослідження механічних систем, що знаходяться під дією «миттєвих» сил. Приклади задач можна знайти в роботах [1-5]. Дослідження математичних моделей такого типу процесів приводить до вивчення диференціальних рівнянь з імпульсною дією [6]. У статті [5] розглядається задача про коливання струни з імпульсною дією у фіксовані моменти часу, у статтях [2; 3] – задача про коливання струни з розсіюванням енергії, де імпульсна зміна процесу відбувається в моменти часу, коли повна енергія системи приходить до заданого критичного рівня. Тобто, моменти імпульсів визначаються самим процесом. Дана робота продовжує дослідження [2; 3] та розглядає задачу для іншого рівняння коливання струни, змінюючи закони імпульсної дії. Для такої задачі визначено умови існування розв'язків, для яких імпульсна дія відбувається нескінчену кількість разів та записано вигляд розв'язків.

Постановка задачі. Коливання струни задамо рівнянням

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2\nu u_t - bu \quad \left(0 \le x \le l, 0 \le t < \infty\right), \tag{1}$$

початковими

$$u\left(x,0\right) = \varphi_0\left(x\right), \quad u_t\left(x,0\right) = \psi_0\left(x\right) \quad \left(0 \le x \le l\right) \tag{2}$$

та граничними умовами

$$u_x\left(0,t\right) - hu\left(0,t\right) = 0, \quad u_x\left(l,t\right) + hu\left(l,t\right) = 0 \quad \left(0 \le t < \infty\right), \tag{3}$$

де $u(x,t)$ – зміщення струни в момент часу t; $a,b,c,v,l,h = const > 0$, $\varphi_0 \in C^2[0,l]$, має кусково-неперервну на $[0,l]$ похідну третього порядку та задовольняє умовам $\varphi_0(0) = \varphi_0(l) = 0,\ \varphi_0''(0) = \varphi_0''(l) = 0$; функція $\psi_0 \in C^1[0,l]$, має кусково-неперервну на $[0,l]$ похідну другого порядку та задовольняє умовам $\psi_0(0) = \psi_0(l) = 0$. Для узгодженості початкових та граничних умов вимагаємо $\varphi_0'(0) = \varphi_0'(l) = 0$.

За регулюючий функціонал візьмемо повну енергію коливання струни $E_u(t)$, яка визначається зі співвідношення [7]:

$$E_u(t) = \frac{1}{2}\int_0^l \left((au_x)^2 + (u_t)^2\right)dx + \frac{a^2 h}{2}\left(u^2(0,t) + u^2(l,t)\right) \tag{4}$$

з критичним значенням $E_0 > 0$ та імпульсним законом

$$\begin{aligned} &\left(u(x,t+0) - u(x,t-0)\right)\Big|_{E_u(t)=E_0} = \alpha(x), \\ &\left(u_t(x,t+0) - u_t(x,t-0)\right)\Big|_{E_u(t)=E_0} = \beta(x) \quad (0 \le x \le l), \end{aligned} \tag{5}$$

де $\alpha \in C^2[0,l], \beta \in C^1[0,l]$ – задані функції, причому $\alpha\big|_{x=0,l} = \beta\big|_{x=0,l} = 0$, $\alpha'\big|_{x=0,l} = 0$, $\alpha''\big|_{x=0,l} = 0$, третя похідна функції α та друга похідна функції β є кусково-неперервні на $[0,l]$.

Отже, повна постановка задачі складається зі співвідношень (1)-(4) причому рівності (1)-(3) справедливі тільки у випадку $E_u(t) \ne E_0$. Якщо $E_u(0) = E_0$, то в умові (4) розглядаємо $\varphi_0(x)$ замість $u(x,t-0)$, $\psi_0(x)$ замість $u_t(x,t-0)$ та 0 замість $t-0$.

Через $t_k, k \in \mathbb{N}$ позначимо моменти імпульсної дії, тобто моменти коли $E_u(t_k) = E_0$.

Під розв'язком задачі (1)-(3), (5) розуміємо функцію $u = u(x,t)$ двічі неперервно диференційовану за змінними x,t в кожній області $D_k = \left\{(x,t) \middle| x \in [0,l], t \in (t_k, t_{k+1}), E_u(t) \ne E_0, t_0 = 0\right\}$, $k = 0,1,2,\ldots$, крім того функція u та її похідна u_t неперервні зліва в точках $t = t_k, k \in \mathbb{N}$.

Розв'язок задачі (1)-(3), (5) існує, єдиний та визначений в області $D = \bigcup_{k=0}^{\infty} D_k$ як розв'язок задачі (1), (3) для рівняння коливань струни в кожній області $D_k = \left\{(x,t) \middle| x \in [0,l], t \in (t_k, t_{k+1}), E_u(t) \ne E_0, t_0 = 0\right\}$,

$k=0,1,2,\ldots$ з початковими умовами (2) для $k=0$ та початковою умовою

$$\varphi_k(x)=u(x,t_k)+\alpha(x),\psi_k(x)=u_t(x,t_k)+\beta(x),\ x\in[0,l],$$

для $k=1,2,\ldots$.

Асимптотична поведінка моментів імпульсів

Теорема. *Якщо* $E_u(0)\geq E_0$, $\int_0^l\left(a^2\alpha_x^2(x)+\beta^2(x)\right)dx>8E_0$, *то* $t_k\to+\infty$ *при* $k\to+\infty$.

Доведення. Розв'язок задачі (1)-(3) має вигляд

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}R_{0n}(t)\sin(\lambda_n x+\theta_n),$$

де

$$R_{0n}(t)=\begin{cases} e^{-vt}(\varphi_{0n}+\psi_{0n}t), & npu \quad v^2=(a\lambda_n)^2+b,\\ e^{-vt}(\varphi_{0n}ch\omega_n t+\psi_{0n}sh\omega_n t), & npu \quad v^2>(a\lambda_n)^2+b,\\ e^{-vt}(\varphi_{0n}cos\omega_n t+\psi_{0n}sin\omega_n t), & npu \quad v^2<(a\lambda_n)^2+b,\end{cases} \quad (6)$$

$$\omega_n=\begin{cases}\sqrt{v^2-(a\lambda_n)^2-b}, & npu \quad v^2>(a\lambda_n)^2+b,\\ \sqrt{(a\lambda_n)^2+b-v^2}, & npu \quad v^2<(a\lambda_n)^2+b,\end{cases}$$

λ_n та $X_n(x)=\sin(\lambda_n x+\theta_n)$ – відповідно власні значення і власні функції задачі: $X''(x)+\lambda^2X(x)=0$, $X'(0)-hX(0)=0$, $X'(l)+hX(l)=0$, $X_n(x)$ утворюють ортогональну систему функцій на $[0,l]$, λ_n – додатні корені рівняння $tg\lambda l=\dfrac{2\lambda h}{\lambda^2-h^2}$, $\lambda_n=O(\pi n)$ при $n\to+\infty$, $\theta_n=actg\dfrac{\lambda_n}{h}$.

Справедливі співвідношення

$$\varphi_{0n}=\frac{2\left(\lambda_n^2+h^2\right)}{\left(\lambda_n^2+h^2\right)l+2h}\int_0^l\varphi(x)\sin(\lambda_n x+\theta_n)dx,$$

$$\psi_{0n}\omega_n=v\varphi_{0n}+\frac{2\left(\lambda_n^2+h^2\right)}{\left(\lambda_n^2+h^2\right)l+2h}\int_0^l\psi(x)\sin(\lambda_n x+\theta_n)dx,$$

$$\omega_n=1, \text{ для } v^2=(a\lambda_n)^2+b.$$

Тоді, згідно з (4), енергію коливання струни у момент часу *t* можна представити у вигляді

$$E_u(t)=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\Big(R_{0n}^2(t)\big(\lambda_n\sin(\lambda_n l)\cos(\lambda_n l+2\theta_n)+\lambda_n^2 l+ \\ +h\Big(\sin^2(\lambda_n l+\theta_n)+\sin^2\theta_n\Big)\Big)+S_{0n}^2(t)\frac{\lambda_n l-\sin(\lambda_n l)\cos(\lambda_n l+2\theta_n)}{\lambda_n}\Big), \quad (7)$$

де $R_{0n}(t)$ визначаємо із співвідношень (6), а $S_{0n}(t)$ із

$$S_{0n}(t)=\begin{cases} e^{-\nu t}\left(\psi_{0n}-\nu\varphi_{0n}-\nu\psi_{0n}t\right), & при \quad \nu^2=(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left((\omega_n\psi_{0n}-\nu\varphi_{0n})ch\omega_n t-\right. & \\ \left.-(\nu\psi_{0n}-\omega_n\varphi_{0n})sh\omega_n t\right), & при \quad \nu^2>(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left((\omega_n\psi_{0n}-\nu\varphi_{0n})cos\omega_n t-\right. & \\ \left.-(\nu\psi_{0n}-\omega_n\varphi_{0n})sin\omega_n t\right), & при \quad \nu^2<(a\lambda_n)^2+b. \end{cases} \quad (8)$$

Згідно накладених умов при постановці задачі на функції φ_0,ψ_0, ряд у співвідношенні (7) збігається рівномірно [7]. Тому $E_u(t)\to 0$ при $t\to+\infty$ за рахунок множника $e^{-\nu t}$. Тобто енергія коливання струни з плином часу розсіюється і при заданому E_0 можливі випадки:

а) $E_u(0)<E_0$, тоді імпульси відсутні і $E_u(t)\to 0$ при $t\to+\infty$;

б) $E_u(0)\ge E_0$, тоді існує момент часу $t=t_1\ge 0$ коли здійснюється перший імпульс. Момент t_1 шукаємо з рівняння

$$\sum_{n=1}^{\infty}\Big(R_{0n}^2(t)\big(\lambda_n\sin(\lambda_n l)\cos(\lambda_n l+2\theta_n)+h\Big(\sin^2(\lambda_n l+\theta_n)+\sin^2\theta_n\Big)+ \\ +\lambda_n^2 l\Big)+S_{0n}^2(t)\frac{\lambda_n l-\sin(\lambda_n l)\cos(\lambda_n l+2\theta_n)}{\lambda_n}\Big)=4E_0.$$

При $E_u(t-0)=E_0$ розпишемо

$$E_u(t+0)=\frac{1}{2}\int_0^l\Big(a^2\left(u_x(x,t-0)+\alpha_x(x)\right)^2+\left(u_t(x,t-0)+\beta(x)\right)^2\Big)dx+ \\ +\frac{a^2}{2}\Big(h_2\left(u(l,t-0)+\alpha(l)\right)^2+h_1\left(u(0,t-0)+\alpha(0)\right)^2\Big)\ge \\ \ge\frac{1}{4}\int_0^l\Big(a^2\alpha_x^2(x)+\beta^2(x)\Big)dx+\frac{a^2}{2}\Big(h_2u^2(l,t-0)+h_1u^2(0,t-0)\Big)-$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^l\left(a^2\left(u_x\left(x,t-0\right)\right)^2+\left(u_t\left(x,t-0\right)\right)^2\right)dx\ge\frac{1}{4}\int_0^l\left(a^2\alpha_x^2\left(x\right)+\beta^2\left(x\right)\right)dx-E_0.$$

А тому, для забезпечення існування нескінченої послідовності імпульсів при заданих E_0,α,β, вимагаємо виконання нерівності

$$E_0<\frac{1}{8}\int_0^l\left(a^2\alpha_x^2\left(x\right)+\beta^2\left(x\right)\right)dx. \tag{9}$$

Для $t>t_1$ розв'язуємо задачу (1), (3), а замість умов (2), з урахуванням (4), маємо умови

$$u\left(x,0\right)=\varphi_1\left(x\right)+\alpha\left(x\right),\quad u_t\left(x,0\right)=\psi_1\left(x\right)+\beta\left(x\right),$$

де $0\le x\le l$, $\varphi_1\left(x\right)=\sum_{n=1}^{\infty}R_{1n}\left(t_1\right)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right)$,

$\psi_1\left(x\right)=\sum_{n=1}^{\infty}S_{1n}\left(t_1\right)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right)$.

Тоді розв'язок задачі (1)-(3), (5) при $t>t_1$ набуде вигляду

$$u\left(x,t\right)=\sum_{n=1}^{\infty}R_{1n}\left(t\right)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right),$$

де

$$R_{1n}\left(t\right)=\begin{cases} e^{-vt}\left(R_{0n}\left(t_1\right)+\alpha_n+t\left(S_{0n}\left(t_1\right)+\beta_n\right)\right), & при\quad v^2=\left(a\lambda_n\right)^2+b,\\ e^{-vt}\left(\left(R_{0n}\left(t_1\right)+\alpha_n\right)ch\omega_n t+\right.\\ \left.+\left(S_{0n}\left(t_1\right)+\beta_n\right)\right)sh\omega_n t, & при\quad v^2>\left(a\lambda_n\right)^2+b,\\ e^{-vt}\left(\left(R_{0n}\left(t_1\right)+\alpha_n\right)cos\omega_n t+\right.\\ \left.+\left(S_{0n}\left(t_1\right)+\beta_n\right)\right)sin\omega_n t, & при\quad v^2<\left(a\lambda_n\right)^2+b,\end{cases}$$

а енергія коливання струни визначена рівнянням

$$\begin{gathered}E_u\left(t\right)=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(R_{1n}^2\left(t\right)\left(\lambda_n\sin\left(\lambda_n l\right)\cos\left(\lambda_n l+2\theta_n\right)+\lambda_n^2 l+\right.\right.\\ \left.\left.+h\left(\sin^2\left(\lambda_n l+\theta_n\right)+\sin^2\theta_n\right)\right)+S_{1n}^2\left(t\right)\frac{\lambda_n l-\sin\left(\lambda_n l\right)\cos\left(\lambda_n l+2\theta_n\right)}{\lambda_n}\right),\end{gathered} \tag{10}$$

в якому

$$S_{1n}(t)=\begin{cases} e^{-vt}\left(\left(1-vt\right)\left(S_{0n}(t)+\beta_n\right)-v\left(R_{0n}(t_1)+\alpha_n\right)\right), & npu \quad v^2=(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-vt}\left(\left(R_{0n}(t)+\alpha_n\right)\left(\omega_n sh\omega_n t-vch\omega_n t\right)+\right. \\ \left.+\left(S_{0n}(t)+\beta_n\right)\left(\omega_n ch\omega_n t-vsh\omega_n t\right)\right), & npu \quad v^2>(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-vt}\left(\left(S_{0n}(t)+\beta_n\right)\left(\omega_n cos\omega_n t-v\sin\omega_n t\right)-\right. \\ \left.-\left(R_{0n}(t)+\alpha_n\right)\left(\omega_n sin\omega_n t+v\cos\omega_n t\right)\right), & npu \quad v^2<(a\lambda_n)^2+b, \end{cases}$$

$$\alpha_n=\frac{2\left(\lambda_n^2-h^2\right)}{\left(\lambda_n^2+h^2\right)l+2h}\int_0^l \alpha(x)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right)dx,$$

$$\beta_n\omega_n=v\alpha_n+\frac{2\left(\lambda_n^2+h^2\right)}{\left(\lambda_n^2+h^2\right)l+2h}\int_0^l \beta(x)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right)dx.$$

Ряд у правій частині формули (10) збіжний рівномірно за рахунок умов для функцій α,β та φ_0,ψ_0. Звідси $E_u(t)\to 0$ при $t\to+\infty$. Тобто існує наступний момент часу $t_2\left(t_2>t_1\right)$, коли $E_u\left(t_2\right)=E_0$.

При заданих α,β,E_0 виконання нерівності (9) забезпечує існування нескінченої послідовності імпульсів, моменти виникнення яких позначимо $t_1(\geq 0)<t_2<t_3<\ldots$ Теорема доведена.

Продовжуючи подібним чином міркування, одержимо вигляд розв'язку задачі (1)-(3), (5) для $t_k\leq t\leq t_{k+1}$:

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}R_{kn}(t)\sin\left(\lambda_n x+\theta_n\right) \qquad (11)$$

та рівняння для знаходження t_{k+1} моменту імпульсу

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(R_{kn}^2\left(t_{k+1}\right)\left(\lambda_n\sin\left(\lambda_n l\right)\cos\left(\lambda_n l+2\theta_n\right)+h\left(\sin^2\left(\lambda_n l+\theta_n\right)+\sin^2\theta_n\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\lambda_n^2 l\right)+S_{kn}^2\left(t_{k+1}\right)\frac{\lambda_n l-\sin\left(\lambda_n l\right)\cos\left(\lambda_n l+2\theta_n\right)}{\lambda_n}\right)=4E_0,$$

де

$$R_{kn}(t)=\begin{cases} e^{-\nu t}\left(R_{k-1,n}(t_1)+\alpha_n+t\left(S_{k-1,n}(t_1)+\beta_n\right)\right), & при\quad \nu^2=(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left(\left(R_{k-1,n}(t_1)+\alpha_n\right)ch\omega_n t+\right. \\ \left.+\left(S_{k-1,n}(t_1)+\beta_n\right)\right)sh\omega_n t, & при\quad \nu^2>(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left(\left(R_{k-1,n}(t_1)+\alpha_n\right)cos\omega_n t+\right. \\ \left.+\left(S_{k-1,n}(t_1)+\beta_n\right)\right)sin\omega_n t, & при\quad \nu^2<(a\lambda_n)^2+b, \end{cases}$$

$$S_{kn}(t)=\begin{cases} e^{-\nu t}\left((1-\nu t)\left(S_{k-1,n}(t)+\beta_n\right)-\right. \\ \left.-\nu\left(R_{k-1,n}(t_1)+\alpha_n\right)\right), & при\quad \nu^2=(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left(\left(R_{k-1,n}(t)+\alpha_n\right)(\omega_n sh\omega_n t-\nu ch\omega_n t)+\right. \\ \left.+\left(S_{k-1,n}(t)+\beta_n\right)(\omega_n ch\omega_n t-\nu sh\omega_n t)\right), & при\quad \nu^2>(a\lambda_n)^2+b, \\ e^{-\nu t}\left(\left(S_{k-1,n}(t)+\beta_n\right)(\omega_n cos\omega_n t-\nu\sin\omega_n t)-\right. \\ \left.-\left(R_{k-1,n}(t)+\alpha_n\right)(\omega_n sin\omega_n t+\nu\cos\omega_n t)\right), & при\quad \nu^2<(a\lambda_n)^2+b \end{cases}$$

для $k=1,2,\ldots$, а $R_{0n}(t)$ та $S_{0n}(t)$ визначені формулами (6) та (8).

Висновки. Отже, визначена формулою (11) функція u неперервна в області $D=\left\{(x,t): x\in[0,l], t\in\bigcup_{k=0}^{\infty}(t_k,t_{k+1})\right\}$, має розриви першого роду при $t=t_k$ $(k=1,2,\ldots)$, задовольняє початкові і граничні умови (2) та умови імпульсної дії (5). Крім того, функція u задовольняє рівнянню коливання струни в області $\tilde{D}=\left\{(x,t): x\in(0,l), t\in\bigcup_{k=0}^{\infty}(t_k,t_{k+1})\right\}$, оскільки ряди, одержані з (11) почленним диференціюванням два рази по x та t збігаються абсолютно і рівномірно в області $\tilde{D}$.

1. Мышкис А. Д. Процесс теплопроводности с авторегулируемой импульсной поддержкой. *Автоматика и телемеханика*. 1995. № 2. С. 35–43.
2. Myshkis A. D. Vibrations of the string with energy dissipation and impulsive feedback support. *Nonlin. Anal., Theory, Meth Appl*. 1996. Vol. 26, № 7. P. 1271–

1278. **3.** Мышкис А. Д. Автоколебания струны с импульсной обратной связью. *Дифференц. уравнения*. 1998. 34, № 12. С. 1640–1644. **4.** Самойленко В. Г., Хомченко Л. В. Крайова задача Неймана для сингулярно збуреного рівняння теплопровідності з імпульсною дією. *Нелінійні коливання*. 2005. Т. 8, № 1. С. 89–123. **5.** Елгондиев К. К., Хасанов М. Колебания струны с импульсным воздействием. *Крайові задачі для диф. р-нь* : зб. наук. пр. Чернівці : Прут, 2006. Вип. 13. С. 96–102. **6.** Samoilenko A. M., Perestyuk N. A., Charovsky Y. Impulsive differential equations. Vol. 14. *Singapore: World Scientific*. 1995. 462 p. **7.** Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М. : Наука. 1966. 724 с.

REFERENCES:

1. Myshkis A. D. Protsess teploprovodnosti s avtorehuliruemoi impulsnoi podderzhkoi. *Avtomatika i telemekhanika*. 1995. № 2. S. 35–43. **2.** Myshkis A. D. Vibrations of the string with energy dissipation and impulsive feedback support. *Nonlin. Anal.*, *Theory*, *Meth Appl*. 1996. Vol. 26, № 7. P. 1271–1278. **3.** Myshkis A. D. Avtokolebaniia struny s impulsnoi obratnoi sviaziu. *Differents. uravneniia*. 1998. 34, № 12. S. 1640–1644. **4.** Samoilenko V. H., Khomchenko L. V. Kraiova zadacha Neimana dlia synhuliarno zburenoho rivniannia teploprovidnosti z impulsnoiu diieiu. *Neliniini kolyvannia*. 2005. T. 8, № 1. S. 89–123. **5.** Elhondiev K. K., Khasanov M. Kolebaniia struny s impulsnym vozdeistviem. *Kraiovi zadachi dlia dyf. r-n* : zb. nauk. pr. Chernivtsi : Prut, 2006. Vyp. 13. S. 96–102. **6.** Samoilenko A. M., Perestyuk N. A., Charovsky Y. Impulsive differential equations. Vol. 14. *Singapore: World Scientific*. 1995. 462 p. **7.** Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Uravneniia matematycheskoi fiziki. M. : Nauka. 1966. 724 s.

Prokhorenko M. V., Candidate of Physico-Mathematical Sciences (Ph.D.), Associate Professor, **Prokhorenko S. V., Doctor of Engineering, Professor** (Lviv Polytechnic National University), **Moroz M. V., Candidate of Physico-Mathematical Sciences (Ph.D.), Associate Professor, Soliak L. V., Senior Lecturer** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

PROBLEM WITH IMPULSE ACTION FOR A SINGLE EQUATION OF THE STRINGS FLUCTUATION

The development of modern science and technology requires the study of problems for differential equations describing processes with short-term changes, or which are influenced by external forces, the duration of which can be neglected when compiling relevant mathematical models. Such tasks are found in thermophysics, mechanics, chemical technologies, biology, management theory and

other branches of science and technology, where they study processes under the influence of short-term forces and called systems with impulse action. Such systems contain differential equations, an equation describing gaps in the first kind at moments of impulse action and impulse conditions. The presence of impulse action substantially changes and complicates the behavior of the trajectories of such problems, even for relatively simple differential equations. The study of differential equations with impulse action began with the development of nonlinear mechanics and attracted the attention of many researchers to the possibility to really describe the processes in nonlinear systems. In spite of the large number of works devoted to various questions of the theory of differential equations with impulse action, a large number of problems of the qualitative theory of such equations remain open for many cases. There is the influence of impulse action in fixed and non-fixed moments of time. In this paper we consider the process of oscillation of a string with instantaneous increase of energy at moments when the full energy of a string reaches this critical level. That is, the moments of impulse action are not predetermined, but regulated by the process itself. For such a task there are conditions for the existence of solutions for which the impulse action is carried out an infinite number of times and constructed such solutions.
Keywords: **differential equations, impulse action, feedback oscillations.**

Прохоренко М. В., к.ф.-м.н., доцент, Прохоренко С. В., д.т.н., профессор (Национальный университет «Львовская политехника», г. Львов), **Мороз Н. В., к.ф.-м.н., доцент, Соляк Л. В., ст. преподаватель** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

ЗАДАЧА С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Исследуется процесс колебаний струны с импульсным воздействием в моменты времени, когда полная энергия колебаний струны достигает заданного критического значения. Определены условия существования решений, для которых импульсное воздействие происходит бесконечное количество раз и записано вид решений.
Ключевые слова: **дифференциальные уравнения, импульсное воздействие, колебания с обратной связью.**
